FUERZAS GRAVITACIONALES

1º. El peso de un mismo cuerpo sobre dos planetas distintos es el mismo. Sabiendo que el radio del primer planeta es el doble que el del segundo, calcular la relación entre las masas de ambos planetas.

SOLUCIÓN

Llamemos a los planetas A y B. Al ser la masa del cuerpo la misma en todo el universo, las gravedades en A y en B deben ser iguales.

$$g_A = \frac{G \cdot M_A}{R_A^2} \qquad g_B = \frac{G \cdot M_B}{R_B^2}. Al\ ser\ g_A = g_B,\ \frac{\cancel{G} \cdot M_A}{R_A^2} = \frac{\cancel{G} \cdot M_B}{R_B^2}, como\ R_A = 2 \cdot R_B$$

$$\frac{M_A}{(2 \cdot R_B)^2} = \frac{M_B}{R_B^2} \rightarrow \mathbf{M_A = 4 \cdot M_B}$$

2º. El peso de un cuerpo en la superficie terrestre es de 1200 N. Calcular:

a) Masa del cuerpo en la superficie terrestre
b) Masa del cuerpo a una altura de 1000 km sobre la superficie terrestre.
c) Peso del cuerpo a esa altura.

Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^{-2} \cdot kg^2$; $M_{TIERRA} = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{TIERRA} = 6400$ km.

SOLUCIÓN

A) Como peso = m·g; m=peso/g. Por lo tanto, el peso depende del valor de la gravedad en ese punto.

m = 1200/9'8 → **m = 122'45 kg**.

b) La masa del cuerpo es la misma en cualquier punto del universo, por lo tanto a 1000 km de la superficie terrestre, **la masa es de 122'45 kg**.

c) El peso depende del valor de la gravedad. Hay que hallar el valor de g a esa altura.

$$g_A = \frac{G \cdot M_A}{R_A^2} . g_A = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5'98 \cdot 10^{24}}{(7'4 \cdot 10^6)^2} \ ; \qquad g_A = 7'28\ N \cdot kg^{-1}$$

Por lo tanto, el peso será igual a: 122'45·7'28 = **891'44 N**

3º. Un cuerpo se deja caer desde una cierta altura en la tierra y llega al suelo en 10 segundos. Calcular:

a) Altura a la que está el cuerpo.
b) Si lo dejamos caer desde esa misma altura en otro planeta y tarda en llegar al suelo 6 segundos, calcular la gravedad de ese planeta.
c) Si ese planeta tiene el mismo radio que la tierra, hallar la masa del planeta.

Datos: $G = 6'67 \cdot 10^{-11}\ N \cdot m^{-2} \cdot kg^2$; $M_{TIERRA} = 5'98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{TIERRA} = 6400$ km.

SOLUCIÓN

a) La aceleración de la gravedad en la superficie terrestre es de $9'8\ m \cdot s^{-1}$. Si lo dejamos caer, la velocidad inicial es 0 m/s, y el suelo está a una altura de 0 metros. Por lo tanto, utilizando las ecuaciones del mrua:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \rightarrow 0 = y_0 + 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot (-9'8) \cdot 10^2 \rightarrow \boldsymbol{y_0 = 490\ metros}$$

b) Debemos hallar la aceleración de la gravedad en ese otro planeta, utilizando la ecuación anterior:

$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \;\rightarrow\; 0 = 490 + 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 6^2 \;\rightarrow a = -27'22\, m \cdot s^{-2}$$

Por lo tanto, la gravedad en ese planeta es de 27'22 N·kg^{-1}

c) Conocemos la gravedad del planeta, G y el radio del planeta.

$$g_{PLANETA} = \frac{G \cdot M_{PLANETA}}{R^2_{PLANETA}}; \quad 27'22 = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot M_{PLANETA}}{(6'4 \cdot 10^6)^2} \;\rightarrow$$

$$\mathbf{M_{PLANETA} = 1'67 \cdot 10^{24}\ kg}$$

4º. En un planeta cuya masa es de $5 \cdot 10^{25}$ kg y su radio de $1'7 \cdot 10^4$ km, se conduce un vehículo de 500 kg de masa. Calcular:

a) Peso del vehículo.
b) Si el coeficiente de rozamiento entre el vehículo y el suelo es de 0'3, calcular la fuerza que hay que aplicarle para que, partiendo desde el reposo, alcance los 90 km/h en 30 segundos.
c) Con el mismo coeficiente de rozamiento, calcular la fuerza que habrá que hacer para que partiendo desde el reposo, recorra 150 metros en 10 segundos.
d) la fuerza que se ejercerá para el vehículo, en las mismas condiciones de rozamiento, se detenga en 20 segundos, si su velocidad inicial es de 90 km/h.

Datos: G = $6'67 \cdot 10^{-11}$ $N \cdot m^{-2} \cdot kg^2$. Todos los movimientos son mrua.

