

TEORIA. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque A

A.1 Componentes intrínsecas de la aceleración.

Definición y significado físico. **(1 punto)**

A.2 Gráficas s-t, v-t y a-t del movimiento rectilíneo uniforme (MRU) y movimiento rectilíneo

uniformemente acelerado (MRUA). **(1 punto)**

Bloque B

B.1. Carácter periódico del movimiento circular uniforme. **(1 punto)**

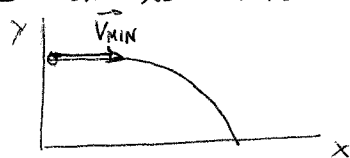
B.2 Vectores posición, velocidad y aceleración instantáneos de un cuerpo. Definición y unidades. **(1 punto)**

CUESTIONES OPTATIVAS. Conteste solo uno de los dos bloques.

Bloque C

C.1 ¿En qué punto de la trayectoria de un lanzamiento horizontal es menor el módulo de la velocidad? ¿Por qué? **(1 punto).**

EN CUALQUIER PUNTO LA VELOCIDAD TIENE LA EXPRESIÓN $V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$
Y COMO $V_x = \text{cte} \rightarrow V$ SERÁ MÍNIMA CUANDO V_y SEA MÍNIMA Y ESTO
SUCEDE AL COMIENZO DEL MOVIMIENTO YA QUE EN ESE PUNTO $V_y = 0$



C.2. La posición de una partícula está dada por $\vec{r} = (2 + 3t^2)\vec{i} + (2t + 6)\vec{j} + (2 + 2t^3)\vec{k}$ m. Encuentre a los 10s :
a) Vector velocidad. b) Vector aceleración. **(1 punto).**

$$a) \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = 6t\vec{i} + 2\vec{j} + 6t^2\vec{k} \quad \vec{v}(10s) = 60\vec{i} + 2\vec{j} + 600\vec{k} \text{ m/s}$$

$$b) \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 6\vec{i} + 12t\vec{k} \quad \vec{a}(10s) = 6\vec{i} + 120\vec{k} \text{ m/s}^2$$

Bloque D

D.1. La posición de una partícula está dada por $\vec{r} = (2 + 3t^2)\vec{i} + (2t + 6)\vec{j} + (2 + 2t^3)\vec{k}$ m. Encuentre la velocidad media entre los instantes 5s y 10s. **(1 punto).**

$$\vec{v}_M = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}(10s) - \vec{r}(5s)}{5s} = \frac{[302\vec{i} + 26\vec{j} + 800\vec{k}]m - [77\vec{i} + 16\vec{j} + 252\vec{k}]m}{5s}$$

$$\vec{v}_M = \frac{225\vec{i} + 10\vec{j} + 548\vec{k}}{5} \text{ m/s}$$

$$\vec{v}_M = 45\vec{i} + 2\vec{j} + 109.6\vec{k} \text{ m/s}$$

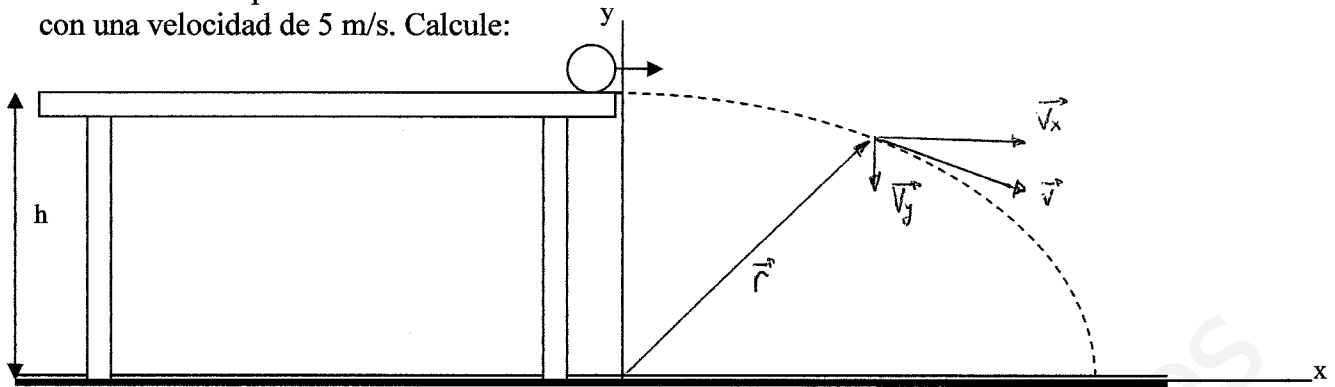
D.2. Dados $\vec{A} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$ y $\vec{B} = 5\vec{i} - 2\vec{j} - 7\vec{k}$, obtenga su producto vectorial. **(1 punto)**

$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & -4 & 3 \\ 5 & -2 & -7 \end{vmatrix} = (28 + 6)\vec{i} - (-21 - 15)\vec{j} + (-6 + 20)\vec{k}$$

$$= 34\vec{i} + 36\vec{j} + 14\vec{k}$$

PROBLEMAS. Se resolverán sólo dos problemas.

