PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

22 de julio de 2022

1. Gravitación.

1. Fobos es uno de los satélites de Marte. La masa de Fobos es de $1.08 \cdot 10^{16}$ kg. Suponiendo que Fobos describe una órbita circular alrededor de Marte a una velocidad de 2136.6 mis, calcular: a) El radio de la órbita de Fobos. b) La energía mínima necesaria para separar Fobos de Marte hasta una distancia infinita. Constante de gravitación universal: G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m^2/kg^2. Masa de Marte: $6.42 \cdot 10^{23}$ kg.

   Respuesta:

   a) A partir de la velocidad orbital:

   $$\mathrm{v} = \sqrt{\frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{r}}}$$

   Se puede despejar el radio de la órbita:

   $$\mathrm{r} = \frac{\mathrm{GM}}{\mathrm{v}^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{2136,6^2} = 9,38 \cdot 10^6 \mathrm{m}$$

   b) La energía necesaria será:

   $$\mathrm{W} = \Delta \mathrm{U} = \frac{\mathrm{GMm}}{\mathrm{r}} - 0 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \cdot 1,08 \cdot 10^{16}}{9,38 \cdot 10^6} = 4,93 \cdot 10^{22} \mathrm{J}$$

   En este caso, el signo positivo del trabajo indica que debe ser realizado contra el campo gravitatorio.

2. Un satélite geoestacionario es un satélite situado sobre el ecuador terrestre en órbita circular con periodo orbital de un día. El radio de la Tierra es $6.38 \cdot 10^6$ m y la masa de la Tierra es $5.98 \cdot 10^{24}$ kg. Calcular: a) La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encuentra el satélite. b) La velocidad lineal del satélite. Constante de gravitación universal: G = $6.67 \cdot 10^{-11}$ N$\cdot$ m^2/kg^2

   Respuesta:

   a) Aplicando la Tercera ley de Kepler, y despejando r:

   $$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} 86400^2}{4\pi^2}} = 4,22 \cdot 10^7 \mathrm{m}$$

   la altura sobre la superficie de la Tierra será: $h = r - r_T = 4,22 \cdot 10^7 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,59 \cdot 10^7 \mathrm{m}$

   b) La velocidad lineal será:

   $$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{4,22 \cdot 10^7}} = 3074 \, \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$

3. a) Deducir razonadamente, a partir de la 2ª ley de Newton, la expresión del periodo orbital de un planeta en órbita circular alrededor del Sol. Dar la expresión en función de la masa del Sol, Ms, y el radio R de la órbita del planeta. b) Si el radio de la órbita de la Tierra, suponiéndola circular, es R = 1.5 x 10^{11} m, calcular el valor de la masa del Sol. Constante de gravitación universal: G = 6.67 x 10^{-11} Nm^2/kg^2.

   Respuesta:

   a) La fuerza de atracción entre el Sol y un planeta es:

   $$F = \frac{GM_S m}{R^2} = ma = m\,\frac{v^2}{R} = \frac{m\omega^2 R^2}{R} = \frac{4\pi^2 R\, m}{T^2}$$

despejando el periodo:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_S}}$$

b) sabiendo que el periodo de la Tierra alrededor del Sol es de un año ($3,15 \cdot 10^7$ s), tendremos, despejando de la anterior igualdad:

$$M_S = \frac{4\pi^2(1,5 \cdot 10^{11})^3}{6,67 \cdot 10^{-11}(3,15 \cdot 10^7)^2} = 2 \cdot 10^{30}\text{kg}$$

4. La luz del Sol tarda 3.22 minutos en llegar a Mercurio y 8.31 minutos en llegar a la Tierra. Suponiendo que las órbitas descritas por los dos planetas son circulares, calcular la velocidad angular orbital de Mercurio en torno al Sol. Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) Los respectivos radios de las órbitas de Mercurio y de la Tierra alrededor del Sol son:

$$r_M = 3,22 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^8 = 5,796 \cdot 10^{10}\text{m} \qquad \text{r}_\text{T} = 8,31 \cdot 60 \cdot 3 \cdot 10^8 = 1,496 \cdot 10^{11}\,\text{m}$$

Dividiendo los periodos de revolución de la Tierra y Mercurio, tendremos:

$$\frac{365 \cdot 86400}{T_M} = \sqrt{\frac{r_T^3}{r_M^3}} = \sqrt{\frac{(1,496 \cdot 10^{11})^3}{(5,796 \cdot 10^{10})^3}} = 4,15 \quad T_M = 7,61 \cdot 10^6\,s$$

La velocidad angular de Mercurio será:

$$\omega = \frac{2\pi}{7,61 \cdot 10^6} = 8,26 \cdot 10^{-7}\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

5. a) Deducir razonadamente, a partir de consideraciones energéticas, la expresión de la velocidad de escape desde la superficie de un planeta. Dar la expresión en función de la masa M del planeta y el radio R del mismo. b) Calcular el valor de la velocidad de escape desde la superficie de Júpiter sabiendo que el radio de éste es $7 \cdot 10^7$ m y su masa, de $1,9 \cdot 10^{27}$ kg. Constante de Gravitación Universal, G = $6,67 \cdot 10^{-11}$N$\cdot$ m^2/kg^{-2}

Respuesta:

a) La velocidad de escape es aquella que hay que comunicar a un cuerpo para que abandone la atracción de un planeta, lo que supondría llevarlo hasta una distancia infinita de aquel. Se aplicamos el Principio de Conservación de Energía, tendremos lo siguiente:

$$-\frac{\text{GMm}}{\text{R}} + \frac{1}{2}\text{mv}_\text{e}^2 = 0$$

Siendo el primer sumando la energía potencial del cuerpo en la superficie del planeta y el segundo, la energía cinética que se le comunica, donde v_e es la velocidad de escape. El valor cero del segundo miembro es la energía total del cuerpo a una distancia infinita del planeta. Con todo ello, podemos despejar la velocidad de escape:

$$\text{v}_\text{e} = \sqrt{\frac{2\text{GM}}{\text{R}}}$$

b) Aplicando la expresión anterior a Júpiter, tendremos:

$$\text{v}_\text{e} = \sqrt{\frac{2\text{GM}}{\text{R}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9 \cdot 10^{27}}{7 \cdot 10^7}} = 60173\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

6. Se quiere poner un satélite con una masa de 2 x 10^3 kg en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 400 km sabre la superficie terrestre. Calcular: a) La velocidad lineal del satélite en esa orbita. b) La energía necesaria para poner al satélite en esa órbita. Radio de la Tierra: R_T = 6400 km. Constante de gravitación universal: G = 6.67 x 10^{-11} N m^2kg^{-2}Masa de la Tierra, M = $6{\cdot}10^{24}$ kg

Respuesta:

a) El radio de la órbita será: $r = 6,4 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5 = 6,8 \cdot 10^6$ m. La velocidad de la órbita tendrá el valor:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,8 \cdot 10^6}} = 7672\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) La energía que deberá aplicarse es igual a la diferencia de la energía total en la órbita menos la energía potencial en la superficie del planeta, es decir:

$$E = -\frac{GMm}{2r} - \left(-\frac{GMm}{r_0}\right) = -6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 2 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{6,4 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 6,8 \cdot 10^6}\right) = 6,62 \cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

7. Un satélite de masa m, esta girando alrededor de la Tierra en una órbita circular de radio R. a) Deducir razonadamente, aplicando la 2ª ley de Newton, una expresión de la energía mecánica de ese satélite, en la que solo aparezcan m,, R, la masa M_T de la Tierra y la constante de gravitación universal G. b) Calcular la velocidad con que debe despegar un satélite para alcanzar una órbita circular de radio triple del de la Tierra; Radio de la Tierra: Rr = 6400 km. Masa de la Tierra: M_T = $6{\cdot}10^{24}$ kg. Constante de gravitaci6n universal: G = $6.67{\cdot}10^{-11}$ $Nm^2{\cdot}kg^{-2}$

Respuesta:

a) La energía mecánica será la suma de las energía cinética y potencial, siendo la primera:

$$U = -\frac{GM_Tm}{R}$$

Aplicando el segundo principio de Newton, tendremos:

$$\frac{GM_Tm}{R^2} = \frac{mv^2}{R} \qquad v = \sqrt{\frac{GM_T}{R}}$$

Le energía cinética tendrá el valor:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM_Tm}{2R}$$

Con lo que la energía mecánica valdrá:

$$E = E_c + U = -\frac{GM_Tm}{2R}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GM_Tm}{R_T} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GM_Tm}{6R_T}$$

Sustituyendo valores, se obtiene: v = **10208 m/s**.
(*) Se entiende que esta velocidad será la necesaria para que, una vez alcanzada la altura de la órbita, el satélite la describa, es decir, no llegue a dicha altura con una velocidad nula.

8. En la superficie de un planeta que tiene un radio de 4000 km, el valor de la aceleración de la gravedad es de 5 m/s^2 Calcular: a) La masa de ese planeta. b) La velocidad de escape del campo gravitatorio de ese planeta de un cuerpo situado en la superficie del planeta. Constante de gravitación universal: G = $6.67{\cdot}10^{-11}$ Nm^2/kg

Respuesta:

a) La aceleración de la gravedad será:

$$g = \frac{GM}{r^2} \qquad 5 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} M}{(4 \cdot 10^6)^2} \qquad M = 1,2 \cdot 10^{24} kg$$

b) la velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,2 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 10^6}} = 6326\, m \cdot s^{-1}$$

9. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad lineal de 2 km/s. Calcular: a) La altura sobre la superficie terrestre a la que se encuentra el satélite. b) La velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre de un cuerpo situado a esa altura. Radio de la Tierra: R_T= 6400 km. Masa de la Tierra: M_T = 6 x 10^{24} kg. Constante de gravitación universal: G = 6.67 x 10^{-11} N.m^2/kg^2.

