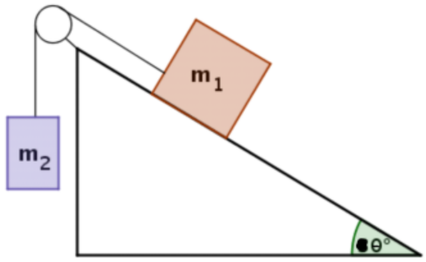
1) Una masa en un plano inclinado está unida a otra masa colgante mediante una cuerda y una polea como se muestra en la figura. La masa m_1 en el plano inclinado es de 500 g, la masa colgante m_2 es de 300 g, el ángulo θ es de 59° y el coeficiente de rozamiento es 0,2. Calcular:

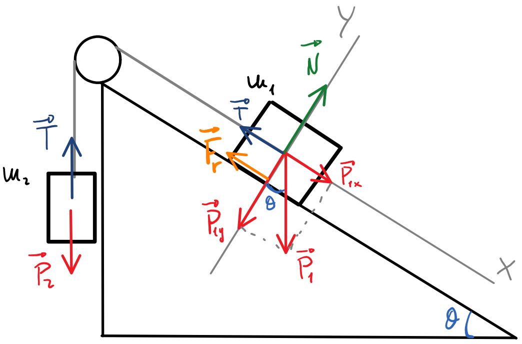


a) Haz un diagrama de fuerzas de cada cuerpo, e indica el sentido de movimiento del sistema. (1 puntos)

b) Calcula con qué aceleración se mueve el sistema y el valor de la tensión de la cuerda. (2 puntos)

c) ¿Qué coeficiente de rozamiento debiera haber entre el plano y la masa m_1 para que el sistema se moviese con movimiento rectilíneo uniforme? (2 puntos)

a) Voy a representar las fuerzas existentes sobre cada cuerpo. Diagrama de fuerzas:



Datos: $m_1 = 0,5$ kg ; $m_2 = 0,3$ kg ; $\theta = 59°$
$\mu = 0,2$

- Fuerzas sobre m_1:
  - $\vec{P}_1$ → Peso de m_1. La dividimos en dos componentes: $\vec{P}_{1x}$ y $\vec{P}_{1y}$.
  - $\vec{N}$ → Fuerza Normal que ejerce el plano sobre m_1.
  - $\vec{T}$ → Tensión que ejerce la cuerda sobre m_1
  - $\vec{F}_r$ → Fuerza de rozamiento del plano sobre m_1. (No la representamos hasta averiguar el sentido de movimiento del sistema, pues $\vec{F}_r$ se opone a dicho movimiento.

- Fuerzas sobre m_2:
  - $\vec{T}$ → Tensión de la cuerda sobre m_2.
  - $\vec{P}_2$ → Peso de m_2.

• Cálculos previos:

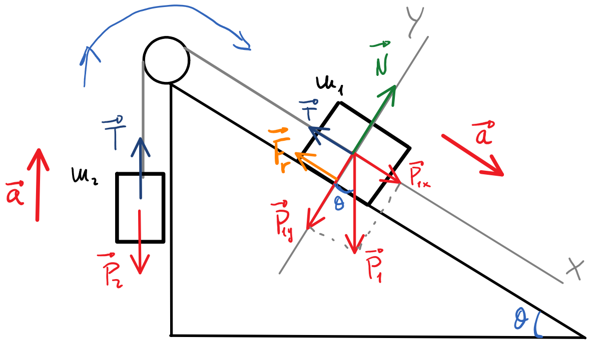
$\vec{P}_1 = m_1 \cdot g = 0,5 \cdot 9,8 = 4,9$ N ; $P_{1x} = P_1 \cdot \text{sen}\theta = 4,9 \cdot \text{sen}59° = 4,2$ N ; $P_{1y} = P_1 \cdot \cos\theta = 4,9 \cdot \cos 59° = 2,52$ N

$P_2 = m_2 \cdot g = 0,3 \cdot 9,8 = 2,94$ N

- Las fuerzas que tienden a mover el sistema en uno u otro sentido son: P_{1x} (hacia la derecha), $\vec{P}_2$ (hacia la izquierda). Como vemos en los cálculos anteriores: $P_{1x} > P_2$, por tanto el sistema se moverá hacia la derecha (en sentido horario).

