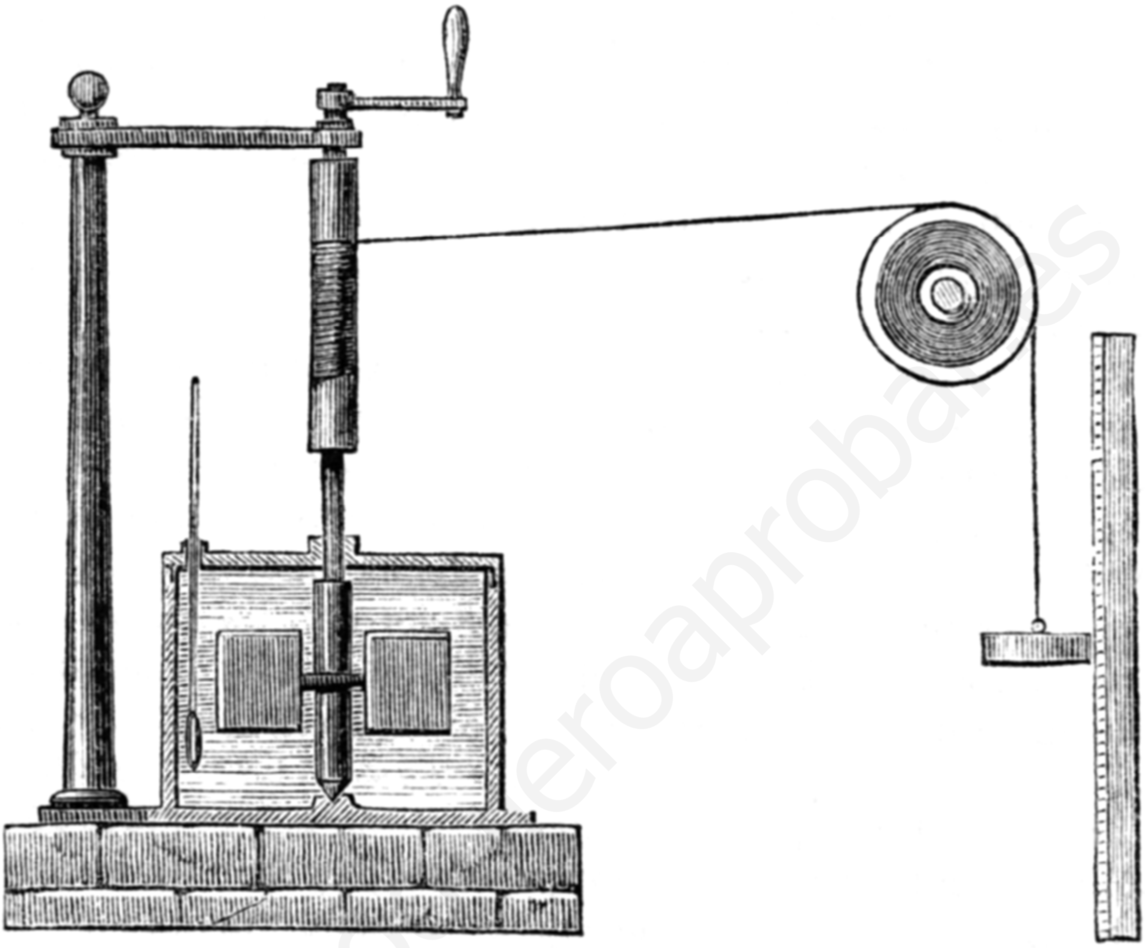


Trabajo y Energía

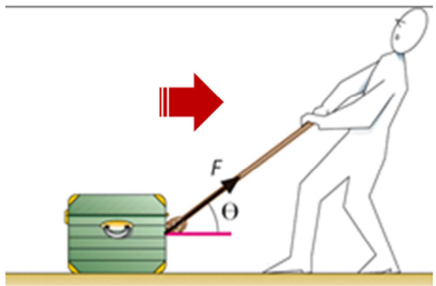
El Trabajo Mecánico

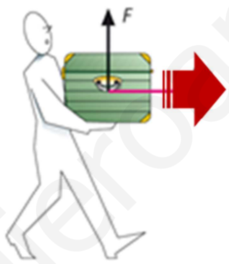
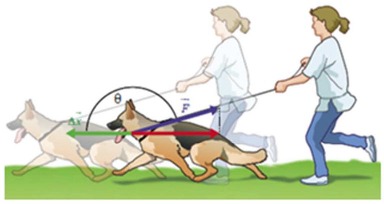
El trabajo mecánico, realizado por una fuerza que actúa sobre un cuerpo que experimenta un desplazamiento, se define como el producto escalar de la fuerza y el desplazamiento.