Respuesta:

a) La velocidad de una órbita es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad 2000 = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{r}} \qquad r = 10^8 m$$

La altura respecto a la superficie terrestre será:

$$h = r - R_T = 10^8 - 6,4 \cdot 10^6 = 9,365 \cdot 10^7 m$$

b) La velocidad de escape será:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{10^8}} = 2829\, m \cdot s^{-1}$$

10. Un planeta de 25·10^{24} kg de masa gira alrededor de una estrella describiendo una órbita circular con un radio de 2·10^8 km. El periodo orbital del planeta es de 1.5 años terrestres. Calcular: a) La masa de la estrella. b) Las energías cinética y potencial gravitatoria del planeta. Constante de gravitación universal: G = 6.67·10^{-11} N.m^2/kg^2

Respuesta:

a) A partir de la tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \qquad 1,5 \cdot 365 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (2 \cdot 10^{11})^3}{6{,}67 \cdot 10^{-11} M}} \qquad M = 2,12 \cdot 10^{30} kg$$

b) La respectivas energías serán:

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,12 \cdot 10^{30} \cdot 2,5 \cdot 10^{24}}{2 \cdot 10^{11}} = -1,77 \cdot 10^{33} J$$

$$E_c = \frac{GMm}{2r} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2,12 \cdot 10^{30} \cdot 2,5 \cdot 10^{24}}{4 \cdot 10^{11}} = 8,84 \cdot 10^{32} J$$

11. a) Deducir razonadamente, a partir de la 2ª ley de Newton, la expresión de velocidad angular orbital de un planeta en órbita circular alrededor del Sol. Dar la expresión en función de la masa del Sol Ms y el radio R de la órbita del planeta. b) Calcular el valor de la velocidad angular orbital de Neptuno, sabiendo que el radio de la órbita de Neptuno es de $4.5 \cdot 10^{12}$ m que el radio de la órbita de la Tierra es de $1.5 \cdot 10^{11}$ m. Constante de gravitación universal: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2/kg^{-2}

Respuesta:

a) Aplicando la 2ª ley de Newton, podremos escribir:

$$F = ma \qquad \frac{GM_sm}{R^2} = \frac{mvR^2}{R} = m\omega^2 R \qquad \omega = \sqrt{\frac{GM_s}{R^3}}$$

b) A partir de la expresión anterior, podremos escribir:

$$\frac{\omega_T}{\omega_S} = \frac{\sqrt{\dfrac{GM_s}{(1,5 \cdot 10^{11})^3}}}{\sqrt{\dfrac{GM_s}{(4,5 \cdot 10^{12})^3}}} = 164,32$$

Sabiendo que el periodo de rotación de la Tierra alrededor del Sol es: $T = \dfrac{2\pi}{\omega_T} = 365 \cdot 86400 = 3,154 \cdot 10^7 s$, tendremos que $\omega_T = 1,99 \cdot 10^{-7} rad/s$, por lo que la velocidad angular de saturno será:

$$\omega_S = \frac{1,99 \cdot 10^{-7}}{164,32} = 1,21 \cdot 10^{-9} rad \cdot s^{-1}$$

12. Un satélite de $3 \cdot 10^3$kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 200 km sobre la superficie terrestre. Se quiere pasar el satélite a otra órbita circular a una altura de 400 km sobre la superficie terrestre. Calcular: a) La velocidad lineal del satélite en cada órbita. b) La energía necesaria para cambiar al satélite de órbita. Radio de la Tierra: $R_T = 6400$ km. Constante de gravitación universal: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ N $m^2 kg^{-2}$ Masa de la Tierra: $M_T = 6 \cdot 10^{24}$ kg.

Respuesta:

a) Las respectivas velocidades serán las siguientes:

$$v_{200} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5}} = 7787 \cdot m \cdot s^{-1} \qquad v_{200} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{6,4 \cdot 10^6 + 4 \cdot 10^5}} = 7672 \cdot m \cdot s^{-1}$$

b) aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{2\,r_1} + E = -\frac{GMm}{r_2} \qquad E = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 3 \cdot 10^3}{2} \left(\frac{1}{6,6 \cdot 10^6} - \frac{1}{6,8 \cdot 10^6}\right) = 2,68 \cdot 10^9 \text{ J}$$

13. Un satélite de 500 kg se sitúa a una altura de 1200 km sobre la superficie de la Tierra en órbita circular. Determinar: a) ¿Cuánto ha variado la energía potencial gravitatoria del satélite respecto a la que tenía en la superficie de la tierra? b) ¿Cuál sería la energía mecánica en esa órbita? Datos: radio de la Tierra $R_T = 6.4 \times 10^3$ km; masa de la Tierra $M_T = 6 \times 10^{24}$ kg; constante de la gravitación universal $G = 6.7 \times 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2} .

Respuesta:

a) En la superficie de la Tierra, la energía potencial gravitatoria es:

$$U_0 = -\frac{GMm}{R_T} = -\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 500}{6,4 \cdot 10^6} = -3,14 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La energía potencial en la órbita es:

$$U = -\frac{GMm}{R_O} = -\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 500}{6,4 \cdot 10^6 + 1,2 \cdot 10^6} = -2,64 \cdot 10^{10}\,J$$

La energía potencial se ha incrementado en:

$$\Delta U = -2,64 \cdot 10^{10} - \left(-3,14 \cdot 10^{10}\right) = 5 \cdot 10^9\,J$$

b) La energía mecánica de la órbita es:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = \frac{U}{2} = -1,32 \cdot 10^{-10}\,J$$

14. El planeta Mercurio tiene una gravedad en su superficie de 0.376 veces la terrestre y su radio es 0.38 veces el radio terrestre. a) Obtén la masa de Mercurio. b) Determina la velocidad de escape desde la superficie de Mercurio. Datos: radio de la Tierra $R_T = 6.4 \text{ x } 10^3$ km; constante de gravitación universal $G = 6.7 \text{ x } 10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$.

Respuesta:

a) Conocida la expresión de la aceleración de la gravedad:

$$g_T = \frac{GM_t}{R_T^2} \qquad 0,376\,g_T = \frac{GM_M}{R_M^2} = \frac{GM_M}{0,38^2R_T^2}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{1}{0,376} = \frac{\frac{GM_T}{R_T^2}}{\frac{GM_M}{0,38^2R_T^2}} = \frac{0,38^2M_T}{M_M} = \frac{0,38^2 \cdot 6 \cdot 10^{24}}{M_M}$$

$$M_M = 0,38^2 \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 0,376 = 3,26 \cdot 1'^{23}\,kg$$

b) La velocidad de escape de la superficie de Mercurio es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 3,26 \cdot 10^{23}}{0,38 \cdot 6,4 \cdot 10^6}} = 4238,2\,m \cdot s^{-1}$$

15. Un satélite artificial describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura 9000 km. Calcular: a) La velocidad lineal a la que se mueve el satélite. b) La velocidad de escape del campo gravitatorio terrestre de un cuerpo situado a esa altura. Radio de la Tierra: Rr = 6400 km. Masa de la Tierra: Mt = 6 x 10^{24} kg. Constante de gravitación universal: G = 6. 67 x 10^{-11} N m^2/kg ^{2}.

Respuesta:

a) La velocidad viene dada por:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{9 \cdot 10^6}} = 6668\,m \cdot s^{-1}$$

b) La velocidad de escape será:

$$v = v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{9 \cdot 10^6}} = 9430\,m \cdot s^{-1}$$

16. Un satélite de 3 x 10^3 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 200 km sobre la superficie terrestre. Se quiere pasar el satélite a otra órbita circular a una altura de 400 km sobre la superficie terrestre. Calcular la energía necesaria para cambiar al satélite de órbita. Radio de la Tierra: Rt = 6400 km. Masa de la Tierra: Mt = 6 x 10^{24} kg. Constante de gravitación universal: G = 6.67 x 10^{-11} N m^2/kg^2

Respuesta:

La energía a 200 km sobre la superficie terrestre es:

$$\mathrm{E_1} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r_1}} = -\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 3\cdot 10^3}{2(6,4\cdot 10^6+2\cdot 10^5)} = -9,09\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

A una altura de 400 km, la energía será:

$$\mathrm{E_2} = -\frac{\mathrm{GMm}}{2\mathrm{r_2}} = -\frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 3\cdot 10^3}{2(6,4\cdot 10^6+4\cdot 10^5)} = -8,82\cdot 10^{10}\,\mathrm{J}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$\mathrm{E_1}+\mathrm{E}=\mathrm{E_2} \qquad \mathrm{E}=\mathrm{E_2}-\mathrm{E_1} = -8,82\cdot 10^{10}-(-9,09\cdot 10^{10}) = 2,7\cdot 10^9\,\mathrm{J}$$

17. Determinar el punto de la línea que une el centro de la Tierra con el centro de la Luna en el que el campo gravitatorio es cero. Tómese como distancia Tierra-Luna el valor de 3,84·10^5 km, y considérese que la masa de la Luna es 0,0123 veces la masa de la Tierra.

Respuesta:

Supondremos que la distancia de la Luna al punto mencionado es x, siendo $3,84\cdot 10^5$- x la distancia de la Tierra a dicho punto. Para que el campo gravitatorio en éste sea nulo, deberá cumplirse que:

$$\frac{GM_L}{x^2} = \frac{GM_T}{(3,84\cdot 10^8 - x)^2}$$

Agrupando, nos queda:

$$\frac{M_L}{M_T} = 0,0123 = \frac{x^2}{(3,84\cdot 10^8 - x)^2}$$

Obteniéndose el valor x = **4,25·10^7 m**

18. Calcular: a) El trabajo que hay que realizar para trasladar un cuerpo de 20 kg desde la superficie de la tierra hasta una altura igual al radio de la Tierra. b) La velocidad mínima con que habría que lanzarlo para que alcanzara dicha altura. Datos: radio de la Tierra: 6,4·10^3 km; masa de la Tierra: 6·10^{24} kg; constante de Gravitación Universal: 6,67·10^{-11} N· m^2·kg^{-2}

Respuesta:

a) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía mecánica, tendremos:

$$\frac{-\mathrm{GM_T}20}{\mathrm{r_T^2}} + \mathrm{W} = \frac{-\mathrm{GM_T}20}{(2\mathrm{r_T})^2}$$

$$\frac{-6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 20}{6,4\cdot 10^6} + \mathrm{W} = \frac{-6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 20}{1,28\cdot 10^7}$$

$$\mathrm{W} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 6\cdot 10^{24}\cdot 20}{6,4\cdot 10^6}\left(1-\frac{1}{2}\right) = 6,25\cdot 10^8\,\mathrm{J}$$

b) Igualando el trabajo a la energía cinética, tendremos:

$$6,25\cdot 10^8 = \frac{1}{2}\,20\,\mathrm{v}^2 \qquad \mathrm{v} = 7908\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

19. La aceleración de la gravedad en la superficie de Urano tiene un valor de 8.9 m/s^2. Calcule: a) El radio medio de Urano. b) El peso en Urano de un objeto cuyo peso en la superficie de la Tierra es 1100 N. c) La velocidad de escape de la superficie de Urano. Razonar la respuesta. Datos: Radio de la Tierra R_T = 6.4 x 10^3 km; masa de la Tierra M_T = 6 x 10^{24} kg ; masa de Urano Mu = 8.7 x 10^{25} kg ; constante de la gravitación universal G = 6.7 x 10^{-11} Nm^2 kg^{-2}.

