

TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Leyes de Newton de la dinámica. (1 punto)

A.2 Inercia y momento lineal. (1 punto)

Bloque B

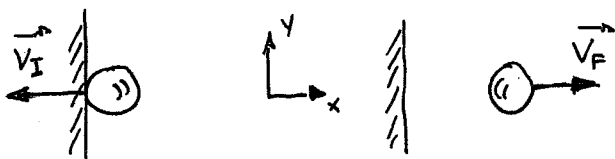
B.1 Movimiento circular uniforme. Velocidad y aceleración angular. Ecuaciones. Periodo y frecuencia. (1 punto)

B.2 Impulso mecánico y momento lineal. (1 punto)

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

C.1 Una pelota de 200g choca contra una pared con una velocidad de 40 m/s. Permanece en contacto con la pared 0,03 s y sale rebotada en la misma dirección con igual velocidad. Calcule la fuerza media ejercida por la pared. (1 punto).

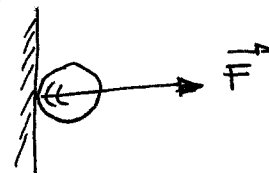


Se cumple $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot t$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = m v \vec{e}_x - (-m v \vec{e}_x) = 2 m v \vec{e}_x$$

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{t} = \frac{2 m v \vec{e}_x}{t} = \frac{2 \cdot 0,2 \text{ kg} \cdot 40 \text{ m/s}}{0,03 \text{ s}} \vec{e}_x$$

$$\boxed{\vec{F} = 533,3 \vec{e}_x \text{ N}}$$



C.2. Una partícula se mueve de forma que su momento lineal viene dado por $\vec{p} = 3t^2 \vec{i} + (1+t) \vec{j}$ kgm/s. Encuentre la fuerza que actúa sobre la partícula a los 2s. (1 punto).

Aplicando la segunda ley de Newton $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (3t^2 \vec{e}_x + (1+t) \vec{e}_y) \text{ kg m/s} = 6t \vec{e}_x + \vec{e}_y \text{ N (con } t \text{ en segundos)}$$

$$\boxed{\vec{F}(2s) = 12 \vec{e}_x + \vec{e}_y \text{ N}}$$

Bloque D

D.1. Dos cuerpos tienen por masas 20kg y 30 kg encuentre la relación entre sus velocidades para que ambos tengan el mismo momento lineal. (1 punto).

$$\left. \begin{array}{l} \vec{p}_1 = m_1 \vec{v}_1 \\ \vec{p}_2 = m_2 \vec{v}_2 \end{array} \right\} \text{Aplicamos } \vec{p}_1 = \vec{p}_2$$

$$m_1 \vec{v}_1 = m_2 \vec{v}_2$$

$$\frac{\vec{v}_1}{\vec{v}_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{30 \text{ kg}}{20 \text{ kg}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\boxed{\frac{\vec{v}_1}{\vec{v}_2} = 1,5}$$

D.2. Sobre una partícula de 2g que se mueve a 2m/s actúa una fuerza de 3N durante 4s. ¿Qué velocidad adquiere? (1 punto).

Suponemos movimiento en el eje x+

Aplicamos $\Delta \vec{p} = \vec{F} \cdot t = \vec{J}$ $\vec{J} = (F \cdot t) \vec{e}_x = 12 \vec{e}_x \text{ N s}$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_F - \vec{p}_I \rightarrow \vec{p}_F = \Delta \vec{p} + \vec{p}_I = \Delta \vec{p} + m \vec{v}_I$$

$$\vec{p}_F = 12 \vec{e}_x \text{ kg m/s} + 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg } 2 \vec{e}_x \text{ m/s} = (12 + 4 \cdot 10^{-3}) \vec{e}_x \text{ kg m/s}$$