1. Una bola rueda por una mesa de 76 cm de altura sin rozamiento con una velocidad de 5 m/s. Calcule:



- a) Ecuaciones paramétricas del movimiento de la bola y ecuaciones de la velocidad. (1 punto).

ECUACIONES PARAMÉTRICAS

$$\begin{cases} \text{EJE X} \rightarrow \text{MRU} \rightarrow x = v_x t = v_{0x} t \Rightarrow \boxed{x = 5t \text{ m}} \\ \text{EJE Y} \rightarrow \text{MRUA} \rightarrow y = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 = 0,76 \text{ m} - 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 \Rightarrow \boxed{y = 0,76 - 4,9t^2 \text{ m}} \end{cases}$$

ECUACIONES DE LA VELOCIDAD

$$\begin{cases} \text{EJE X} & v_x = v_0 = 5 \text{ m/s} \Rightarrow \boxed{v_x = 5 \text{ m/s}} \\ \text{EJE Y} & v_y = -gt = -9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t \Rightarrow \boxed{v_y = -9,8t \text{ m/s}} \end{cases}$$

- b) Vector de posición y vector velocidad a los 0,25s. (1 punto).

(VER LOS VECTORES EN EL DIBUJO)

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (5t)\vec{i} + (0,76 - 4,9t^2)\vec{j} \text{ m} \rightarrow \vec{r}(0,25\text{s}) = (5 \cdot 0,25)\vec{i} + (0,76 - 4,9 \cdot 0,25^2)\vec{j} \text{ m}$$

$$\boxed{\vec{r} = 1,25\vec{i} + 0,49\vec{j} \text{ m}}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = 5\vec{i} - 9,8 \cdot 0,25\vec{j} = 5\vec{i} - 2,45\vec{j} \text{ m/s}$$

$$\boxed{\vec{v} = 5\vec{i} - 2,45\vec{j} \text{ m/s}}$$

- c) Cuando la bola toca el suelo ¿a qué distancia está de la mesa?

Cuando la bola toca el suelo $y = 0 \rightarrow 0 = 0,76 - 4,9t^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{0,76}{4,9}} \text{ s} = 0,39 \text{ s}$

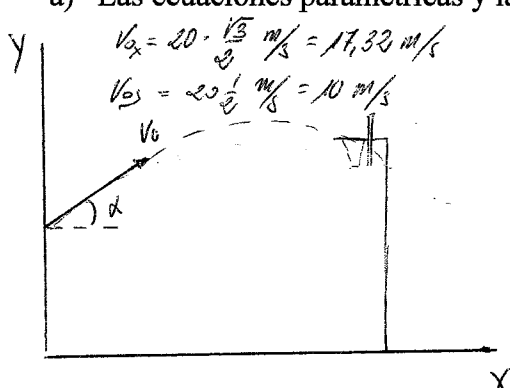
Substituyendo el tiempo en la ecuación de x

$$x = 5t = (5 \cdot 0,39) \text{ m} = 1,95 \text{ m}$$

$$\boxed{x = 1,95 \text{ m}}$$

2. Un jugador de baloncesto lanza el balón desde una altura de 1,9m con una velocidad de 20 m/s y un ángulo de 30°. Encuentre:

a) Las ecuaciones paramétricas y la ecuación de la trayectoria. (1 punto).



ECUACIONES
PARAMÉTRICAS

EJE X (NRU) $\rightarrow x = V_0 \cos \alpha t = 17,32 t \text{ m}$

EJE Y (MRUA) $\rightarrow y = y_0 + V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2$

$$y = 1,9 + 10t - 4,9t^2 \text{ m}$$

Para obtener la ecuación de la trayectoria hay que eliminar t en las ec. paramétricas. De la ecuación de x

$$t = \frac{x}{17,32} \rightarrow t^2 = \frac{x^2}{300}$$

$$y = 1,9 + \frac{10x}{17,32} - 4,9 \frac{x^2}{300}$$

$$y = 1,9 + 0,577x - 16,3 \cdot 10^{-3} x^2$$

b) Distancia "d" a la que debe situarse del centro de la canasta para poder encestar. (1 punto).

El centro de la canasta se encuentra a 3,05m del suelo por tanto hacemos $y = 3,05 \text{ m}$ y encontramos los valores de x que satisfacen la ecuación.

$$3,05 = 1,9 + 0,577x - 16,3 \cdot 10^{-3} x^2 \quad , \quad -16,3 \cdot 10^{-3} x^2 + 0,577x - 1,15 = 0$$

$$16,3 \cdot 10^{-3} x^2 - 0,577x + 1,15 = 0$$

$$x = \frac{0,577 \pm \sqrt{0,332929 - 4 \cdot 16,3 \cdot 10^{-3} \cdot 1,15}}{2 \cdot 16,3 \cdot 10^{-3}} = \frac{0,577 \pm \sqrt{0,332929 - 0,07513}}{0,0326}$$

$$x = \frac{0,577 \pm 0,5077}{0,0326} \quad \begin{cases} x_1 = 9,12 \text{ m} \\ x_2 = 33,2 \text{ m} \end{cases}$$

$\rightarrow$ Este punto está demasiado cerca y el balón entraría por stop

$$d = 33,2 \text{ m}$$

c) Vector velocidad y su módulo cuando atraviesa la canasta. (1 punto).