Respuesta:

a) El radio medio de Urano es:

$$8,9 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,7 \cdot 10^{25}}{r_U^2} \qquad r_U = 2,55 \cdot 10^7\,\mathrm{m}$$

b) La masa del cuerpo es:

$$1100 = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot m}{(6,4 \cdot 10^6)^2} \qquad m = 112,58\,\mathrm{kg}$$

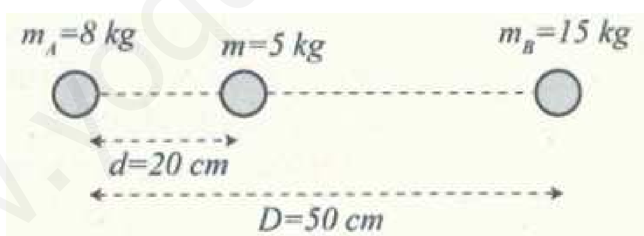
El peso en Urano es:

$$P = 112,58 \cdot 8,9 = 1002\,\mathrm{N}$$

c) La velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM_U}{r_U}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,7 \cdot 10^{25}}{2,55 \cdot 10^7}} = 21333,4\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

20. Dos masas puntuales m_A= 8 kg y m_B=15 kg se encuentran a una distancia fija D =50 cm. Una tercera partícula de masa m=5 kg se abandona inicialmente en reposo en un punto del segmento que conecta m_A y m_B a una distancia d = 20 cm de m_A. Suponiendo que estas tres masas están completamente aisladas del resto del universo, calcular: a) La aceleración que adquiere la partícula de masa m = 5 kg en ese punto (módulo, dirección y sentido). Razonar la respuesta.b) La energía potencial gravitatoria de la masa m = 5 kg en ese punto. Dato: Constante de la gravitación universal G = 6.7 x 10^{-11} Nm^2 kg^{-2} .



Respuesta:

a) La fuerza que actúa sobre la masa es:

$$\vec{F} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8 \cdot 5}{0,04}\vec{i} + \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 15 \cdot 5}{0,09}\vec{i} = -1,11 \cdot 10^{-8}\,\vec{i}$$

Pues la masa de 5 kg será atraída tanto por la masa de 8 kg como por la de 15 kg.
La aceleración será:

$$\vec{a} = \frac{-1,11 \cdot 10^{-8}\,\vec{i}}{5} = -2,22 \cdot 10^{-9}\,\vec{i}\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

b) La energía potencial gravitatoria en ese punto tiene el valor:

$$U = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8 \cdot 5}{0,2} - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 15 \cdot 5}{0,3} = -3 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{J}$$

21. Una nave espacial se encuentra describiendo una órbita circular alrededor de un cierto planeta esférico. La velocidad orbital de la nave es de 25000 km/h y tarda 5 horas en dar una vuelta completa alrededor del planeta. a) Determinar el radio de la órbita que describe la nave y la masa del planeta. b) Si el radio del planeta es R = 5900 km, calcular el valor de la aceleración de la gravedad en la superficie de dicho planeta. Dato: Constante de gravitación universal G ≈6,67 × 10^{-11}Nm^{2}kg^{-2}.

Respuesta:

a) Aplicando la Tercera Ley de Kepler:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

Y teniendo en cuenta que la velocidad de la órbita es:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad v = \frac{25000000}{3600} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$6944,4 = \sqrt{\frac{GM}{r}} \qquad GM = (6944,4)^2 r \qquad (5 \cdot 3600)^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{4,82 \cdot 10^7 r} \qquad r = 1,99 \cdot 10^7\,m$$

La masa del planeta será:

$$M = \frac{6944,4^2 \cdot 1,99 \cdot 10^7}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 1,44 \cdot 10^{25} kg$$

b) La aceleración de la gravedad en la superficie del planeta es:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{6944,4^2 \cdot 1,99 \cdot 10^7}{(5,9 \cdot 10^6)^2} = 27,57\,m \cdot s^{-2}$$

22. Dos satélites de igual masa m describen órbitas circulares de radios $R_1 > R_2$ alrededor de un cierto planeta. Determinar razonadamente cuál de los dos satélites tiene mayor energía mecánica.

Respuesta:

La energía mecánica viene dada por la suma de energías cinética y potencial:

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{GMm}{r}$$

Si despejamos la velocidad:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Con lo que la energía total toma la forma:

$$E = \frac{1}{2} m\frac{GM}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

Por tanto, cuanto mayor sea r, mayor será la energía mecánica del satélite, es decir: $E_1 > E_2$, siendo E_1 y E_2 las energías respectivas de las órbitas de radios R_1 y R_2.

23. Encélado es un pequeño planeta de masa de 1.1 x 10^{20} kg y diámetro 502 km que gira alrededor de Saturno en órbita circular de radio 238000 km. a) Calcular el periodo orbital de Encélado alrededor de Saturno. b) Obtener el valor de la gravedad en la superficie de Encélado. c) ¿Cuánto pesaría en Encélado una persona que en la Tierra pesa 686 N? Datos: Masa de Saturno Ms = 5.7 x 10^{26} kg ; constante de la gravitación universal G = 6.7 x 10-11 Nm^2 kg^{-2}.

Respuesta:

a) Aplicando la tercera Ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2(2,38 \cdot 10^8)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,7 \cdot 10^{26}}} = 1,18 \cdot 10^5 \, s$$

b) El valor de la gravedad es:

$$g_E = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,1 \cdot 10^{20}}{(5,02 \cdot 10^5)^2} = 0,029 \, m \cdot s^{-2}$$

c) El peso sería:

$$P = mg_E = \frac{686}{9,8} \cdot 0,029 = 2,03 \, N$$

24. El satélite Hispasat-4, de 3000 kg de masa, está en órbita geoestacionaria circular (periodo orbital de 24 h) alrededor de la Tierra. a) Calcular la altura sobre la superficie de la Tierra a la que orbita ese satélite. b) Calcular el módulo de la velocidad lineal con que orbita ese satélite. c) Calcular la energía que es necesario suministrar al satélite para colocarlo en dicha órbita. Datos: radio de la Tierra Rr = 6.4 x 10^3 km;masa de la Tierra M r = 6 x 10^{24} kg ; constante de la gravitación universal G = 6.7 x 10^{-11} Nm^2 kg^{-2} .

Respuesta:

a)El radio de la órbita, conociendo el periodo, se puede deducir de la Tercera Ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \qquad r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 86400^2}{4\pi^2}} = 4,24 \cdot 10^7 \, m$$

La altura respecto a la superficie terrestre es:

$$h = r - R_T = 4,24 \cdot 10^7 - 6,4 \cdot 10^6 \simeq 3,6 \cdot 10^7 \, m$$

b) Aplicando el Segundo Principio de la Dinámica:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \qquad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{4,27 \cdot 10^7}} = 3079 \, m \cdot s^{-1}$$

c) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{R_T} + E = -\frac{GMm}{r} \qquad E = GMm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r}\right)$$

$$E = 6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 3000 \left(\frac{1}{6,4 \cdot 10^6} - \frac{1}{4,24 \cdot 10^7}\right) = 1,60 \cdot 10^{11} \, J$$

2. Vibraciones y ondas.

1. Una onda armónica que se propaga en una cuerda en la dirección del eje X en sentido positivo, viene dada según la ecuación (en unidades del SI): y(x, t) = 0.23 sen(1.5 x - 2 t + π) Calcular: a) La velocidad de un punto de dicha cuerda situado en la coordenada x = 2 m en el instante t = 1 s. b) El periodo T de dicha onda.

   Respuesta:

   a) La velocidad es:

   $$v = \frac{dy}{dt} = 0,23(-2)\cos\left(1,5x - 2t + \pi\right)$$

   Para x = 2 y t = 1:

   $$v = -0,46\,\cos\left(3 - 2 + \pi\right) = 0,25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

   b) teniendo en cuenta que: $\omega = 2 = \dfrac{2\pi}{T}$, el periodo será: $T = \pi\,\mathrm{s}$

2. Una onda armónica con una amplitud de 15 cm y con una longitud de onda λ = 100 cm, se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X. Se sabe que el periodo de la onda es de 0.04 s y que en el Instante inicial t = 0 s, en el origen x = 0 m, el desplazamiento vertical de la cuerda es de 15 cm. Calcular: a) La ecuación de la onda expresada en unidades del SI. b) La velocidad transversal de un punto de la cuerda situado a 50 cm del origen en el instante t = 0.01 s.

   Respuesta:

   a) La ecuación serás del tipo: y = A sen (ω t - kx +φ) De los datos del enunciado se deduce lo siguiente:

   $$A = 0,15\,m \quad \omega = \frac{2\pi}{0,04} = 50\pi\,s^{-1} \quad k = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\,m^{-1}$$

   Al ser y = 0,15 para x = 0 y t = 0, tendremos:

   $$0,15 = 0,15\,\mathrm{sen}\varphi \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

   Con todos estos datos, la ecuación de la onda quedará así:

   $$\mathrm{y} = 0,15\,\mathrm{sen}\left(50\pi\mathrm{t} - 2\pi\mathrm{x} + \frac{\pi}{2}\right)$$

   b) La velocidad transversal será

   $$v = \frac{dy}{dt} = 0,15\,50\pi\cos\left(50\pi\cdot 0,01 - 2\pi\cdot 0,5 + \frac{\pi}{2}\right) = 7,5\pi\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

3. Las intensidades de dos ondas sonoras son de $20\cdot10^{-8}$ W/m^{2}y $700\cdot10^{-8}$ W/m^2 . Calcular la diferencia entre los niveles de intensidad sonora de ambas ondas.