Ahora dibujamos en el esquema de arriba la $\vec{F}_r$.

b) Vamos a aplicar la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y en cada eje:



Dato: $m_1 = ,5\ kg$; $m_2 = 0,3\ kg$; $\theta = 59°$
$\mu = 0,2$

$\boxed{m_1}$: Eje X : $P_x - T - F_r = m_1 a \rightarrow 4,2 - T - F_r = 0,5 \cdot a$

Eje Y : $N - P_{1y} = 0 \rightarrow N = P_{1y} = 2,52 \rightarrow F_r = \mu \cdot N = 0,2 \cdot 2,52 = 0,504\ N$

$\rightarrow 4,2 - T - 0,504 = 0,5 \cdot a \rightarrow \boxed{3,696 - T = 0,5 \cdot a}$ (I)

$\boxed{m_2}$: $T - P_2 = m_2 a \rightarrow \boxed{T - 2,94 = 0,3 \cdot a}$ (II)

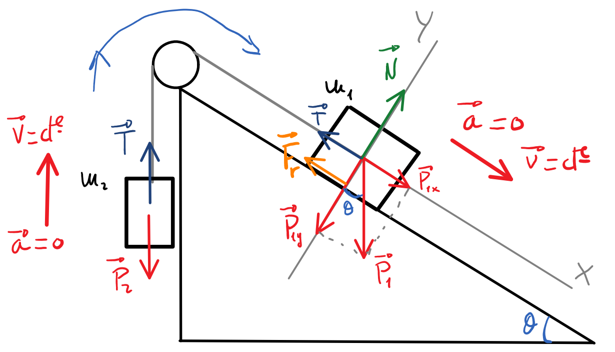
$\rightarrow$ Sumamos (I) y (II) : $3,696 - 2,94 = 0,8 \cdot a \rightarrow a = \dfrac{3,696 - 2,94}{0,8} \rightarrow \boxed{a = 0,945\ m/s^2}$

Sustituyendo en (II): $T = 0,3 \cdot 0,945 + 2,94 \rightarrow \boxed{T = 3,22\ N}$

c) Vamos a aplicar de nuevo la 2ª ley de Newton a cada cuerpo y eje, pero ahora con las nuevas condiciones:

M.R.U. $\longrightarrow a = 0$

Coeficiente de rozamiento $\longrightarrow$ incógnita (μ).



Datos: $m_1 = 0{,}5\ kg$; $m_2 = 0{,}3\ kg$; $\theta = 59°$

$\mu = 0{,}2$

$\boxed{m_1}$: Eje X : $P_{1x} - T - F_r = m_1 a \longrightarrow 4{,}2 - T - F_r = 0$

Eje Y : $N - P_{1y} = 0 \longrightarrow N = P_{1y} = 2{,}52 \longrightarrow F_r = \mu \cdot N = \mu \cdot 2{,}52$

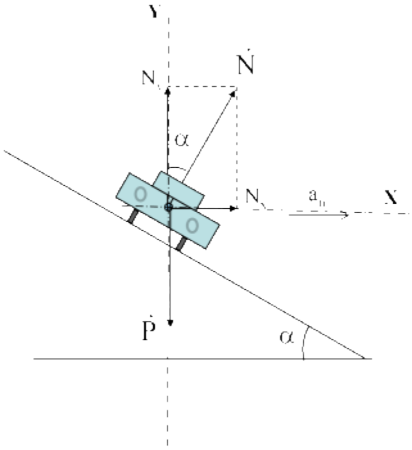
$\longrightarrow 4{,}2 - T - 2{,}52 \cdot \mu = 0 \longrightarrow T = 4{,}2 - 2{,}52 \cdot \mu$