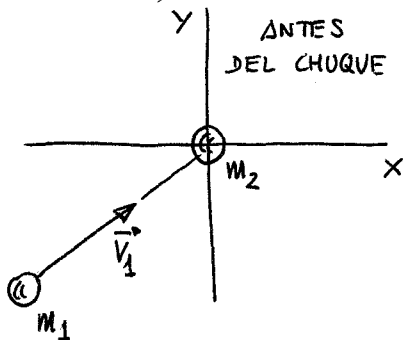
$$\vec{p}_F = 12,004 \vec{e}_x \text{ kg m/s} \quad \vec{p}_F = m \vec{v}_F \rightarrow \vec{v}_F = \frac{\vec{p}_F}{m} = \frac{12,004 \vec{e}_x \text{ kg m/s}}{2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}$$

$$\vec{v}_F = 6002 \vec{e}_x \text{ m/s}$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Una partícula de 2kg de masa se acerca al origen de coordenadas con una velocidad $\vec{v} = 10\vec{i} + 3\vec{j}$ m/s. En el origen de coordenadas choca con otra partícula de 4kg que se encuentra en reposo. Después del choque la partícula de 4kg se mueve a 5m/s en una dirección que forma un ángulo de 30° con el eje x. Encuentre:

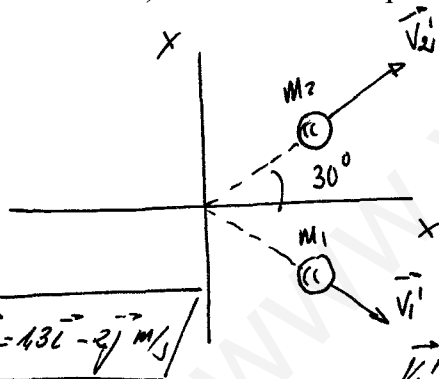
- a) Momento lineal del sistema formado por las dos partículas antes del choque. (1 punto).



$$\vec{p}_A = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1 = 2 \text{ kg } (10\vec{i} + 3\vec{j}) \text{ m/s}$$

$$\vec{p}_A = 20\vec{i} + 6\vec{j} \text{ kg m/s}$$

- b) Velocidad de la partícula de 2kg después del choque. (1 punto).



COMO NO ACTUAN FUERZA EXTERNAS $\vec{p} = \text{CTE} \rightarrow \vec{p}_A = \vec{p}_D$

$$\vec{p}_D = \vec{p}_1' + \vec{p}_2' = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2' = \vec{p}_A$$

$$\vec{v}_2' = 5 \cos 30^\circ \vec{i} + 5 \sin 30^\circ \vec{j} \text{ m/s} = \frac{5\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{5}{2} \vec{j} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_1' = \frac{\vec{p}_A - m_2 \vec{v}_2'}{m_1} = \frac{(20\vec{i} + 6\vec{j}) \text{ kg m/s} - 4 \text{ kg } (\frac{5\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{5}{2} \vec{j}) \text{ m/s}}{2 \text{ kg}}$$

$$\vec{v}_1' = (10\vec{i} + 3\vec{j}) - (5\sqrt{3}\vec{i} + 5\vec{j}) \text{ m/s} \quad \vec{v}_1' = (10 - 5\sqrt{3})\vec{i} - 2\vec{j} \text{ m/s} = 1,3\vec{i} - 2\vec{j} \text{ m/s}$$

- c) Si el choque dura 0,5s calcule la fuerza media que se ejercen las bolas. (1 punto)