   Respuesta:

   a) Los respectivos niveles de intensidad son:

   $$\beta_1 = 10\,log\,\frac{20\cdot10^{-8}}{I_o} \quad \beta_1 = 10\,log\,\frac{700\cdot10^{-8}}{I_o}$$

   $$\beta_2 - \beta_1 = 10\,log\,(700\cdot10^{-8}) - 10\,log\,I_0\text{-}[10\ \log(20\cdot10^{-8})\text{-}10\ \log\ I_0] = 15{,}44\ \mathrm{dB}$$

4. Una onda armónica viaja par una cuerda tensa con una velocidad de 8 m/s, una amplitud de 7 cm y longitud de onda λ de 0,4 m. La onda viaja en la direcci6n positiva del eje X. En el instante t = 0 s, el punto de la cuerda con coordenada x = 0 m tiene su máximo desplazamiento hacia abajo. Calcular: a) La ecuación de esa onda expresada en unidades del SI. b) La velocidad máxima con que se mueve un punto de la cuerda.

Respuesta:

a) La ecuación de la onda tiene la expresión:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx} + \varphi_0)$$

Para x = 0 y t = 0, la elongación y tiene el valor y = - A, por lo cual:

$$-\mathrm{A} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \qquad \varphi_0 = -\pi/2$$

Para calcular la pulsación ω tendremos que: $\lambda = \dfrac{v}{\nu}$ de donde $\nu = \dfrac{8}{0,4} = 20\,s^{-1}$ y $\omega = 2\pi \cdot 20 = 40\pi s^{-1}$. Por otra parte, tendremos: $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} = \dfrac{2\pi}{0,4} = 5\pi \mathrm{m}^{-1}$. Con todo ello, la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$\mathrm{y} = 0,4\,\mathrm{sen}\,(40\pi \mathrm{t} - 5\pi \mathrm{x} - \pi/2)$$

b) La velocidad de un punto de la cuerda es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{d}(0,4\,\mathrm{sen}\,(40\pi \mathrm{t} - 5\pi \mathrm{x} - \pi/2)}{\mathrm{dt}} = 16\pi \cos\,(40\pi \mathrm{t} - 5\pi \mathrm{x} - \pi/2)$$

La velocidad máxima se dará cuando $\cos\,(40\pi \mathrm{t} - 5\pi \mathrm{x} - \pi/2) = 1$, por lo que la máxima velocidad de un punto de la cuerda será: $\mathrm{v}_{\text{máx}} = 16\pi\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$

5. Por una cuerda tensa, dispuesta a lo largo del eje X , se propaga una onda armónica según la siguiente ecuación en unidades del SI: y(x, t) = 0.1 sen[2 π (0.5 x - 0.4 t)]. Calcular: a) La amplitud, el periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) La distancia entre dos puntos de la cuerda en los que, un mismo instante, la diferencia de fase de la perturbación es de $\pi/2$ radianes

Respuesta:

a) A partir de la ecuación:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,\left(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx}\right) \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,\left(\frac{2\pi}{\mathrm{T}}\mathrm{t} - \frac{2\pi}{\lambda}\mathrm{x}\right) = 0,1\,\mathrm{sen}\,(\pi \mathrm{x} - 0,8\pi \mathrm{t})$$

Tendremos:

$$\mathrm{A} = 0,1\,\mathrm{m} \qquad \mathrm{T} = \frac{2\pi}{\pi} = 2\,\mathrm{s} \qquad \lambda = \frac{2\pi}{0,8\pi} = 2,5\,\mathrm{m} \qquad \mathrm{v} = \frac{\lambda}{\mathrm{T}} = 1,25\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

b) A partir de la igualdad:

$$\frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{|\lambda\,\mathrm{m}} = \frac{\Delta\varphi\,\mathrm{rad}}{\Delta \mathrm{x}\,\mathrm{m}} \qquad \Delta \mathrm{x} = \frac{\pi}{2}\frac{2,5}{2\pi} = 0,625\,\mathrm{m}$$

6. Un altavoz emite ondas sonoras de manera que a una distancia de 12 m del altavoz se percibe un nivel de intensidad sonora de 34 dB. a) A qué distancia D del altavoz nos debemos situar para percibir un nivel de intensidad sonora de 30 dB? b) Si nos situamos a una distancia 20 del altavoz, Cuál será el nivel de intensidad sonora que percibiremos en ese punto? Intensidad sonora umbral: $\mathrm{I}_0 = 10^{-12}$ W/m^2

Respuesta:

a) Para calcular la potencia emitida, tendremos:

$$34 = 10\log\frac{\mathrm{I}}{10^{-12}} \qquad \mathrm{I} = 2,51\cdot 10^{-9}\mathrm{W}\cdot \mathrm{m}^{-2}$$

$$\mathrm{P} = \mathrm{I}\cdot \mathrm{S} = 2,51\cdot 10^{-9}\cdot 4\pi\cdot 12^2 = 4,54\cdot 10^{-6}\mathrm{W}$$

Para que el nivel de intensidad percibido sea de 30 dB, tendremos:

$$30 = 10\log\frac{\frac{4,54\cdot 10^{-6}}{4\pi \mathrm{r}^2}}{10^{-12}} \qquad 10^3 = \frac{3,61\cdot 10^5}{\mathrm{r}^2} \qquad \mathrm{r} = 19\,\mathrm{m}$$

7. Una onda armónica se propaga por una cuerda tensa dispuesta a lo largo del eje X. La onda, que tiene una frecuencia de 5 Hz y una amplitud de 6 cm, se desplaza con una velocidad de 4 m/s en el sentido positivo del eje X. Se sabe que en el instante inicial t = 0 s, en el origen x = 0 m, el desplazamiento vertical de la cuerda es de -6 cm. Calcular: a) La ecuación de esta onda expresada en unidades del SI. b) El primer instante en el que es máxima la velocidad de vibración de un punto de la cuerda con coordenada x = 1.6 m.

Respuesta:

a)La ecuación de la onda será del tipo:

$$\mathrm{y} = \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\,(\omega \mathrm{t} - \mathrm{kx} + \varphi_0)$$

Siendo A = 0,06 m; $\omega = 2\pi\nu = 10\pi\ \mathrm{s}^{-1}$; $\mathrm{k} = 2\pi/\mathrm{v}\cdot\mathrm{T} = \omega/\mathrm{v} = 2{,}5\pi\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$.La ecuación quedaría de la forma:

$$\mathrm{y} = 0,06\,\mathrm{sen}\,(10\pi \mathrm{t} - 2,5\pi \mathrm{x} + \varphi_0)$$

Puesto que para x = 0 y t = 0, y = -0,06 m, tendremos que:

$$-0,06 = 0,06\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \qquad \varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$$

Obteniéndose finalmente la ecuación:

$$\mathrm{y} = 0,06\,\mathrm{sen}\left(10\pi \mathrm{t} - 2,5\pi \mathrm{x} - \frac{\pi}{2}\right)$$

b) La velocidad de vibración es:

$$\mathrm{v} = \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}} = 0,06\cdot 10\pi\cos\left(10\pi \mathrm{t} - 2,5\pi \mathrm{x} - \frac{\pi}{2}\right)$$

Sustituyendo:

$$0,6\pi = 0,6\pi\cos\left(10\pi \mathrm{t} - 2,5\cdot 1,6\pi - \frac{\pi}{2}\right) \qquad \cos\left(10\pi \mathrm{t} - 2,5\cdot 1,6\pi - \frac{\pi}{2}\right) = 1$$

$$\mathrm{t} = 0,45\,\mathrm{s}$$

8. Por una cuerda tensa se propaga una onda armónica en el sentido negativo del eje X. La frecuencia de la onda es de 4 Hz, y su amplitud es de 10 cm. La velocidad de propagación de la onda es de 20 cm/s. El valor del desplazamiento lateral de la cuerda en un punto con coordenada x = 0 m en el instante t = 0 s es de y = 0 m. Calcular: a) La ecuación de esta onda expresada en unidades del SI. b) La velocidad transversal de un punto de la cuerda de coordenada x = 5 cm en el instante t = 3 s.

Respuesta:

a) A partir de los datos del enunciado, tendremos:

$$A = 0,1\,\mathrm{m} \quad \omega = 2\pi \cdot 4 = 8\pi\,\mathrm{s}^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{8\pi}{0,20} = 40\pi\,\mathrm{m}^{-1}$$

La ecuación de la onda quedará de la forma:

$$y = 0,1\,\mathrm{sen}\,(8\pi t + 40\pi x + \varphi_0)$$

Puesto que para $x = 0$ y $t = 0$, $y = 0$, podremos escribir:

$$0 = 0,1\,\mathrm{sen}\,\varphi_0 \qquad \varphi_0 = 0$$

Con lo que la ecuación de la onda queda así: $\mathbf{y} = 0,1\,\mathrm{sen}\,(8\pi t + 40\pi x)$.

b) La velocidad transversal es:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,1 \cdot 8\pi\cos(8\pi t + 40\pi x)$$

Sustituyendo t por 3 s y x por 0,05 m, tendremos:

$$v = 0,8\pi\cos(24\pi + 2\pi) = 0,8\pi\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

9. Por una cuerda tensa se propaga una onda armónica en el sentido .positivo del eje X. La frecuencia de la onda es de 4 Hz, y su amplitud es de 10 cm. La velocidad de propagación de la onda es de 20 cm/s. Calcular: a) La ecuación de esta onda expresada en unidades del SI. b) La velocidad transversal de un punto de la cuerda de coordenada $x = 5$ cm en el instante $t = 3$ s.