$\boxed{m_2}$: $T - P_2 = m_2 a \longrightarrow T - 2{,}94 = 0 \longrightarrow T = 2{,}94\ N$

$\longrightarrow 2{,}94 = 4{,}2 - 2{,}52 \cdot \mu \longrightarrow \mu = \dfrac{4{,}2 - 2{,}94}{2{,}52} \longrightarrow \boxed{\mu = 0{,}5}$

2) Calcula la velocidad máxima de un vehículo que toma una curva de 50 m de radio con un peralte de 15° si el coeficiente de rozamiento es cero y la masa del vehículo 1000 kg. (2 puntos)

Vista trasera del vehículo tomando la curva.



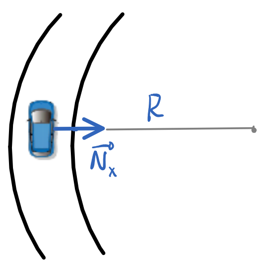
- Las fuerzas que sufre el vehículo son:

  $\vec{N} \rightarrow$ Normal del suelo sobre él. La dividimos en dos componentes, $\vec{N}_x$ y $\vec{N}_y$.

  $\vec{P} \rightarrow$ Peso del vehículo.

- Como no hay fuerza de rozamiento, la fuerza centrípeta que obliga al vehículo a describir la curva (movimiento circular), es $\vec{N}_x$ (dirigida hacia el centro de la curva).

Vista cenital de la curva:



- Aplicamos la 2ª ley de Newton en cada eje:

Eje X: $N_x = m \cdot a_n \rightarrow N \cdot \operatorname{sen}\alpha = m \frac{v^2}{R}$

Eje Y: $N_y - P = 0 \rightarrow N \cdot \cos\alpha = m g$

$\rightarrow$ Divido ambas: $\frac{N \operatorname{sen}\alpha}{N \cos\alpha} = \frac{m \cdot v^2/R}{m \cdot g} \rightarrow$

$\rightarrow \operatorname{tg}\alpha = \frac{v^2}{R \cdot g} \rightarrow v = \sqrt{R \cdot g \operatorname{tg}\alpha} \rightarrow$

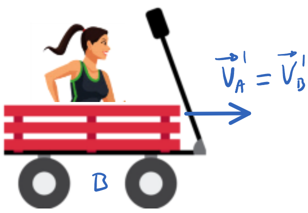
Datos: $m = 1000\ kg$; $R = 50\ m$; $\alpha = 15°$; $g = 9{,}8\ m/s^2$

$\rightarrow \quad v = \sqrt{50 \cdot 9{,}8 \cdot \operatorname{tg} 15°} \rightarrow \boxed{v = 11{,}46\ m/s = 41{,}25\ km/h}$

3) Una persona de 60 kg corre, a 10 m/s, tras una vagoneta de 200 kg que se desplaza a 7 m/s. Cuando alcanza a la vagoneta salta encima, continuando los dos juntos el movimiento. Calcular con qué velocidad se mueven tras subirse encima. (1 punto)

Antes:

Después:



Datos:

Persona (A): $m_A = 60\,kg$

Velocidad antes: $\vec{v}_A = 10\,\vec{i}\ m/s$

Vagoneta (B): $m_B = 200\,kg$

Velocidad antes: $\vec{v}_B = 7\,\vec{i}\ m/s$

Velocidad de ambos después:

$$\vec{v}_A' = \vec{v}_B' = \vec{v}' = ?$$

Aplicamos el teorema de conservación del momento lineal:

$$\sum \vec{P}_{antes} = \sum \vec{P}_{después} \longrightarrow m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B = (m_A + m_B)\,\vec{v}' \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \vec{v}' = \frac{m_A \cdot \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{60 \cdot 10\,\vec{i} + 200 \cdot 7\,\vec{i}}{60 + 200} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow \boxed{\vec{v}' = \frac{2000\,\vec{i}}{260} \simeq 7{,}69\,\vec{i}\ \ m/s}$$