

Problemas de interpolación lineal y cuadrática

1. El precio de un viaje en tren es en función de los km recorridos. Recorrer 57 km cuesta 2,85 € y 68 km vale 3,40 €. Se pide:
- Hallar la función lineal que expresa el coste del billete en función de los km recorridos.
 - Calcular por extrapolación el precio del billete cuando la distancia recorrida sea de 500 km.
 - Si un billete cuesta 4 €, ¿cuántos km tiene el recorrido?
- Sol.: a) $p(x)=x/20$; b) $P(500)=25$; c) $x=80$

2. El número de habitantes (en miles) de una determinada ciudad ha evolucionado según la siguiente tabla:

Años	1987	1988	1989
Población	53	71	91

Sabiendo que dicha población se ajusta a una función cuadrática, calcular la población que tenía la ciudad en 1985.

Sol.: 23

3. Un comité sobre el seguimiento de las pruebas de selectividad en la Universidad de Murcia tiene los siguientes datos sobre el número de alumnos matriculados en las pruebas:

Año	1984	1988	1989
Nº de alumnos matriculados	3000	3800	4100

Obtener el polinomio interpolador de segundo grado para estimar:

- El número de alumnos matriculados en 1986.
- El número de alumnos que se matricularán en 1995.
- ¿Cuál de las dos estimaciones es más fiable?

Sol.: a) 3320 alumnos b) 6740 alumnos

4. Encontrar el polinomio de segundo grado que pasa por los puntos: (0, 9), (3, 10) y (2, 9).

Sol.: $P(x)=x^2/3-2x/3+9$

5. Hallar el polinomio interpolador que pasa por los puntos (-1, -2), (0, 1), (1, 2) y (4, 0). Calcular el valor de interpolación para $x=3$, y el valor de extrapolación para $x=5$.

Sol.: $p(x)=-13/20x^2+47/20x+1$

6. Dada la función $f(x)$:

x	1	2	3	4	5
f(x)	-3	-1	5	¿	21

Hallar la función cuadrática de interpolación para $x = 1$, $x = 3$ y $x = 5$.

Sol.: $p(x)=x^2-4$

- ¿Qué valor corresponde a $x = 4$?

Sol.: 12

- ¿Qué error cometemos en $x = 2$ si calculamos $f(2)$ mediante la función de interpolación?

Sol.: $E=1$

7. Los beneficios, en miles de euros, de una empresa fueron

Año	1975	1980	1982	1985	1990
Beneficios	20	60	77	140	255

- ¿Habría servido la extrapolación lineal de los años 1982-85 para determinar los beneficios de 1980?
- Y la interpolación lineal 1982-1990 para determinar la ganancia de 1985?
- Hallar el polinomio interpolador de 2º grado determinado por los beneficios de los años 1975, 1980 y 1985. ¿Podría servir esa función para extrapolar el beneficio de 1990?

8. Dada la tabla

X	0	1	4
Y	1	-3	5

Calcula el valor de y para $x=0,5$ y $x=2$:

(a) mediante la interpolación lineal.

Sol.: 1,5 ; 3

(b) mediante la interpolación cuadrática.

Sol.: -17/12; -11/3

9. Calcular el polinomio interpolador de segundo grado correspondiente a las potencias de base 2 y exponentes 1, 2 y 3, ¿Qué error se comete cuando se emplea ese polinomio para hallar 2^0 y 2^4 ?

Sol.: $p(x) = x^2 - x + 2$ $E(0)=1$; $E(4)=2$

10. La población mundial para los años que se indicaran era:

Año	1965	1975	1985	1990
Población (millones)	3.340	4.080	4.850	5.290

¿Hubiese sido buena la predicción para 1990 de la función de interpolación cuadrática correspondiente a los otros tres años?.

Sol.: 5246,25

Mediante esta función: Calcular en qué año la población mundial será de 6500 millones.

¿Piensas que has hecho una predicción correcta?

Sol.: 2005

11. En un experimento para determinar la temperatura corporal, como resultado de la administración de un nuevo fármaco, se obtuvieron los siguientes valores, en función del tiempo transcurrido desde su toma:

Tiempo (horas)	0	1	2	3	4	5
Temperatura °	36,8	37,2	38,3	37,9	37,7	37,5

Determinar la temperatura corporal aproximada a las 2h y 45 minutos de la administración del fármaco.

12. El número de calorías por español y día, en el período 1962-1987, siguió esta tendencia:

Año	1962	1970	1980	1987
Miles de calorías	2,76	2,87	3,32	3,49

a) Hallar la previsión para 1990 a partir de la función lineal de los dos últimos años. Sol.: 3,56

b) Efectuar la misma previsión con el polinomio de interpolación de 2º grado a partir de los datos de 1970 a 1987.

Sol.: 3,77

13. Las diferentes contracciones de un resorte (en mm), dependiendo de las cargas aplicadas (en kp), vienen dadas en la siguiente tabla:

Carga (x)	5	10	15	20	25
Contrac. (y)	49	105	172	253	352

Hallar la función cuadrática que se ajusta a las contracciones correspondientes a $x=5$, $x=15$ y $x=25$. ¿Qué error se comete se la empleamos para calcular las contracciones cuando las cargas son $x=10$ y $x=20$?

14. Asumamos que el número de pulsaciones por minuto de las personas es función de su altura (en metros), de acuerdo con los siguientes datos:

Altura	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8
Pulsaciones	124	107	95	86	80	74	69

Dibujar los valores dados. ¿Una interpolación lineal para 0,9 metros de altura sería adecuada? Realizar esta estimación gráfica y analíticamente.

Sol.: 101