$$W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$$

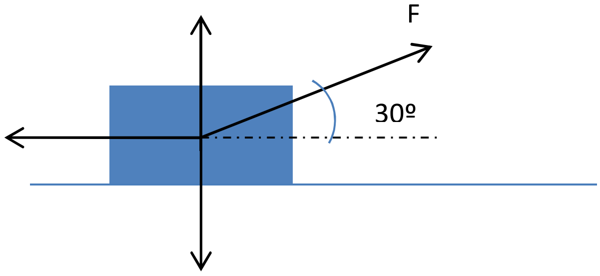
$$W = F \cdot d \cdot cos\alpha$$

La unidad de trabajo en el Sistema Internacional de Unidades es el Julio (J).



  Si la fuerza tiene la misma dirección y el mismo sentido que el desplazamiento, el trabajo es máximo. $\boxed{W = F \cdot d}$	  Si la fuerza ejercida es perpendicular al desplazamiento, el trabajo realizado es nulo. $\boxed{W = 0}$	  Si la fuerza actúa en una dirección que forma un ángulo $90° < \alpha \leq 180°$ el trabajo realizado es negativo. $\boxed{W < 0}$

Ejercicio 1| Sobre un cuerpo, de 10 kg de masa, se ejerce una fuerza de 8 N, que forma un ángulo de 30º con la horizontal. El coeficiente de rozamiento vale μ=0,15. Determina el trabajo realizado por cada una de las fuerzas cuando el cuerpo se desplaza 2 metros.



Ejercicio 2| Un cuerpo se desplaza horizontalmente hacia la derecha 50 metros bajo la acción de una fuerza de 100 N. Determina el trabajo realizado por dicha fuerza:

a) Cuando actúa en la misma dirección y sentido del movimiento. Solución: 5.000 J
b) Cuando forma un ángulo de 60º con la horizontal. Solución: 2.500 J
c) Cuando actúa perpendicularmente hacia arriba. Solución: W=0
d) Cuando forma un ángulo de 150º con la dirección del desplazamiento. Solución: -**4330 J**

Ejercicio 3| La posición de un cuerpo viene dada por:

$$\vec{r} = (2t^2 + 1) \cdot \vec{\imath} + 2 \cdot \vec{\jmath} \ \text{ m}$$

Calcula:

a) El módulo del vector desplazamiento en el intervalo t=0 s y t=2 s
b) El módulo del vector aceleración.
c) El módulo de la fuerza que actúa si la masa del cuerpo es de 3 kg
d) El trabajo realizado por la fuerza.

Ejercicio 4| Un cuerpo, de 2 kg de masa, recorre 10 metros ascendiendo por un plano inclinado 30º, al tirar de él con una fuerza de 15 N, paralela al plano. Si el coeficiente de rozamiento vale 0,2 calcula el trabajo realizado por cada una de las fuerzas que intervienen y el trabajo total.

Solución: W_{total} = 18,1 J

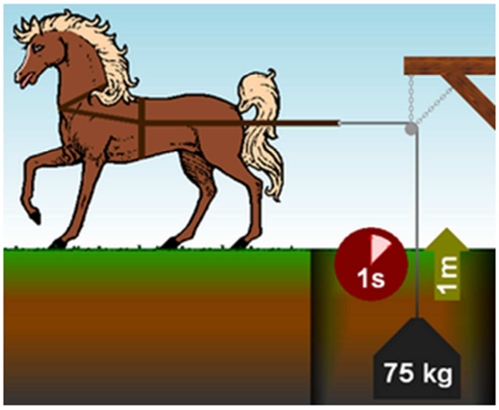
La Potencia

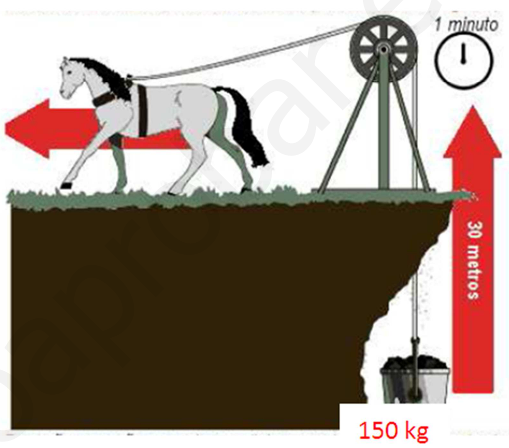
Se denomina potencia a la rapidez con la que se realiza un trabajo.

$$P = \frac{W}{t}$$

La unidad de potencia en el Sistema Internacional de Unidades es el vatio (W). El vatio se define como la potencia desarrollada cuando se realiza el trabajo de 1 julio en 1 segundo.