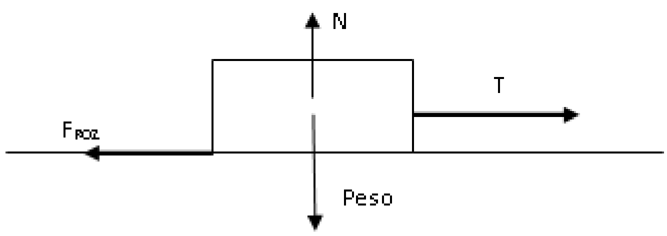
SOLUCIÓN

a) En primer lugar, hay que hallar la gravedad del planeta:

$$g_{planeta} = \frac{G \cdot M_{planeta}}{R^2_{planeta}} \rightarrow g_{planeta} = \frac{6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^{25}}{(1'7 \cdot 10^7)^2} \rightarrow g_{planeta} = 11'54\, N \cdot kg^{-1}$$

$$\mathbf{peso\ vehículo = 500 \cdot 11'54 \rightarrow 5769'9\ N}$$

b) Diagrama de fuerzas:



$R_x = T - F_{roz}$ → $R_X = m \cdot a$

$R_Y = N - peso$ → $R_Y = 0$

Por lo tanto N = 5769'9 N. Puedo hallar la F_{roz}:

$F_{roz} = \mu \cdot N$ → $F_{roz} = 0'3 \cdot 5769'9$ → $F_{roz} = 1731$ N.

Mediante cinemática se halla la aceleración. Primero se pasa la velocidad de km/h a m/s.

$$90\ \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \cdot \frac{1000\ m}{1\ \cancel{km}} \cdot \frac{1\ \cancel{h}}{3600\ s} \;\rightarrow\; 25\ m/s$$

A continuación, se utiliza la ecuación de velocidad del mrua:

$$v = v_0 + a \cdot t \;\rightarrow\; 25 = 0 + 30 \cdot a \;\rightarrow\; a = 0'83\ {}^{m}/_{s^2}$$

y por último, se sustituye en la ecuación de R_X.

T – 1731 = 500·0’83 → **T = 2147’67 N**

c) El diagrama de fuerzas es el mismo. Sólo hay que hallar la aceleración, ya que el peso y la fuerza de rozamiento son las mismas.

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \;\rightarrow\; 150 = \; 0 + 0 \cdot 10 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot 10^2 \;\rightarrow\; a = \; 3\, m \cdot s^{-2}$$

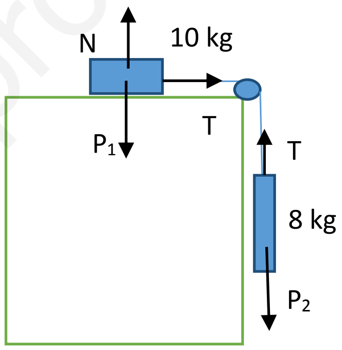
Entonces: T -1731 = 500·3 → **T = 3231 N**

d) El diagrama de fuerzas es el mismo. Sólo hay que hallar la aceleración, ya que el peso y la fuerza de rozamiento son las mismas

$$\mathrm{v} = \mathrm{v_0} + \mathrm{a} \cdot \mathrm{t} \;\rightarrow\; 0 = 25 + 20 \cdot \mathrm{a} \;\rightarrow\; \mathrm{a} = -1'25 \; {}^{m}/_{s^2}$$

T – 1731 = 500·(-1’25) → **T = 1106 N**

5º. Sea el sistema de la figura. Si estamos en un planeta cuyo radio es de 6000 km, y el coeficiente de rozamiento dinámico entre el cuerpo y el suelo es de 0’2, y el estático es de 0’25, calcular la densidad del mismo para que:



El cuerpo caiga con una aceleración de 2 m/s^2.

DATOS: G = 6’67·10^{-11} N·m^{-2}·kg^2.

En primer lugar se halla la aceleración de la gravedad.

$$\mathrm{g} = \frac{\mathrm{G} \cdot \mathrm{M}}{\mathrm{R}^2} \qquad V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \qquad \rho = \frac{M}{V}, por\ lo\ tanto$$

$$g = \frac{G \cdot \rho \cdot V}{R^2} \;\rightarrow\; g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \frac{R^{\cancel{3}}}{\cancel{R^2}} \cdot G \cdot \rho \;\rightarrow\; g = \frac{4 \cdot \pi \cdot G \cdot R \cdot \rho}{3} \rightarrow g = \frac{4 \cdot \pi \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^6}{3} \cdot \rho \rightarrow g = \; 1'676 \cdot 10^{-3} \cdot \rho$$

Cuerpo 2: $P_2 – T = m_2$·a

Cuerpo 1: $R_y = N – P_2$; $R_X = T – F_{ROZ}$; y $R_y = 0$; $R_X = m_2$·a.

Obtenemos las siguientes ecuaciones:

8·1’676·10^{-3}·ρ – T = 8·2 → 0’01341·ρ - T = 16

T – 0’2·10·1’676·10^{-3}·ρ = 10·2 → T - 3’352·10^{-3}·ρ = 20

Sumo ambas ecuaciones: 0’01006·ρ = 36

ρ = 3579’24 kg/m³