Aplicamos la relación entre impulso y momento lineal en la bola 2

$$\vec{J} = \Delta \vec{p}$$

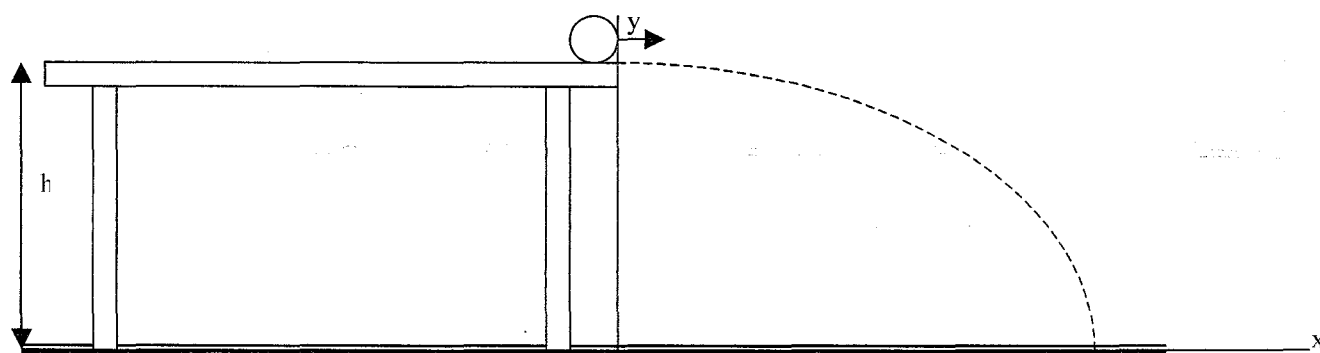
$$\vec{J} = \vec{F} \cdot t$$

$$\Delta \vec{p} = \vec{p}_F - \vec{p}_I = m_2 \vec{v}_2' = 4 \text{ kg } (\frac{5\sqrt{3}}{2} \vec{i} + \frac{5}{2} \vec{j}) \text{ m/s}$$

$$= 10\sqrt{3}\vec{i} + 10\vec{j} \text{ kg m/s}$$

$$\vec{F} = \frac{\vec{J}}{t} = \frac{\Delta \vec{p}}{t} = \frac{10\sqrt{3}\vec{i} + 10\vec{j} \text{ kg m/s}}{0,5 \text{ s}} = 20\sqrt{3}\vec{i} + 20\vec{j} \text{ N} = 34,6\vec{i} + 20\vec{j} \text{ N}$$

2. Una bola rueda por una mesa de 75 cm de altura sin rozamiento con una velocidad de 3 m/s. Calcule:



a) Ecuaciones paramétricas del movimiento de la bola y ecuaciones de la velocidad. (1 punto).

$$\begin{aligned} \text{EJE X} &\rightarrow \text{M.R.U.} & \left\{ \begin{aligned} V_x &= V_0 = 3 \text{ m/s} \\ X &= V_x t = 3t \text{ m} \end{aligned} \right. \\ \text{EJE Y} &\rightarrow \text{M.R.U.A} & \left\{ \begin{aligned} V_y &= -gt = -9.8t \text{ m/s} \\ Y &= y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = (0.75 - 4.9t^2) \text{ m} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ECUACIONES PARAMÉTRICAS} &\left\{ \begin{aligned} X(t) &= 3t \text{ m} \\ Y(t) &= (0.75 - 4.9t^2) \text{ m} \end{aligned} \right. & \text{ECUAC. VELOCIDAD} &\left\{ \begin{aligned} V_x &= 3 \text{ m/s} \\ V_y &= -9.8t \text{ m/s} \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

b) Vector de posición y vector velocidad a los 0,15s. (1 punto).

$$\begin{aligned} \vec{r} &= x\vec{i} + y\vec{j} & \left\{ \begin{aligned} X(0.15\text{s}) &= 3 \cdot 0.15 \text{ m} = 0.45 \text{ m} \\ Y(0.15\text{s}) &= (0.75 - 4.9 \cdot 0.15^2) \text{ m} = 0.64 \text{ m} \end{aligned} \right. \\ \boxed{\vec{r} &= 0.45\vec{i} + 0.64\vec{j} \text{ m}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \vec{v} &= V_x\vec{i} + V_y\vec{j} & \left\{ \begin{aligned} V_x &= 3 \text{ m/s} \\ V_y &= -9.8 \cdot 0.15 \text{ m/s} = -1.47 \text{ m/s} \end{aligned} \right. & \boxed{\vec{v} = 3\vec{i} - 1.47\vec{j} \text{ m/s}} \end{aligned}$$

c) Cuando la bola toca el suelo ¿a qué distancia está de la mesa? (1 punto).

$$\begin{aligned} \text{Cuando toca el suelo } y &= 0 \rightarrow 0 = 0.75 \text{ m} - 4.9t^2 \text{ m} \\ t &= \pm \sqrt{\frac{0.75}{4.9}} \text{ s} = \pm 0.39 \text{ s} & \begin{array}{l} \text{tomamos} \\ \text{la posit.} \end{array} & t = 0.39 \text{ s} \end{aligned}$$