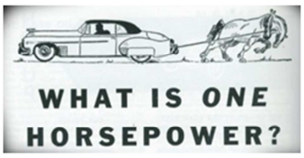
El caballo de vapor (CV)



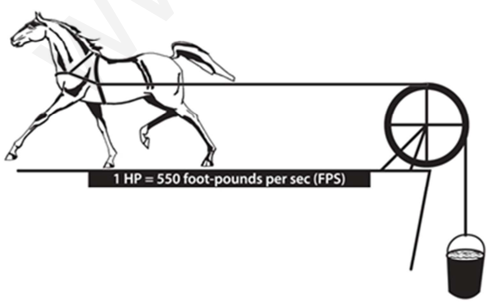


$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{m \cdot g \cdot d}{t} = \frac{75 \cdot 9{,}8 \cdot 1}{1} = 735\ W$$

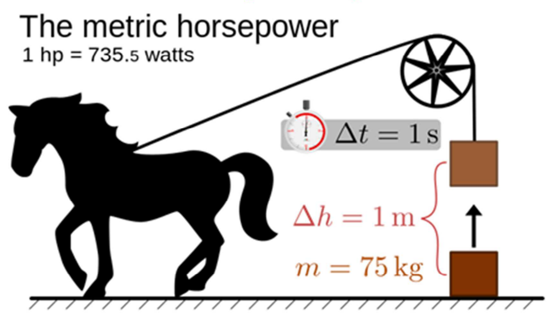
1 CV = 735 W



Mechanical horsepower: 1 hp=746 W



Metric horsepower: 1hp=735 W



La Energía Cinética

La **energía cinética** de un cuerpo es la capacidad que tiene dicho cuerpo de realizar un trabajo por el hecho de encontrarse en movimiento.

La expresión matemática de la energía cinética es:

$$\boxed{E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}$$

Velocidad del cuerpo
Expresada en m/s

Masa del cuerpo
Expresada en kg

La unidad de energía cinética, en el Sistema Internacional de Unidades, es el Julio (J).

Teorema de las Fuerzas Vivas: el trabajo total realizado sobre un cuerpo es igual a su variación de energía cinética.

$$\boxed{W_{total} = \Delta E_c}$$

$$W_{total} = E_c(final) - E_c(inicial)$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

☑ Ejemplo| Un cuerpo, de 10 kg de masa, se mueve sobre una superficie horizontal, sin rozamiento, con una velocidad de 36 km/h. Sobre él se aplica una fuerza, F=5 N, en el sentido del movimiento, durante 4 metros. Determina la velocidad final del cuerpo.

Como no existen rozamientos, la única fuerza que actúa en la dirección del movimiento es F:

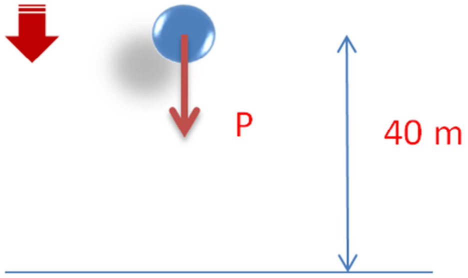
$$W(F) = F \cdot d \cdot cos\alpha = 5 \cdot 4 \cdot cos0° = 20\ J$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

$$20 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10^2$$

$$v_f = 10{,}2\ m/s$$

☑ Ejemplo| Un cuerpo se deja caer desde una altura de 40 metros. Calcula la velocidad con la que llegará al suelo.



$$W(P) = P \cdot d \cdot cos\alpha = m \cdot 9{,}8 \cdot 40 \cdot cos0° = 392 \cdot m \quad Julios$$

$$W_{total} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

$$392 \cdot m = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$v_f = 28\ m/s$$

Utilizando las ecuaciones del tiro vertical:

$$y = y_0 - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$0 = 40 - 4{,}9 \cdot t^2$$

$$t = 2{,}86\ segundos$$

$$v = g \cdot t$$

$$v = 9{,}8 \cdot 2{,}86$$

$$v = 28\ m/s$$

- La energía cinética es una magnitud escalar, siempre positiva. No depende de la dirección en la que se mueve el cuerpo, a diferencia del momento lineal, o cantidad de movimiento, que es una magnitud vectorial y que, por tanto, depende de la dirección y el sentido en el que se mueve el cuerpo.

