

Ejercicio nº 1.-

a) Escribe los cinco primeros términos de las sucesiones:

$$\text{a.1) } \begin{cases} a_1 = 7, & a_2 = 5 \\ a_n = a_{n-1} - a_{n-2} \end{cases}$$

$$\text{a.2) } b_n = 3^{n-1}$$

b) Halla el término general de la siguiente sucesión:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$$

Solución:

a)

$$\text{a.1) } a_1 = 7, a_2 = 5, a_3 = -2, a_4 = -7, a_5 = -5$$

$$\text{a.2) } b_1 = 1, b_2 = 3, b_3 = 9, b_4 = 27, b_5 = 81$$

b)

$$a_n = \frac{n+1}{n+2}$$

Ejercicio nº 2.-

a) Indica si las siguientes sucesiones son progresiones aritméticas o geométricas y calcula su diferencia o su razón:

m) 6, 11, 16, 21, 26... s) 3, 4, 3, 4, 3, ... t) $\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \frac{1}{256}, \dots$

b) Calcula el término general de las sucesiones anteriores que sean progresiones aritméticas o geométricas.

Solución:

a) La sucesión m) es una progresión aritmética de diferencia $d = 5$.

La sucesión s) no es una progresión aritmética ni geométrica.

La sucesión t) es una progresión geométrica de razón $r = 1/4$.

b) El término general de m) es $a_n = 6 + (n - 1) \cdot 5 = 5n + 1$

El término general de t) es $a_n = \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} \rightarrow a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{4^n}$

Ejercicio nº 3.-

Calcula la suma de los 15 primeros términos de una progresión aritmética en la que $a_3 = 1$ y $a_7 = -7$.

Solución:

$$a_7 = a_3 + 4d \rightarrow -7 = 1 + 4d \rightarrow -8 = 4d \rightarrow d = -2$$

$$a_1 = a_3 - 2d = 1 + 4 = 5$$

$$a_{15} = a_1 + 14d = 5 - 28 = -23$$

$$S_{15} = \frac{(a_1 + a_{15}) \cdot 15}{2} = \frac{(5 - 23) \cdot 15}{2} = -135$$

Ejercicio nº 4.-

En una progresión geométrica, $a_1 = 3$ y $a_4 = 24$. Calcula la razón y la suma de los ocho primeros términos.

Solución:

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 \rightarrow 24 = 3 \cdot r^3 \rightarrow 8 = r^3 \rightarrow r = \sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow r = 2$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 3 \cdot 2^7 = 3 \cdot 128 = 384$$

$$S_8 = \frac{a_8 \cdot r - a_1}{r - 1} = \frac{384 \cdot 2 - 3}{2 - 1} = 765$$

Ejercicio nº 5.-

Antonio decide invertir 25 000 € en un negocio a lo largo de cuatro meses. Las cantidades aportadas cada mes forman una progresión aritmética. Calcula el dinero que aporta cada mes sabiendo que el último mes puso 4 500 € más que el primer mes.

Solución:

Llamamos a_1 = dinero aportado el primer mes.

$$S_4 = 25000 \rightarrow 25000 = \frac{(a_1 + a_4) \cdot 4}{2} \rightarrow 25000 = (a_1 + a_4) \cdot 2 \rightarrow 12500 = a_1 + a_4$$

Pero $a_4 = a_1 + 4\,500$, luego:

$$12\,500 = a_1 + a_4 = a_1 + a_1 + 4\,500 \rightarrow 8\,000 = 2a_1 \rightarrow a_1 = 4\,000 \rightarrow a_4 = 4\,000 + 4\,500 = 8\,500$$

Por tanto,

$$a_4 = a_1 + 3d \rightarrow 8\,500 = 4\,000 + 3d \rightarrow 4\,500 = 3d \rightarrow d = 1\,500$$

Las cantidades invertidas desde el primer mes hasta el cuarto mes han sido 4 000 €, 5 500 €, 7 000 €, 8 500 €.

Ejercicio nº 6.-

Supongamos que un folio tiene un grosor aproximado de 0,01 cm.

- ¿Cuánto medirá el grosor del folio si lo doblo por la mitad? ¿Y si lo doblo por su nueva mitad?
- ¿De qué tipo de progresión se trata? Escribe sus 4 primeros términos y deduce su expresión general.
- ¿Cómo calcularías el grosor que alcanzaría el folio si pudiésemos doblarlo de la forma que se indicaba en el apartado a hasta 15 veces?
- Si la torre Eiffel mide 300 metros. ¿Cuántas veces tendría que doblarlo como mínimo para que superase su altura?

Solución:

a) Si lo doblo por la mitad medirá el doble. $0,01 + 0,01 = 2 \cdot 0,01 = 0,02$ cm. Si lo doblo una vez más por la mitad el grosor será $0,02 + 0,02 = 2 \cdot 0,02 = 0,01 + 0,01 + 0,01 + 0,01 = 4 \cdot 0,01 = 0,04$ cm.

b) Se trata de una progresión geométrica:

$$a_1 = 0,01 \text{ cm}; a_2 = 0,02 \text{ cm}; a_3 = 0,04 \text{ cm}; a_4 = 0,08 \text{ cm}.$$

La expresión general de una progresión geométrica es: $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$

Así que en nuestro caso es: $a_n = 0,01 \cdot 2^{n-1}$

c) Si pudiésemos doblarlo 15 veces el grosor sería:

$$a_{15} = 0,01 \cdot 2^{14} = 163,84 \text{ cm}$$

d) Si lo doblo 16 veces, como mínimo, su grosor sobrepasaría la altura de la torre Eiffel.

$$a_{16} = 0,01 \cdot 2^{15} = 327,68 \text{ cm}$$