

## INTERPOLACIÓN Y EXTRAPOLACIÓN

1. Determina una función de interpolación lineal  $f(x)$  que pase por los puntos  $(3,1; 2,5)$  y  $(3,4; 1,7)$ .  
¿Qué valor tomará  $f(x)$  para  $x=3,3$ ?

### SOLUCIÓN:

La función de interpolación es:

$$y - 2,5 = \frac{1,7 - 2,5}{3,4 - 3,1}(x - 3,1) \Rightarrow y - \frac{5}{2} = \frac{-0,8}{0,3}(x - 3,1) \Rightarrow y = \frac{323 - 80x}{30}.$$

Por tanto

$$f(x) = \frac{323 - 80x}{30}.$$

Para  $x=3,3$ , el valor de la función es .

38. Si  $f(x)$  es una función lineal de la que conocemos los datos que aparecen en la siguiente tabla:

x	f(x)
3	4,5
4,7	1,7

- a) ¿Qué valor tomará  $f(4)$ ?  
b) Estima el valor de  $x$ , si  $f(x)=3,1$ .

### SOLUCIÓN:

Utilizando la ecuación de la recta que pasa por dos puntos,  $(3; 4,5)$ ,  $(4,7; 1,7)$ , obtenemos:

$$y - 4,5 = \frac{1,7 - 4,5}{4,7 - 3}(x - 3) \Rightarrow y - 4,5 = \frac{-2,8}{1,7}(x - 3) \Rightarrow y - \frac{9}{2} = \frac{28(3 - x)}{17} \Rightarrow y = \frac{321 - 56x}{34}$$

Luego la función lineal es:

$$f(x) = \frac{321 - 56x}{34} \quad f(3,3) = 59/30 = 1,966$$

Por tanto:

a)  $f(4) = \frac{321 - 56 \cdot 4}{34} = \frac{97}{34} = 2,85$

b) Si  $f(x) = 3,1$  entonces se verifica la ecuación  $\frac{31}{10} = \frac{321 - 56x}{34}$ ,

despejando la incógnita  $x$  obtenemos:

$$x = \frac{77}{20} = 3,85.$$

2. El consumo de gasolina de una motocicleta por cada 100 km depende de la velocidad a la que circula. A 50 km/h consume 3,1 l. y a 70 km/h consume 4 l. Estima cuánto consumirá en un trayecto de 50 km a 60 km/h.

### SOLUCIÓN:

Calculemos primero el consumo que tendría en un trayecto de 100 km a 60 km/h.

A partir de los datos  $(50, 3,1)$  y  $(70, 4)$ , construimos la función de interpolación:

$$y - 3,1 = \frac{4 - 3,1}{70 - 50}(x - 50) \Rightarrow y - \frac{31}{10} = \frac{0,9}{20}(x - 50) \Rightarrow y - \frac{31}{10} = \frac{9(x - 50)}{200} \Rightarrow y = \frac{9x + 170}{200}$$

Luego la función de interpolación es:

$$f(x) = \frac{9x + 170}{200}.$$

Por interpolación el consumo en un trayecto de 100 km a 60 km/h sería:

$$f(60) = \frac{71}{20} = 3,55 \text{ litros.}$$

Por tanto, en un trayecto de 50 km el consumo será la mitad:  $3,55 : 2 = 1,775$  litros.

3. El consumo de gas natural de una familia el mes de enero fue de 57 euros y el mes de marzo de 63 euros.
- Estima el gasto que habrá tenido la familia el mes de febrero.
  - ¿Sería posible realizar una estimación del gasto que tendrá el mes de mayo? En caso afirmativo halla la estimación.

**SOLUCIÓN:**

Consideremos las siguientes equivalencias:

Enero = 1, febrero = 2, marzo = 3, abril = 4 y mayo = 5.

Entonces tenemos los siguientes datos: (1,57) y (3,63).

La función de interpolación lineal se obtiene efectuando:

$$y - 57 = \frac{63 - 57}{3 - 1}(x - 1) \Rightarrow y - 57 = 3(x - 1) \Rightarrow y = 3(x + 18), \text{ luego } f(x) = 3(x + 18).$$

- La estimación del gasto que tiene la familia el mes de febrero podemos obtenerlo mediante interpolación calculando:

$$f(2) = 60 \text{ euros.}$$

- La estimación del gasto que tendrá en el mes de mayo podemos obtenerlo mediante extrapolación calculando:

$$f(5) = 69 \text{ euros.}$$

4. Halla la parábola que pasa por los puntos (1,0), (2,5) y (3,12).

**SOLUCIÓN:**

Sea la parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c$

Se verifica que:

$$f(1) = 0 \Rightarrow a + b + c = 0$$

$$f(2) = 5 \Rightarrow 4a + 2b + c = 5 \text{ y}$$

$$f(3) = 12 \Rightarrow 9a + 3b + c = 12.$$

Resolviendo ahora el sistema lineal de tres ecuaciones con tres incógnitas por Gauss:

$$\begin{cases} a + b + c = 0 & E2 = E2 - 4E1 & a + b + c = 0 & a + b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 5 & \rightarrow & -2b - 3c = 5 & \Rightarrow -2b - 3c = 5 \\ 9a + 3b + c = 12 & E3 = E3 - 9E1 & -6b - 8c = 12 & E3 = E3 - 3E2 & c = -3 \end{cases}$$

por tanto  $c = -3$ ,  $\Rightarrow -2b + 9 = 5 \Rightarrow -2b = -4 \Rightarrow b = 2$  y por último  $a + 2 - 3 = 0 \Rightarrow a = 1$ . Por tanto la parábola es:

$$y = x^2 + 2x - 3.$$

5. Los costes de una empresa de tres meses distintos vienen dados por la siguientes tabla:

Mes	2.º	4.º	7.º
Gastos (miles de euros)	1,2	1,6	1,5

- Determina la función de interpolación cuadrática que se ajusta a los datos de la tabla.
- ¿Qué gastos se estima puede haber el 5º mes?
- ¿Qué gastos se estiman para el 8º mes?

### SOLUCIÓN:

- a) Consideremos la función cuadrática  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Entonces esta función debe verificar que:

$$f(2) = 1,2 \Rightarrow 4a + 2b + c = 6/5,$$

$$f(4) = 1,6 \Rightarrow 16a + 4b + c = 8/5 \text{ y}$$

$$f(7) = 1,5 \Rightarrow 49a + 7b + c = 3/2$$

Resolviendo el sistema lineal:

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 6/5 \\ 16a + 4b + c = 8/5 \\ 49a + 7b + c = 3/2 \end{cases} \text{ obtenemos como soluciones } a = -7/150, b = 12/25, c = 32/75.$$

Luego la función de interpolación cuadrática es:

$$f(x) = -\frac{7}{150}x^2 + \frac{12}{25}x + \frac{32}{75}$$

- b) Para dar una estimación de los gastos el 5º mes calculamos por interpolación el valor de:

$$f(5) = \frac{83}{50} = 1,66 \text{ euros.}$$

- c) Para obtener una estimación de los gastos el 8º mes calculamos por extrapolación el valor de:

$$f(8) = \frac{32}{25} = 1,28 \text{ euros.}$$