Un cuerpo de 2 kg se mueve con velocidad $\vec{v} = -3\vec{\imath}$

Energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3^2 = 9\ julios$$

Momento lineal

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v} = 2 \cdot (-3 \cdot \vec{\imath}) = -6 \cdot \vec{\imath}$$

- Si sobre un cuerpo se realiza un trabajo positivo, su energía cinética aumenta.
- Si sobre un cuerpo se realiza un trabajo negativo, su energía cinética disminuye.

¿Puede ser negativa la energía cinética?

No, porque el módulo de la velocidad está elevado al cuadrado y la masa siempre es positiva.

Si la energía cinética de un cuerpo se mantiene constante, ¿cuánto vale el trabajo realizado sobre el cuerpo?

El trabajo es nulo si no varía tampoco ninguna de las otras energías asociadas al cuerpo.

Se lanza un cuerpo de 2,4 kg por una superficie horizontal y se detiene tras recorrer 4 m. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y la superficie es 0,35, ¿con qué velocidad se lanzó el cuerpo?

$F_r = \mu\, m\, g = 0{,}35 \cdot 2{,}4\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} = 8{,}2\ \text{N}$;

$W_r = F_r\, \Delta x = -8{,}2\ \text{N} \cdot 4\ \text{m} = -32{,}8\ \text{J}$

$$E_{c_i} + W_r = E_{c_f};\quad \frac{1}{2} \cdot 2{,}4\ \text{kg} \cdot v^2 - 32{,}8\ \text{J} = 0;\quad v = 5{,}2\ \text{m s}^{-1}$$

Una pelota de 65 g de masa golpea la pared de un frontón con una velocidad de 25 m s^{-1} y rebota con velocidad de 22 m s^{-1}. ¿Se conserva la energía mecánica de la pelota? Si no es así, ¿qué cantidad de energía cinética ha perdido?

$$E_{c_1} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}065\ \text{kg} \cdot (25\ \text{m s}^{-1})^2 = 20{,}3\ \text{J}$$

$$E_{c_2} = \frac{1}{2} \cdot 0{,}065\ \text{kg} \cdot (-22\ \text{m s}^{-1})^2 = 15{,}7\ \text{J}$$

No se conserva la energía mecánica.

Energía cinética perdida: 20,3 J − 15,7 J = 4,6 J

La Energía Potencial

Existe una <u>capacidad de realizar trabajo que está asociada a la posición de los cuerpos</u>, distinta de la posición de equilibrio. Esta capacidad de realizar trabajo asociada a la posición se denomina energía potencial. La energía potencial de un cuerpo depende de la fuerza involucrada (fuerza gravitatoria, fuerza eléctrica, fuerza elástica, etc.) y, por tanto, existirá una energía potencial gravitatoria, una energía potencial eléctrica, una energía potencial elástica, …

La Energía Potencial Gravitatoria

Es la capacidad de realizar trabajo que tiene un cuerpo por ocupar una posición distinta a la posición de equilibrio y en la que está sometido a la acción de la fuerza gravitatoria.

Para nuestros propósitos consideraremos que la posición de equilibrio de los cuerpos es el suelo. Por tanto, cualquier cuerpo situado a una altura, h, sobre el suelo, tendrá una energía potencial gravitatoria que viene dada por la expresión matemática:

$$\boxed{E_{p,g} = m \cdot g \cdot h}$$

Altura del cuerpo
Expresada en m

Masa del cuerpo
Expresada en kg

Esta expresión de la energía potencial gravitatoria sólo es válida para alturas muy pequeñas comparadas con el radio del planeta, en nuestro caso, comparadas con el radio de la Tierra. En el próximos curso trabajaremos con una expresión más general para la energía potencial gravitatoria.

La Energía Potencial Elástica

Es la capacidad de realizar trabajo que tiene un cuerpo por ocupar una posición distinta a la posición de equilibrio y en la que está sometido a la acción de la fuerza elástica.

Para nuestros propósitos consideraremos solamente los muelles como cuerpos elásticos. Un cuerpo enlazado a un muelle que es comprimido o estirado, es un cuerpo que posee energía potencial elásticas.