Respuesta:

a) Los parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 0,1\,\mathrm{m} \quad \omega = 2\pi \cdot 4 = 8\pi\,\mathrm{s}^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{8\pi}{0,20} = 40\pi\,\mathrm{m}^{-1}$$

Al carecer del dato, supondremos que la fase inicial es cero, por lo que la ecuación quedará así:

$$y = 0,1\,\mathrm{sen}\,(8\pi t - 40\pi x)$$

b) La velocidad transversal es:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 0,8\pi\cos(8\pi t - 40\pi x)$$

Sustituyendo los valores de t y x:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 0,8\pi\cos(24\pi - 40\pi \cdot 0,05) = 2,51\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$

10. Una onda armónica sinusoidal que se propaga en el sentido negativo del eje x tiene una longitud de onda de 20 m, una amplitud de 4 m, y una velocidad de propagación de 200 m/s. Hallar: a) La ecuación de dicha onda. b) La velocidad transversal máxima alcanzada por los puntos de la cuerda. c) La aceleración transversal máxima alcanzada por los puntos de la cuerda.

Respuesta:

a) La ecuación de la onda es de la forma:

$$y = A\,\mathrm{sen}\,(\omega t + kx)$$

Los parámetros de la onda son los siguientes: $A = 4$ m; $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 0,1\pi\ m^{-1}$; $\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{200}{20} = 10\ s^{-1}$; $\omega = 2\pi\nu = 20\pi\ s^{-1}$. Con todo ello, y suponiendo una fase inicial de 0, tendremos:

$$y = 4\,\text{sen}\,(20\pi t + 0,1\pi x)$$

b) La velocidad transversal es:

$$v_y = \frac{dy}{dt} = 4 \cdot 20\pi\cos\,(20\pi t + 0,1\pi x)$$

La velocidad transversal máxima será, pues: $v_y(\text{máx}) = 80\pi\ m \cdot s^{-1}$
c) La aceleración transversal viene dada por:

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -4\,(20\pi)^2\text{sen}\,(20\pi t + 0,1\pi x)$$

Siendo la máxima aceleración transversal: $a_y(\max) = 15791\ m \cdot s^{-2}$

11. Un foco genera ondas armónicas de 2 mm de amplitud con una frecuencia de 250 Hz, que se propagan en el sentido positivo del eje x con una velocidad de 250 m/s. Determina la ecuación de dichas ondas sabiendo que en el instante inicial t = 0 s, la elongación de un punto situado a x = 3 m del foco es y = -2 mm.

Respuesta:

a)Los parámetros de dicha onda son los siguientes:

$$A = 0,002\,m \quad \omega = 2\pi\nu = 500\pi s^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = 2\pi\ m^{-1}$$

En una primera aproximación, la ecuación de la onda es:

$$y = 0,002\,\text{sen}\,(500\pi t - 2\pi x + \varphi_0)$$

Para x = 3 m y t = 0, tendremos:

$$-0,002 = 0,002\,\text{sen}\,(6\pi + \varphi_0) \qquad 6\pi + \varphi_0 = -\frac{\pi}{2} \qquad \varphi_0 = -\frac{13\pi}{2}$$

La ecuación quedará, finalmente:

$$y = 0,002\,\text{sen}\left(500\pi t - 2\pi x - \frac{13\pi}{2}\right)$$

12. El valor del campo eléctrico asociado a una onda electromagnética que se propaga en un medio material en la dirección del eje x viene expresado por: $E(x,t) = 4\ sen\ (3.43\times10^{15}\ t - 1.52\times10^{7}x)\ N/C$, donde todas las magnitudes están expresadas en el SI. Calcular: a) La frecuencia y la longitud de onda asociadas a la onda electromagnética. b) La velocidad de propagación de la onda y el índice de refracción del medio por el cual se propaga. Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3\times10^{8}\ m/s$.

Respuesta:

a) La ecuación de la onda es, en forma general:

$$E = E_0\text{sen}\,(\omega t - kx)$$

Sustituyendo, $\omega = 3,43 \cdot 10^{15} = 2\pi\nu$, con lo que la frecuencia será:

$$\nu = \frac{3,43 \cdot 10^{15}}{2\pi} = 5,46 \cdot 10^{14} s^{-1}$$

A partir de $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, tendremos:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1,52 \cdot 10^7} = 4,13 \cdot 10^{-7}\text{m}$$

b) La velocidad de propagación de la onda se deduce de:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu} \qquad \text{de donde :} \qquad v = \lambda \cdot \nu = 5,46 \cdot 10^{14} \cdot 4,13 \cdot 10^{-7} = 2,25 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El índice de refracción será:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,25 \cdot 10^8} = 1,33$$

13. El nivel de intensidad sonora de un altavoz es de 100 dB a una distancia de 20 m. ¿Cuál es su nivel de intensidad sonora a 100 m de distancia si el altavoz emite uniformemente en todas las direcciones? Dato: Intensidad física umbral I_0=10^{-12} $W\ m^{-2}$.

Respuesta:

El nivel de intensidad es:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \qquad 100 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \qquad 10^{10} = \frac{I}{10^{-12}} \qquad I = 10^{-2}\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Teniendo en cuenta que:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi \cdot 20^2} = 10^{-2} \qquad P = 50,27\,\text{W}$$

Y la intensidad y el nivel de intensidad a 100 m serán, respectivamente:

$$I_{100} = \frac{50,27}{4\pi \cdot 100^2} = 4 \cdot 10^{-4}\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \qquad \beta = 10 \log \frac{4 \cdot 10^{-4}}{10^{-12}} = 86\,\text{dB}$$

14. El terremoto de Haití de 2010 provocó ondas mecánicas transversales que se propagaban por la superficie y cuyo desplazamiento vertical se puede modelizar por la expresión y(x, t) = A sen(12.6 t -4.3 x), donde x es la distancia en kilómetros desde el epicentro del terremoto y t el tiempo en segundos. a) Determinar la longitud de onda, frecuencia y velocidad de propagación de dichas ondas. b) Los sismógrafos midieron una aceleración máxima de 0.2g, (donde g = 9.8 m·s^{-2} es la aceleración de la gravedad). Determinar el valor de la amplitud, A, en milímetros.

Respuesta:

a) La longitud de onda y la frecuencia se deducen, respectivamente, de:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 4,3 \qquad \lambda = \frac{2\pi}{4,3} = 1,46\,\text{km} \qquad \omega = 2\pi\nu = 12,6 \qquad \nu = \frac{12,6}{2\pi} = 2\,\text{s}^{-1}$$

La velocidad de propagación es:

$$k = \frac{2\pi}{vT} = \frac{2\pi\nu}{v} \qquad v = \frac{\omega}{k} = \frac{12,6}{4,3} = 2,93\,\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La aceleración es:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -A \cdot 12,6^2 \text{sen}\,(12{,}6t - 4{,}3x) \qquad a_{\text{máx}} = 0,2 \cdot 9,8 = 12,6^2 A$$

$$A = \frac{0,2 \cdot 9,8}{12,6^2} = 0,0123\,\text{m}\,(12,3\,\text{mm})$$

3. Óptica.

1. A la izquierda de una lente delgada, a 20 cm de su centro óptico está situado un objeto. La altura del objeto, perpendicular al eje de la lente, es de 8 cm. La distancia focal de la lente es de -12 cm. a) Calcular la posición y altura de la imagen del objeto. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

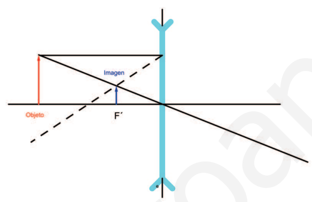
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \qquad \frac{1}{-0,2} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,12} \rightarrow s' = -0,075\,\mathrm{m}$$

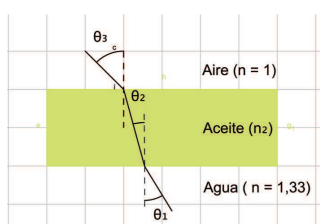
La altura de la imagen será:

$$y' = y\frac{s'}{s} = 8\frac{-0,075}{-0,20} = 3\,\mathrm{cm}$$

b) Al tener distancia focal negativa, la lente es divergente, con lo que el diagrama de rayos será:



2. Una capa de aceite con índice de refracción n_2 flota sobre agua con índice de refracción n_1 = 1,3. Un rayo de luz que se mueve hacia arriba, incide en la capa de aceite desde el agua con un ángulo de incidencia θ_1,como indica la figura. El rayo penetra en la capa de aceite con un ángulo de refracción θ_2, = 25.68º. Tras atravesar la capa de aceite, ese rayo sale al aire con un ángulo de refracción θ_3,= 40.54°. Calcular: a) El valor del índice de refracción n_2 del aceite y el ángulo de incidencia θ_1 del rayo en la interfase agua-aceite. b) El valor mínimo del ángulo de incidencia $\theta_{1\,min}$ del rayo en la interfase agua-aceite para que, tras atravesar la capa de aceite, el rayo no salga al aire debido a reflexión total.