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j}$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha = 17,32 \text{ m/s}$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - g t$$

Necesitamos el tiempo para el que $x = 33,2 \text{ m}$

$$t = \frac{x}{v_{0x}} = \frac{33,2 \text{ m}}{17,32 \text{ m/s}}$$

$$t = 1,92 \text{ s}$$

$$v_y = 10 \text{ m/s} - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,92 \text{ s} = (10 - 18,8) \text{ m/s} = -8,8 \text{ m/s}$$

$$\vec{v} = 17,32 \vec{i} - 8,8 \vec{j} \text{ m/s}$$

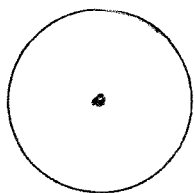
$$v = \sqrt{17,32^2 + (-8,8)^2} \text{ m/s} = \sqrt{300 + 77,44} \text{ m/s}$$

$$v = 19,43 \text{ m/s}$$

Dato: altura de la canasta: 3,05m.

3. Un volante circular de 0,45 m de radio gira en torno a su eje a 5000 r.p.m.; un freno lo para en 25s. Obtenga:
a) La aceleración angular a la que se ha visto sometido (1 punto).

CONSIDERANDO EL MOVIMIENTO COMO UNIFORMEMENTE ACELERADO



$$\omega = \omega_0 + \alpha t \rightarrow \alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

$$\left. \begin{array}{l} \omega = 0 \text{ rad/s} \\ \omega_0 = 5000 \cdot \frac{2\pi}{60} \text{ rad/s} = \frac{500\pi}{3} \text{ rad/s} \end{array} \right\}$$

$$\alpha = \frac{0 \text{ rad/s} - \frac{500\pi}{3} \text{ rad/s}}{25 \text{ s}} = -\frac{500\pi}{75} \text{ rad/s}^2 = -\frac{100\pi}{15} \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha = -\frac{100\pi}{15} \text{ rad/s}^2 = -6,6\pi \text{ rad/s}^2 = -20,9 \text{ rad/s}^2$$

- b) Número de vueltas que ha dado hasta pararse. (1 punto).

$$N^{\circ} \text{ DE VUELTAS} = \frac{\theta}{2\pi} \quad \theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

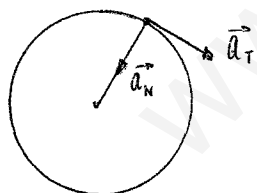
$$\theta = \frac{500\pi}{3} \text{ rad/s} \cdot 25 \text{ s} - \frac{1}{2} \frac{100\pi}{15} \text{ rad/s}^2 \cdot 625 \text{ s}^2 = \left(\frac{12500}{3} \pi - \frac{1}{2} \frac{12500}{3} \pi \right) \text{ rad}$$

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{12500}{3} \pi \text{ rad} = \frac{6250}{3} \pi \text{ rad}$$

$$N^{\circ} \text{ DE VUELTAS} = \frac{\frac{6250}{3} \pi \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = \frac{6250}{6} = 1041,6$$

- c) Aceleración normal y total de un punto de su periferia una vez dadas 50 vueltas. (1 punto).

Calculamos la velocidad una vez dadas 50 vueltas
50 vueltas $\rightarrow 100\pi \text{ rad}$



$$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \quad \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t - \theta = 0 \quad t^2 + \frac{2\omega_0}{\alpha} t - \frac{2\theta}{\alpha} = 0$$

$$t^2 + \frac{2 \cdot \frac{500\pi}{3}}{-\frac{100\pi}{15}} t - \frac{200\pi}{-\frac{100\pi}{15}} = 0; \quad t^2 - 50t + 30 = 0$$

$$t_1 = 0,6 \text{ s}$$

$$t = \frac{50 \pm \sqrt{2500 - 120}}{2} = \frac{50 \pm 48,78}{2} \quad t_2 = 49,4 \text{ s}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = \frac{500\pi}{3} \text{ rad/s} - \frac{100\pi}{15} \text{ rad/s}^2 \cdot 0,6 \text{ s} = \frac{100\pi}{3} \left(5 - \frac{0,6}{5} \right) \text{ rad/s} = \frac{488}{3} \pi \text{ rad/s}$$

Este es mayor que el tiempo que tarda en pararse

$$\omega = 511 \text{ rad/s}$$

$$a_n = \omega^2 R = 511^2 \text{ rad/s}^2 \cdot 0,45 \text{ m} \Rightarrow a_n = 117504,5 \text{ m/s}^2$$

$$a_t = \alpha R = 20,9 \text{ rad/s}^2 \cdot 0,45 \text{ m} = 9,405 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{9,405^2 + 117504,5^2} \text{ m/s}^2 = 117,5 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$