La expresión matemática que permite calcular la energía potencial elástica de un cuerpo es:

$$\boxed{E_{p,e} = \frac{1}{2} \cdot K \cdot x^2}$$

Longitud comprimida o estirada en el muelle
Expresada en m

Constante elástica del muelle
Expresada en N/m

Un bloque de 5 kg resbala a lo largo de un plano de 4 m de longitud y 30° de inclinación sobre la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento es 0,25, calcula:

a) **El trabajo de rozamiento.**

b) **La energía potencial gravitatoria del bloque cuando está situado en lo alto del plano.**

c) **La energía cinética y la velocidad del bloque al final del plano.**

a) $F_r = \mu\, m\, g \cos \alpha = 0{,}25 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 30° = 10{,}6 \text{ N}$

$W_r = F_r\, \Delta x = -10{,}6 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = -42{,}4 \text{ J}$

b) $E_p = m\, g\, h = 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 2 \text{ m} = 98 \text{ J}$

c) $E_p + W_r = E_c$; $E_c = 98 \text{ J} - 42{,}4 \text{ J} = 55{,}6 \text{ J}$

$$v = \sqrt{\frac{2\, E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 56{,}6 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} = 4{,}7 \text{ m s}^{-1}$$

¿Qué cantidad de energía se encuentra almacenada en un muelle de constante k = 625 N m^{-1} que se encuentra comprimido 45 cm?

$$E_{Pe} = \frac{1}{2}\, k\, x^2 = \frac{1}{2} \cdot 625 \text{ N m}^{-1} \cdot (0{,}45 \text{ m})^2 = 63 \text{ J}$$

Fuerzas Conservativas y Fuerzas No Conservativas

Se denomina **energía mecánica** de un sistema a la suma de su energía cinética y su energía potencial.

$$\boxed{E_m = E_c + E_p}$$

Se denominan **fuerzas conservativas** aquellas fuerzas que al actuar sobre un sistema provocan transformaciones de energía pero cuya acción supone una conservación de la energía mecánica.

La fuerza gravitatoria (el peso de los cuerpos), la fuerza electrostática y la fuerza recuperadora de un muelle son fuerzas conservativas.

Se denominan **fuerzas no conservativas** aquellas fuerzas que al actuar sobre un sistema provocan una pérdida de energía mecánica.

La fuerza de rozamiento, la fuerza de resistencia del aire, la tensión de una cuerda, la fuerza ejercida por el motor de un vehículo y la fuerza ejercida por una persona, son fuerzas no conservativas

El trabajo realizado por las fuerzas conservativas que actúan sobre un sistema es igual a la variación negativa de la energía potencial del sistema.

$$\boxed{W_{fuerzas\ conservativas} = -\Delta E_p}$$

$$W_{fuerzas\ conservativas} = E_p(inicial) - E_p(final)$$

Conservación de la Energía Mecánica

Sólo intervienen fuerzas conservativas

$$W_{total} = \Delta E_c$$

$$W_{conservativas} + W_{no\ conservativas} = \Delta E_c$$

$$W_{conservativas} = \Delta E_c$$

$$-\Delta E_p = \Delta E_c$$

$$E_{p,inicial} - E_{p,final} = E_{c,final} - E_{c,inicial}$$

$$E_{p,inicial} + E_{c,inicial} = E_{c,final} + E_{p,final}$$

$$\boxed{E_m(inicial) = E_m(final)}$$

La energía mecánica final es igual a la energía mecánica inicial y, por tanto, la energía mecánica se conserva.

Principio de Conservación de la Energía Mecánica: Si sobre un sistema sólo actúan fuerzas conservativas, la energía mecánica se conserva.

Intervienen fuerzas conservativas y no conservativas

$$W_{total} = \Delta E_c$$

$$W_{conservativas} + W_{no\ conservativas} = \Delta E_c$$

$$-\Delta E_p + W_{no\ conservativas} = \Delta E_c$$

$$W_{no\ conservativas} = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$W_{no\ conservativas} = \Delta E_m$$

$$W_{no\ conservativas} = E_m(final) - E_m(inicial)$$

$$\boxed{E_m(final) = E_m(inicial) + W_{no\ conservativas}}$$

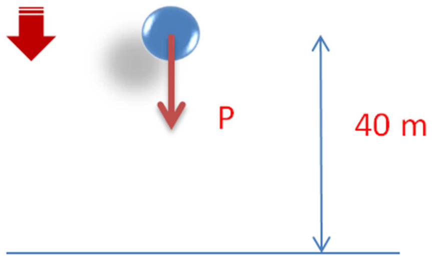
Si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es positivo, la energía mecánica final es mayor que la energía mecánica inicial.

Si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es negativo, la energía mecánica final es menor que la energía mecánica inicial.