Respuesta:

a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\operatorname{sen} 25,66^{\circ}}{\operatorname{sen} 40,54^{\circ}} = \frac{1}{n_{aceite}} \rightarrow n_{aceite} = 1,5$$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_1}{\operatorname{sen} 25,66^{\circ}} = \frac{1,5}{1,3} \rightarrow \theta_1 = 30^{\circ}$$

b) En primer lugar, calculamos el ángulo límite en la interfase aceite-aire:

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\operatorname{sen}90^{\text{o}}} = \frac{1}{1,5} = \theta_2 = 41,81^{\text{o}}$$

A continuación , calculamos $\theta_{1mín}$

$$\frac{\operatorname{sen}\theta_{1\text{mín}}}{\operatorname{sen}41,81^{\text{o}}} = \frac{1,5}{1,3} \rightarrow \theta_{1mín} = 50,28^{\text{o}}$$

3. Un objeto de 4 cm de altura está situado a 25 cm de una lente delgada convergente de 20 dioptrías. a) Calcular la posición y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

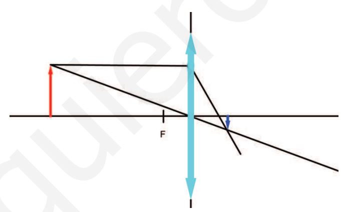
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas, tendremos:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,25} - \frac{1}{s'} = -20 \rightarrow s' = 0,0625\,\text{m}$$

La altura es:

$$y' = y\frac{s'}{s} = 4\frac{-0,0625}{-0,25} = 1\,\text{cm}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



4. Una lente delgada convergente con una distancia focal imagen de 18 cm forma una imagen real e invertida que es 3 veces más grande que el objeto. a) Calcular las posiciones del objeto y de la imagen respecto a la lente. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

a) A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas y de la ecuación del aumento lateral, tendremos que:

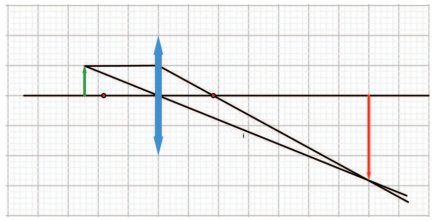
$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,18} \qquad \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -3 \rightarrow s' = -3\,s$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{3s} = -\frac{1}{0,18} \qquad \text{s} = -0,24\,\text{m} \quad \text{y} \quad s' = 0,72\,\text{m}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:

5. Un objeto luminoso está situado a 50 cm de distancia a la izquierda de una pantalla. Se quiere proyectar la imagen del objeto sobre la pantalla mediante una lente delgada convergente de 10 dioptrías. Existen dos casos distintos en los cuales la lente produce sobre la pantalla la imagen de ese objeto. Calcular: a) La posición del objeto respecto a la lente en cada uno de esos dos casos. b) El aumento lateral producido por la lente en cada caso.

Respuesta:



a) La distancia entre el objeto y la pantalla será: d = -s + s′ = 0,5 m, de donde se deduce que s′ = $0,5+s$. Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s}-\frac{1}{s'}=-10 \quad \frac{1}{s}-\frac{1}{0,5+s}=-10$$

Resolviendo la ecuación de 2º grado que resulta, obtenemos: s_1 = -0,14 m y s_2= -0,36 m

b) Los respectivos valores de s′ serán:

$$s_1'=0,5+(-0,14)=0,36\,\text{m} \qquad s_2'=0,5+(-0,36)=0,14\,\text{m}$$

Con lo que, los respectivos aumentos laterales serán:

$$\frac{y_1'}{y}=\frac{0,36}{-0,14}=-2,57 \text{ y } \frac{y_2'}{y}=\frac{0,14}{-0,36}=-0,39$$

6. Un rayo de luz roja incide desde el interior de un vidrio de indice de refracción n_v sobre una interfase vidrio-aire con un angulo de incidencia critico θ_0 = 41.8°. La longitud de onda de la luz roja en el aire es de A = 656.3 nm. Calcular: a) El indice de refracción n_v de ese vidrio. b) La longitud de onda de la luz roja en dicho vidrio.

Respuesta:

a) Al incidir el rayo luminoso con un ángulo igual al ,angulo límite, podremos escribir lo siguiente:

$$\frac{\text{sen}\,41,8^{\text{o}}}{\text{sen}\,90^{\text{o}}}=\frac{1}{\text{n}_\text{v}} \qquad \text{Obteniéndose : n}_\text{v}=1,50$$

b) La longitud de onda es igual al cociente entre la velocidad de propagación y la frecuencia, teniendo esta última el mismo valor en cualquier medio. Así pues, podremos poner:

$$6,563\cdot10^{-7}=\frac{\text{c}}{\nu} \qquad \lambda_v=\frac{c/n_v}{\nu}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{6,563\cdot10^{-7}}{\lambda_v}=n_v=1,5 \qquad \lambda_v=4,375\cdot10^{-7}\,\text{m}$$

7. Un objeto de 4.3 cm de altura esta situado a la izquierda de una lente delgada convergente con una distancia focal imagen de 80 cm. La imagen del objeto formada por la lente tiene una altura de 5.2 cm y está invertida. a) Calcular las posiciones del objeto y de la imagen respecto a la lente. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

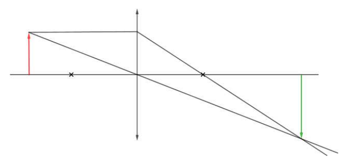
a) A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-5,2}{4,3} \qquad s' = -1,21\,s$$

Aplicando ahora la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,8} \quad \frac{1}{s} + \frac{1}{1,21s} = -\frac{1}{0,8} \qquad \text{Obteniéndose : } s = -1,46\,\text{m} \quad \text{y} \quad s' = +1,77\,\text{m}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



8. Un objeto de 10 mm de altura esta situado a la izquierda de una lente delgada. La imagen del objeto formada por la lente es derecha, tiene una altura de 4.5 mm y esta situada a 16 cm a la izquierda de la lente. Calcular: a) La posición del objeto respecto a la lente. b) La distancia focal imagen de la lente.

Respuesta:

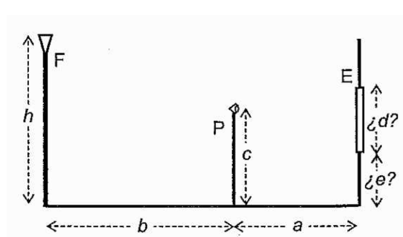
a) A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{4,5}{10} = \frac{-16}{s} \qquad s = -35,5\,\text{cm}$$

b) Aplicando ahora la ecuación de las lentes delgadas:

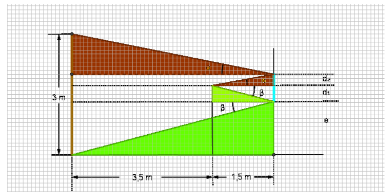
$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{f'} \quad \frac{1}{-35,5} - \frac{1}{-16} = -\frac{1}{f'} \qquad \text{Obteniéndose : } f' = -29,1\,\text{cm}$$

9. Una persona P esta mirando el escaparate E de una tienda que esta a una distancia a 1.5 m. El cristal del escaparate actúa como un espejo plano de manera que la persona puede ver el reflejo de una farola F de altura h = 3 m que esta a una distancia b = 3.5 m de la persona coma indica la figura. La altura de los ojos de la persona sabre el suelo es de c = 1.7 m. La imagen de la farola ocupa exactamente toda la altura d del escaparate. Calcular: a) La altura d que tiene el cristal del escaparate. b) La distancia e entre el borde inferior del cristal del escaparate y el suelo.



Respuesta:

a) a partir del siguiente diagrama de rayos:



Podemos establecer las siguientes igualdades para los triángulos semejantes:
Triángulos coloreados en marrón:

$$\frac{d_2}{1,5} = \frac{3-(1,7+d_2)}{5} \qquad d_2 = 0,3\,\mathrm{m}$$

Triángulos coloreados en verde:

$$\frac{d_1}{1,5} = \frac{1,7-d_1}{5} \qquad d_1 = 0,40\,\mathrm{m}$$

La altura del cristal del escaparate es d = d_1+ d_2= 0,40 + 0,30 = **0,70 m**.

b) La distancia e entre el borde inferior del cristal del escaparate y el suelo es: e = 1,7 - d_1 =**1,30 m**

10. Un objeto de 8 cm de altura esta situado a 50 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen de este objeto es derecha, virtual y tiene una altura de 32 cm. a) Calcular la posición de la imagen respecto a la lente, y la potencia de la misma. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente

Respuesta:

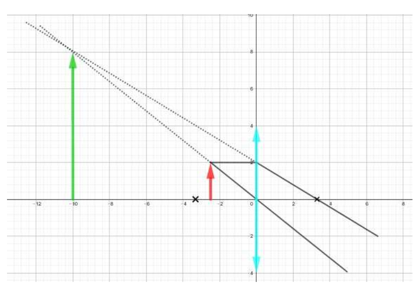
a) A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad \frac{32}{8} = \frac{s'}{-0,5} \qquad s' = -2\,\mathrm{m}$$

La potencia se calcula a partir de:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{-0,5} - \frac{1}{-2} = -P \qquad P = 1,5\,\mathrm{dp}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



11. El ángulo de incidencia crítico para la reflexión interna total en una interfaz líquido-aire es ϑc= 45.6º. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f = $6{\cdot}10^{14}$ Hz viaja por el líquido hacia la interfaz con el aire. a) Calcular la longitud de onda que tiene ese rayo de luz en el líquido. b) Si el rayo de luz tiene un ángulo de incidencia de 38º, ¿qué ángulo forma el rayo refractado en el aire con la normal de la interfaz? Velocidad de la luz en el vacío: c = $3{\cdot}10^8$m/s. $n_{aire} = 1$

Respuesta:

a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,45,6^{\text{o}}}{\text{sen}\,90^{\text{o}}} = \frac{1}{\text{n}} \qquad \text{n} = 1,4$$

La velocidad de la luz en el líquido será entonces:

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{1,4} = 2,14 \cdot 10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y la longitud de onda de la luz en el líquido:

$$\lambda = \frac{2,14 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 3,57 \cdot 10^{-7} \text{m}$$

b) El ángulo se calcula a partir de:

$$\frac{\text{sen}\,38}{\text{sen}\alpha} = \frac{1}{1,4} \qquad \alpha = 59,53^{\text{o}}$$

12. Una diapositiva de 0.04 m de altura se proyecta ampliada sobre una pantalla mediante una lente delgada convergente con una distancia focal imagen de 0.14 m. La diapositiva está situada a la izquierda de la lente. La imagen de la diapositiva aparece nítida sobre la pantalla que está colocada a 5 m a la derecha de la lente. a) Calcular la posición de la diapositiva respecto a la lente, y la altura de la imagen proyectada en la pantalla. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente, e indicar las características de la imagen.