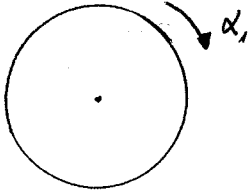
$$\text{Para ese tiempo } X = 3 \cdot 0.39 \text{ m} = 1.17 \text{ m}$$

$\boxed{\text{Está a } 1.17 \text{ m de la mesa}}$

3. El tambor de una lavadora tarda 30s en alcanzar la velocidad constante de trabajo de 500 r.p.m. Una vez que alcanza esta velocidad gira durante 2 minutos y después emplea 40s en parar. Calcule:

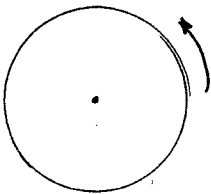
a) Aceleraciones angulares que ha sufrido el tambor al acelerar y frenar. (1 punto).

PROCESO DE ACELERACIÓN: Parte del reposo $\omega_0 = 0 \text{ rad/s}$
 llega a la velocidad $\omega = 500 \frac{2\pi}{60} = 50 \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$
 $\omega = \omega_0 + \alpha_1 t$ $\alpha_1 = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{\omega}{t} = \frac{50\pi}{3 \cdot 30} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = \frac{5\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$



$$\alpha_1 = \frac{5\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = 1,75 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

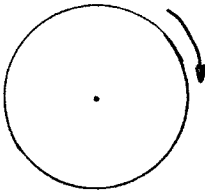
PROCESO DE FRENADO: Parte de una velocidad $\omega_0 = 50 \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$ y
 llega a una velocidad $\omega = 0 \text{ rad/s}$
 $\alpha_2 = \frac{\omega - \omega_0}{t} = \frac{0 - 50 \frac{\pi}{3} \text{ rad/s}}{40 \text{ s}} = -\frac{50\pi}{120} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$



$$\alpha_2 = -\frac{5\pi}{12} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = -1,31 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$$

b) Calcule el periodo y la frecuencia que tiene durante el movimiento circular uniforme. (1 punto).

$\omega = \frac{50\pi}{3} \text{ rad/s}$



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{\frac{50\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}}} = \frac{6}{50} \text{ s}$$

$$T = 0,12 \text{ s}$$

$$n = \frac{1}{T} = \frac{50}{6} \text{ Hz}$$

$$n = 8,3 \text{ Hz}$$

c) Calcule el número de vueltas que ha dado el tambor. El tambor tiene un radio de 50 cm, calcule la velocidad y aceleración lineal de un punto de la periferia cuando está girando con velocidad constante. (1 punto).

$\theta = \theta_{AC.} + \theta_{TR.} + \theta_{DEC.}$

$\theta_{AC.} = \frac{1}{2} \alpha_1 t^2 = \frac{1}{2} \frac{5\pi}{9} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} 900 \text{ s}^2 = \frac{500\pi}{2} \text{ rad} = 250\pi \text{ rad}$

$\theta_{TR.} = \omega \cdot t = \frac{50\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 120 \text{ s} = 2000\pi \text{ rad}$

$\theta_{DEC.} = \omega_0 t - \frac{1}{2} \alpha_2 t^2 = \frac{50\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}} 40 \text{ s} - \frac{1}{2} \frac{5\pi}{12} \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} 1600 \text{ s}^2 = \left(\frac{2000}{3} \pi - \frac{1000}{3} \pi \right) \text{ rad} = \frac{1000}{3} \pi \text{ rad}$

$\theta = \left(250\pi + 2000\pi + \frac{1000}{3} \pi \right) \text{ rad} = \frac{7750}{3} \pi \text{ rad}$

$n^{\circ} \text{vuel}/\text{to} = \frac{\theta}{2\pi} = \frac{\frac{7750}{3} \pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{7750}{6} = 1291,6$

$\approx 1292 \text{ vueltas}$

VELOC. PUNTO PERIFERIA

$V = \omega \cdot R = \frac{50\pi}{3} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ m}$

$= \frac{25\pi}{3} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 26,2 \text{ m/s}$

ACELERACION

$a = a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{26,2^2}{0,5} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

$= 1370 \text{ m/s}^2$