Si el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es nulo, la energía mecánica final es igual a la energía mecánica inicial y, por tanto, la energía mecánica se conservaría.

Ejemplo| Sistema en el que sólo intervienen fuerzas conservativas

Un cuerpo se deja caer desde una altura de 40 metros. Suponiendo que no existe fuerza de fricción con el aire, determina la velocidad con la que llega al suelo.



En la caída del cuerpo, la única fuerza que actúa es el peso (fuerza gravitatoria) que es una fuerza conservativa. Por tanto, debe cumplirse que:

$$E_m(inicial) = E_m(final)$$

$$E_{p,inicial} + E_{c,inicial} = E_{p,final} + E_{c,final}$$

$$m \cdot g \cdot h_i + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2 = m \cdot g \cdot h_f + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$m \cdot g \cdot h_i + \cancel{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2} = \cancel{m \cdot g \cdot h_f} + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$m \cdot g \cdot h_i = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2$$

$$\cancel{m} \cdot g \cdot h_i = \frac{1}{2} \cdot \cancel{m} \cdot v_f^2$$

$$g \cdot h_i = \frac{1}{2} \cdot v_f^2$$

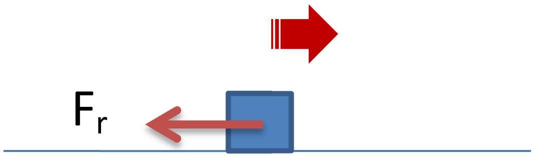
$$9{,}8 \cdot 40 = \frac{1}{2} \cdot v_f^2$$

$$v_f = 28\ m/s$$

Comprueba que el resultado es idéntico al obtenido en la página 6, al resolver este problema por otros mecanismos.

Ejemplo| Sistema en el que intervienen fuerzas no conservativas cuyo trabajo es negativo

Un cuerpo, de 100 kg de masa, es impulsado sobre una superficie horizontal con una velocidad de 36 km/h. El coeficiente de rozamiento vale μ=0,20. Al cabo de un cierto tiempo, la velocidad es de 18 km/h. Determina el espacio recorrido por el cuerpo en ese tiempo.



Durante el movimiento, la única fuerza que actúa, en la dirección del movimiento, es la fuerza de rozamiento, que es una fuerza no conservativa. Por tanto, debe cumplirse que:

$$E_m(final) = E_m(inicial) + W_{no\ conservativas}$$

$$W_{no\ conservativas} = W(F_r) = F_r \cdot d \cdot cos\alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot d \cdot cos\alpha = 0{,}20 \cdot 100 \cdot 9{,}8 \cdot d \cdot cos180° = -196 \cdot d\ \ julios$$

$$E_m(final) = E_m(inicial) - 196 \cdot d$$

En este momento podemos comprobar que como el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas es negativo, la energía mecánica final es más pequeña que la energía mecánica inicial, es decir, se está perdiendo energía mecánica, que se disipa en forma de calor al rozar el cuerpo con la superficie.

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2 - 196 \cdot d$$

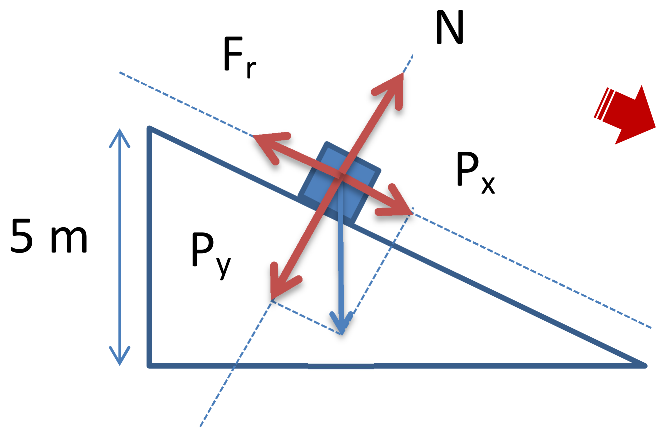
Se ha tenido en cuenta que la energía potencial gravitatoria inicial y final son nulas, pues el cuerpo está apoyado en el suelo.

$$\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 5^2 = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 10^2 - 196 \cdot d$$

$$d = 19{,}13\ metros$$

Ejemplo| Sistema en el que intervienen fuerzas conservativas y no conservativas cuyo trabajo es negativo

Un cuerpo, de 10 kg de masa, se deja caer desde la parte alta de un plano inclinado 30º. Si la altura del plano es de 5 metros, determina la velocidad con la que el cuerpo llega al final del plano. El coeficiente de rozamiento vale μ=0,1



En la dirección del movimiento intervienen fuerzas conservativas (P_x) y fuerzas no conservativas cuyo trabajo es negativo (F_r). Debe cumplirse que:

$$E_m(final) = E_m(inicial) + W_{no\ conservativas}$$

La longitud del plano (el desplazamiento del cuerpo) puede calcularse así:

$$sen\ 30° = \frac{5}{d} \quad \rightarrow \quad d = \frac{5}{sen30°} = 10\ metros$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento (trabajo de las fuerzas no conservativas):

$$W(F_r) = F_r \cdot d \cdot cos\alpha = \mu \cdot m \cdot g \cdot cos30° \cdot d \cdot cos\alpha = 0{,}1 \cdot 10 \cdot 9{,}8 \cdot cos30° \cdot 10 \cdot cos180° = -84{,}87\ \ julios$$

$$E_m(final) = E_m(inicial) + W_{no\ conservativas}$$

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v_f^2 = m \cdot g \cdot h_i - 84{,}87$$

Se ha tenido en cuenta que la energía potencial gravitatoria final es nula porque el cuerpo está en el suelo y que la energía cinética inicial es nula porque inicialmente el cuerpo está en reposo.

$$\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot v_f^2 = 10 \cdot 9{,}8 \cdot 5 - 84{,}87$$

$$v_f = 9\ m/s$$

Un cuerpo de 10,0 kg resbala a lo largo de un plano inclinado 30° sobre la horizontal. La longitud del plano es de 7,0 m y el coeficiente de rozamiento 0,30.

Calcula:

a) El trabajo de rozamiento.

b) La energía mecánica del cuerpo cuando está en reposo en lo alto del plano.

c) La energía cinética y la velocidad del cuerpo al final del plano.

a) $F_r = \mu\, m\, g \cos \alpha = 0{,}3 \cdot 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 30° = 25{,}5 \text{ N}$

$W_r = -F_r \cdot \Delta x = -25{,}5 \text{ N} \cdot 7 \text{ m} = -178 \text{ J}$

b) $h = 7 \text{ m} \cdot \text{sen } 30° = 3{,}5 \text{ m};$

$E_m = E_p = m\, g\, h = 10 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 3{,}5 \text{ m} = 343 \text{ J}$

c) $E_c = E_p + W_r = 343 \text{ J} - 178 \text{ J} = 165 \text{ J}$

$$v = \sqrt{\frac{2\, E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 165 \text{ J}}{10 \text{ kg}}} = 5{,}7 \text{ m s}^{-1}$$

Un bloque de 5,0 kg desciende desde el reposo por un plano inclinado 30° con la horizontal. La longitud del plano es 10 m y el coeficiente de rozamiento, 0,10. Halla la pérdida de energía a causa del rozamiento y la velocidad del bloque en la base del plano inclinado.

$F_r = \mu\, m\, g \cos \alpha = 0{,}1 \cdot 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot \cos 30° = 4{,}24 \text{ N}$

$W_r = -F_r \cdot \Delta x = -4{,}24 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = -42{,}4 \text{ J}$

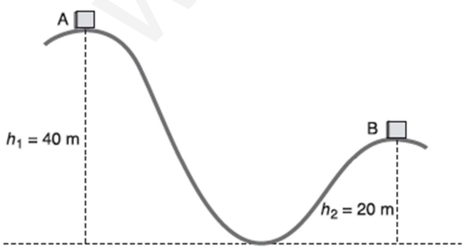
$E_i + W_r = E_f;\; E_{c_i} = 0;\; h = l \cdot \text{sen } \alpha = 10 \text{ m} \cdot 0{,}5 = 5 \text{ m}$

$E_{p_i} = m\, g\, h = 5 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 5 \text{ m} = 245 \text{ J}$

$E_f = E_i + W_r = 245 \text{ J} + (-42{,}4 \text{ J}) = 203 \text{ J}$

$$E_f = E_{c_f} = \frac{1}{2} m v^2; \quad v = \sqrt{\frac{2\, E_f}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 203 \text{ J}}{5 \text{ kg}}} = 9{,}0 \text{ m s}^{-1}$$

En la cima de la montaña rusa de la Fig. 7.29 el coche con sus ocupantes (masa total 1 000 kg) está a una altura del suelo de 40 m y lleva una velocidad de 5,0 m s^{-1}. Suponiendo que no hay rozamientos, calcula la energía cinética del coche cuando está en la segunda cima, que tiene una altura de 20 m.

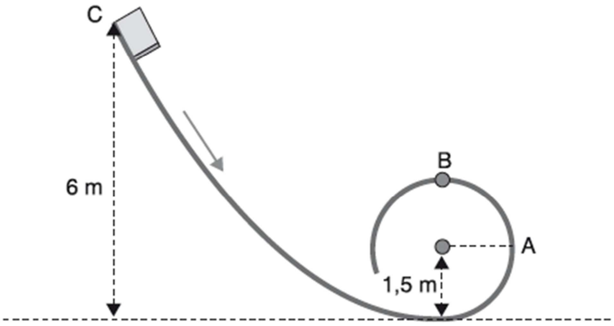


$E_{m_A} = E_{m_B}; \quad E_{c_A} + E_{p_A} = E_{c_B} + E_{p_B}$

$$E_{c_B} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m\, g\, h_1 - m\, g\, h_2$$

$$E_{c_B} = \frac{1}{2} m v_A^2 + m\, g\, (h_1 - h_2) = \frac{1}{2} \cdot 1000 \text{ kg} \cdot (5 \text{ m s}^{-1})^2 + 1000 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m s}^{-2} (40 - 20) \text{ m} = 2{,}1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

28. Un cuerpo se desliza desde el reposo sin rozamiento por una vía en forma de rizo, como indica la Fig. 7.31.



Calcula:

a) La velocidad del cuerpo cuando pasa por el punto A.

b) La velocidad del cuerpo cuando pasa por el punto B.

c) ¿Desde qué altura se debe dejar caer el cuerpo para que al pasar por el punto B la fuerza centrípeta sea igual al peso del cuerpo?

a) $E_{m_C} = E_{m_A}$; $m\,g\,h_C = m\,g\,h_A + \frac{1}{2}\,m\,v_A^2$

$v_A = \sqrt{2\,g\,(h_C - h_A)}$

$v_A = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot (6 - 1{,}5)\ \text{m}} = 9{,}4\ \text{m s}^{-1}$

b) $E_{m_C} = E_{m_B}$; $m\,g\,h_C = m\,g\,h_B + \frac{1}{2}\,m\,v_B^2$

$v_B = \sqrt{2\,g\,(h_C - h_B)}$

$v_B = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\ \text{m s}^{-2} \cdot (6 - 3)\ \text{m}} = 7{,}7\ \text{m s}^{-1}$

c) $F_c = m\,g$; $\frac{m\,v_B^2}{R} = m\,g$; $v_B^2 = R\,g$

$E_{mh} = E_{mB}$; $m\,g\,h = m\,g\,h_B + \frac{1}{2}\,m\,v_B^2$

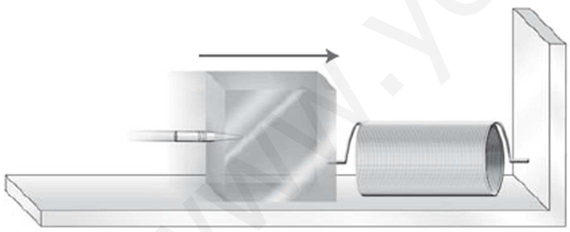
$g\,h = g\,h_B + \frac{1}{2}\,R\,g$

$h = h_B + \frac{1}{2}\,R = 3\ \text{m} + \frac{1}{2} \cdot 1{,}5\ \text{m} = 3{,}75\ \text{m}$

Un bloque de madera está unido al extremo de un resorte como indica la Fig. 7.33. Contra el bloque de 1,00 kg se dispara horizontalmente un proyectil de 200 g con una velocidad de 100 m s^{-1} quedando incrustado en el bloque. Si la constante elástica del muelle vale $k = 200\ \text{N m}^{-1}$, calcula:

a) La velocidad con que inicia el movimiento el sistema bloque-proyectil después del impacto.

b) La longitud que se comprime el muelle.



a) $m_1 v_1 = (m_1 + m_2)\,v$; $v = \frac{m_1\,v_1}{m_1 + m_2} = \frac{0{,}2\ \text{kg} \cdot 100\ \text{m s}^{-1}}{1{,}2\ \text{kg}} =$

$= 16{,}7\ \text{m s}^{-1}$

b) $\frac{1}{2}\,(m_1 + m_2)\,v^2 = \frac{1}{2}\,k\,x^2$; $x = \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)\,v^2}{k}} =$

$= \sqrt{\frac{1{,}2\ \text{kg} \cdot (16{,}7\ \text{m s}^{-1})^2}{200\ \text{N m}^{-1}}} = 1{,}29\ \text{m}$