Respuesta:

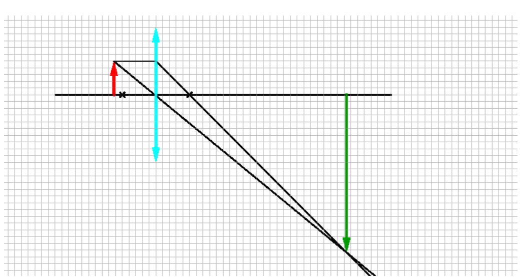
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\text{s}} - \frac{1}{5} = -\frac{1}{0,14} \qquad \text{s} = -0,144\,\text{m}$$

La altura de la imagen será:

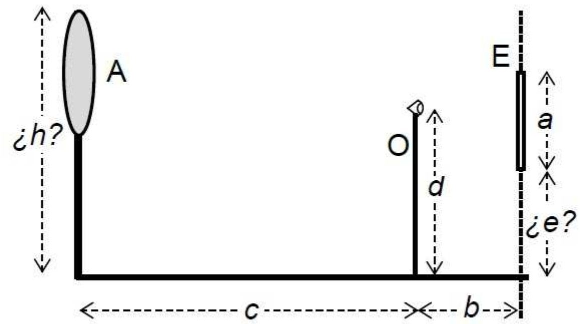
$$y' = 0,04\,\frac{5}{-0,144} = -1,39\,\text{m}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



La imagen es mayor, real e invertida.

13. La imagen de un árbol A ocupa exactamente un espejo plano E que tiene una altura a = 10 cm, cuando el espejo se sostiene a una distancia horizontal b = 50 cm del ojo del observador O. El árbol está situado detrás del observador y a una distancia horizontal c = 20 m del observador. La altura de los ojos del observador sobre el suelo es de d = 1.8 m. a) ¿Cuál es la altura h de ese árbol? b) ¿A qué altura e del suelo está el borde inferior del espejo en esa situación? **Respuesta:**



a) Utilizando un diagrama de rayos análogo al del ejercicio 9, y utilizando las mismas expresiones, sustituyendo los valores dados en el enunciado,tendremos:

$$\frac{1,8 - \mathrm{d}_1}{20,5} = \frac{\mathrm{d}_1}{0,5} \qquad \mathrm{d}_1 = 0,043\,\mathrm{m}$$

Conocida la altura del espejo, a = 0,1 = d_1+ d_2, tendremos que d_2 =0,057 m.
Para calcular la altura del árbol, escribimos:

$$\frac{\mathrm{d}_2}{0,5} = \frac{\mathrm{h} - (1,8 + \mathrm{d}_2)}{20,5} \qquad \frac{0,057}{0,5} = \frac{\mathrm{h} - (1,8 + 0,057)}{20,5} \qquad \mathrm{h} = 4,19\,\mathrm{m}$$

b) La altura de la parte inferior del espejo con respecto al suelo es: e = 1,8 - d_1=**1,757 m**

14. Un objeto de 9 mm de altura está situado a 15 cm a la izquierda de una lente delgada. La imagen del objeto que forma esta lente está a 30 cm a la derecha de la lente. a) Calcular la distancia focal imagen de la lente y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente .

Respuesta:

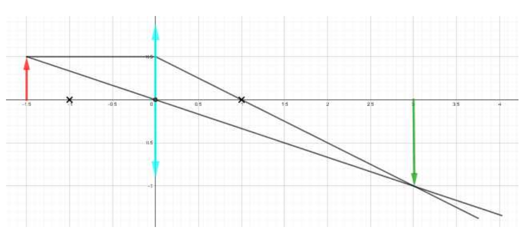
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,15} - \frac{1}{0,30} = -\frac{1}{\mathrm{f}'} \qquad \mathrm{f}' = 0,1\,\mathrm{m}$$

El tamaño de la imagen se obtendrá a partir de la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y}'}{9} = \frac{0,30}{-0,15} \qquad \mathrm{y}' = -18\,\mathrm{mm}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



15. Un rayo de luz incide desde el aire sobre un líquido desconocido con un ángulo de incidencia de 30°. El ángulo de refracción resulta ser de 23°. a) Calcular el índice de refracción de ese líquido. b) Si el rayo de luz viaja desde el líquido hacia el aire, calcular el valor del ángulo de incidencia crítico θ_c en la

interfase líquido-aire correspondiente a la reflexión interna total de la luz en el líquido.

Respuesta:

a) Aplicando la segunda ley de la refracción:

$$\frac{\mathrm{sen}\,30^{\circ}}{\mathrm{sen}\,23^{\circ}} = \frac{\mathrm{n}}{1} \qquad \mathrm{n} = 1,28$$

b) Aplicando nuevamente la segunda ley de la refracción:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\theta_{\mathrm{c}}}{\mathrm{sen}\,90^{\circ}} = \frac{1}{1,28} \qquad \theta_{\mathrm{c}} = 51,37^{\circ}$$

16. Una lente delgada divergente de -2 dioptrías produce una imagen virtual de un objeto. La imagen tiene 9 mm de altura y está situada a 16 cm a la izquierda de la lente. a) Calcular la posición y el tamaño del objeto. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

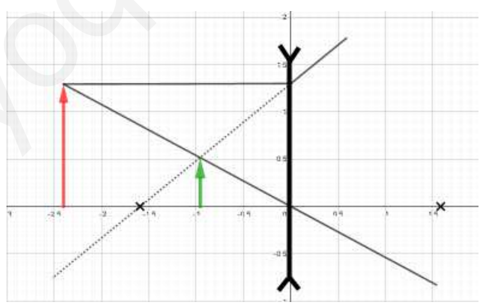
a) Sabiendo que la potencia de la lente es de -2 dp, deducimos la distancia focal: $\mathrm{f}' = \dfrac{1}{\mathrm{P}} = -0,5\,\mathrm{m}$. Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} - \frac{1}{-0,16} = 2 \qquad \mathrm{s} = -0,24\,\mathrm{m}$$

El tamaño del objeto se deduce de:

$$\frac{\mathrm{y}'}{9} = \frac{-0,16}{-0,24} \qquad \mathrm{y}' = 6\,\mathrm{mm}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:

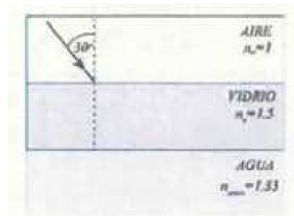


17. Un haz de luz monocromática de longitud de onda $\lambda = 6.5 \times 10^{-7}$ m en el aire, incide con un ángulo de incidencia de 30° y desde el aire, sobre un vidrio plano de índice de refracción 1.5. Por el otro lado del vidrio hay agua (índice de refracción 1.33). Determinar: a) El ángulo de refracción en el vidrio (entrada desde el aire) y el ángulo de salida por el agua. b) La longitud de onda de dicho haz en el agua.

Respuesta: a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\mathrm{sen}\,30^{\circ}}{\mathrm{sen}\,\alpha_{\mathrm{r}}} = \frac{1,5}{1} \qquad \alpha_{\mathrm{r}} = 19,47^{\circ}$$

$$\frac{\mathrm{sen}\,19,47^{\circ}}{\mathrm{sen}\,\alpha} = \frac{1,33}{1,5} \qquad \alpha = 22,08^{\circ}$$



b) La frecuencia no varía al cambiar de medio. El valor de la frecuencia es:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{6,5 \cdot 10^{-7}} = 4,61 \cdot 10^{14} \mathrm{s}^{-1}$$

En el agua, la longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{\frac{3 \cdot 10^8}{1,33}}{4,61 \cdot 10^{14}} = 4,89 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

18. Un objeto de 1 cm de altura está situado a 5 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de 4 dioptrías. a) Calcular la posición y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

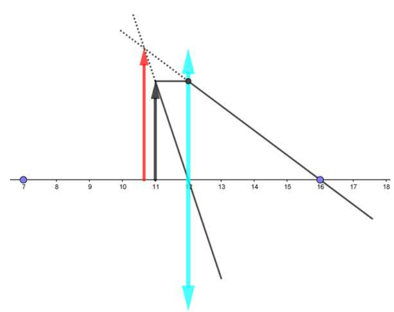
Respuesta: a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,05} - \frac{1}{\mathrm{s}'} = -4 \qquad \mathrm{s}' = -0,0625\,\mathrm{m}$$

La altura de la imagen es:

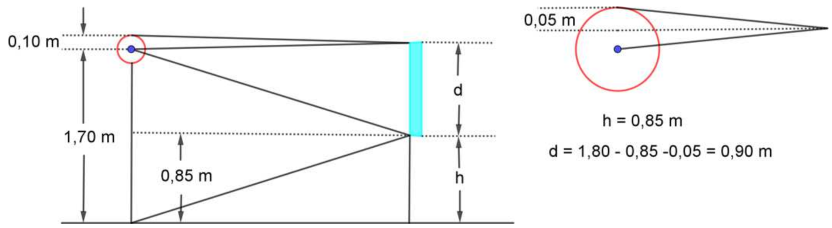
$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} \qquad \mathrm{y}' = 1\,\frac{-0,0625}{-0,05} = 1,25\,\mathrm{cm}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



19. Calcular la altura mínima d que debe tener un espejo de pared y a la altura$h$ respecto del suelo a la que hay que colocarlo para que una persona de 1.80 m de altura y cuyos ojos están a 10 cm por debajo de la parte superior de la cabeza, pueda ver su imagen completa en el espejo.

Respuesta: En la construcción gráfica de la página siguiente, basada en las leyes de la reflexión,podemos ver que la altura mínima del espejo debe ser de **0,90 m**, es decir, la mitad de la altura de la persona. La altura a la que debe encontrarse sobre el suelo es de **0,85 m**.



20. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f = 5 x 10^{14} Hz incide desde el aire sobre un líquido desconocido con un ángulo de incidencia de 60º. El ángulo de refracción resulta ser de 47°. a) Calcular el índice de refracción de ese líquido. b) Si el rayo de luz viajase desde el líquido hacia el aire, calcular el valor del ángulo de incidencia crítico θ_c en la interfase líquido-aire correspondiente a la reflexión interna total de la luz en el líquido. c) Calcular la longitud de onda que tiene ese rayo de luz en el líquido. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) El índice de refracción se calcula a partir de la igualdad:

$$\frac{\mathrm{sen}\,60^{\circ}}{\mathrm{sen}\,47^{\circ}} = \frac{\mathrm{n}}{1} \qquad \mathrm{n} = 1,18$$

b) para que se produzca reflexión interna total deberá cumplirse que:

$$\frac{\mathrm{sen}\,\theta_{\mathrm{c}}}{\mathrm{sen}\,90^{\circ}} = \frac{1}{1,18} \qquad \theta_{\mathrm{c}} = 57,93^{\circ}$$

c) La frecuencia de la radiación es independiente del medio. La longitud de onda en el líquido será:

$$\lambda = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{\frac{3\cdot 10^{8}}{1,18}}{5\cdot 10^{14}} = 5,08\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$$

21. Un objeto de 5 mm de altura está situado a 10 cm a la izquierda de una lente delgada convergente . La imagen del objeto que forma esta lente está a 30 cm a la derecha de la lente. a) Calcular las dioptrías de la lente y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

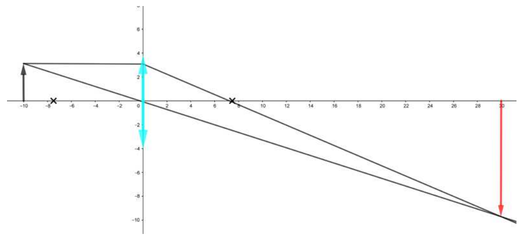
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,1} - \frac{1}{0,3} = -\mathrm{P} \qquad \mathrm{P} = 13,33\,\mathrm{dp}$$

La altura de la imagen se obtiene a partir de:

$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} \qquad \mathrm{y}' = 5\,\frac{30}{-10} = -15\,\mathrm{mm}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



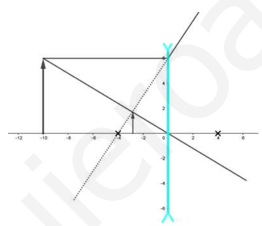
22. Una lente delgada divergente de -2.5 dioptrías produce una imagen virtual de un objeto situado a la izquierda de la lente. La imagen tiene 5 mm de altura y está situada a 20 cm a la izquierda de la lente. a) Calcular la posición y el tamaño del objeto. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

Respuesta:

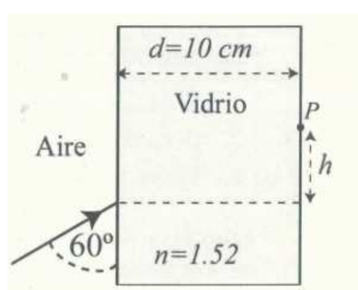
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{-0,2} = 2,5 \qquad s = -0,4\,\mathrm{m}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



23. Según indica la figura, un haz de luz monocromático de frecuencia $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz incide desde el aire sobre un vidrio de índice de refracción n = 1,52 y anchura d = 10 cm. Calcular: a) La longitud de onda de la luz incidente en el aire y en el vidrio. b) El ángulo que forma el haz de luz con la horizontal cuando atraviesa la interfase vidrio-aire y entra de nuevo en el aire por el punto P. c) La altura h del punto P en el que incide el rayo refractado en el vidrio cuando alcanza la interfase vidrio-aire. Velocidad de la luz en el vacío: $3 \cdot 10^8$ m·s^{-1}



Respuesta: a) La longitud de onda en el aire y en el vidrio serán, respectivamente:

$$\lambda_{\text{aire}} = \frac{v}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 6 \cdot 10^{-7}\mathrm{m}$$

$$\mathrm{v_{vidrio}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{n}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,52} = 1,97 \cdot 10^8 \mathrm{m \cdot s^{-1}} \quad \lambda_{\mathrm{vidrio}} = \frac{\mathrm{v}}{\nu} = \frac{1,97 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 3,94 \cdot 10^{-7} \mathrm{m}$$

b) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\mathrm{sen}\, 30^{\mathrm{o}}}{\mathrm{sen}\, \alpha_{\mathrm{r}}} = \frac{1,52}{1} \qquad \alpha_{\mathrm{r}} = 19{,}2^{\mathrm{o}}$$

c) Aplicando la definición de seno de un ángulo, tendremos:

$$\frac{\mathrm{h}}{10} = \mathrm{sen}\, 19,2^{\mathrm{o}} \qquad \mathrm{h} = 3,29\,\mathrm{cm}$$

24. Un objeto de 15 cm de altura está situado a 5 cm a la izquierda de una lente delgada convergente de 10 dioptrías. a) Calcular la posición y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

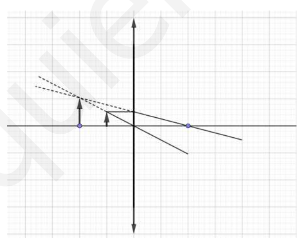
Respuesta: a) a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = -\mathrm{P} \qquad \frac{1}{-0,05} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = -10 \qquad \mathrm{s'} = -0,1\,\mathrm{m}$$

La altura de la imagen se obtiene aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y'}}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s'}}{\mathrm{s}} \qquad \mathrm{y'} = \frac{15\,(-0,1)}{-0,05} = 30\,\mathrm{cm}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



25. Un objeto de 3 cm de altura está situado a 20 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de - 10 dioptrías. a) Calcular la posición y la altura de la imagen. b) Realizar el diagrama de rayos correspondiente.

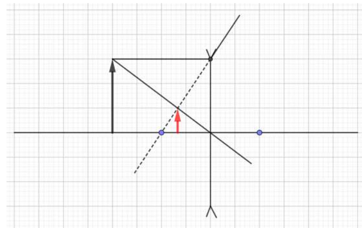
Respuesta: a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{\mathrm{s}} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = -\mathrm{P} \qquad \frac{1}{-0,2} - \frac{1}{\mathrm{s'}} = 10 \qquad \mathrm{s'} = -0,066\,\mathrm{m}$$

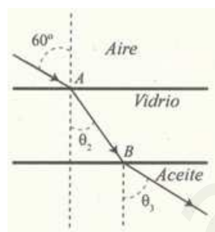
La altura de la imagen se obtiene aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y'}}{\mathrm{y}} = \frac{\mathrm{s'}}{\mathrm{s}} \qquad \mathrm{y'} = \frac{3\,(-0,066)}{-0,2} = 0,99\,\mathrm{cm}$$

El diagrama de rayos es el siguiente:



26. Un rayo de luz monocromática de frecuencia f = 5 x 10^{14} Hz, al incidir con un ángulo de 60º en el punto A situado en la interfase entre el aire (índice de refracción $n_1 = 1$) y una lámina de vidrio (índice de refracción $n_2 = 1.52$), se refracta. El rayo refractado alcanza al punto B, situado en la interfase entre el vidrio y el aceite (índice de refracción $n_3 = 1.45$) y sufre una nueva refracción. Calcular: a) El valor de los ángulos θ_2 yθ_3 que forman los rayos refractados con la normal. b) La velocidad y la longitud de onda del rayo en el vidrio. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s.



Respuesta: a) Aplicando por dos veces la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\, 60º}{\text{sen}\, \theta_2} = \frac{1,52}{1} \qquad \theta_2 = 34,73º$$

$$\frac{\text{sen}\, 34,73º}{\text{sen}\, \theta_3} = \frac{1,45}{1,52} \qquad \theta_3 = 36,67º$$

b) La velocidad de la luz en el vidrio es:

$$\text{v} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,52} = 1,97 \cdot 10^8 \,\text{m}$$

La longitud de onda será:

$$\lambda = \frac{\text{v}}{\nu} = \frac{1,97 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 3,95 \cdot 10^{-7} \,\text{m}$$

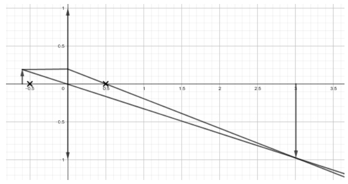
27. En una pantalla situada 3 m a la derecha de una lente delgada convergente se forma la imagen de un objeto vertical situado 60 cm a la izquierda de la lente. a) Calcular la potencia de la lente. b) Calcular la altura de la imagen si la altura del objeto es de 5 mm. c) Realizar el esquema de rayos que muestra la formación de la imagen.

Respuesta: a) Conocidos los valores de s y s′ , y aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,6} - \frac{1}{3} = -\text{P} \qquad \text{P} = 2 \,\text{dioptrías}$$

b) Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\text{y}' = 5\, \frac{3}{-0,6} = -25 \,\text{mm}$$



c) El diagrama de rayos es el siguiente:

28. Un objeto de 7 cm de altura se coloca 10 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de -4 dioptrías. a) Determinar la posición, orientación, tamaño y naturaleza de la imagen. b) Dibujar el diagrama de rayos que muestra la formación de la imagen.

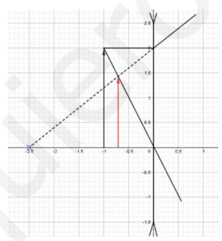
Respuesta: a) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,1} - \frac{1}{s'} = 4 \qquad s' = -0,071\,\text{m}$$

El tamaño de la imagen es:

$$y' = 7\,\frac{-0,071}{-0,1} = 4,97\,\text{cm}$$

Al ser divergente la lente, la imagen, además de **menor**, será **virtual y derecha**.
b) El diagrama de rayos es el siguiente:



29. Sean dos medios A y B de índices de refracción n_A y n_B, respectivamente. Un rayo de luz de frecuencia 6.04×10^{14} Hz incide desde el medio A hacia el medio B, verificándose que el ángulo límite para la reflexión total es 45º. Sabiendo que n_A - n_B = 0.6, determinar: a) Los índices de refracción n_A y n_B de ambos medios. b) Las longitudes de onda del rayo de luz incidente en los medios A y B. Dato: Velocidad de la luz en el vacío: $c = 3\times10^8\ m/s$.

Respuesta: a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen}\,\alpha_i}{\text{sen}\,\alpha_r} = \frac{n_2}{n_1} \qquad \frac{\text{sen}\,45^{\circ}}{\text{sen}\,90^{\circ}} = \frac{n_B}{n_A} = 0,707$$

Sabiendo que $n_A - n_B = 0{,}6$, y resolviendo el sistema formado por esta ecuación y la anterior, tendremos:

$$n_A = 2,05 \quad \text{y} \quad n_B = 1,45$$

b) La frecuencia de la radiación se mantiene constante al variar de un medio a otro, por lo que:

$$\lambda_A = \frac{v_A}{\nu} = \frac{c\cdot/n_A}{\nu} = \frac{3\cdot10^8/2,05}{6,04\cdot10^{14}} = 2,42\cdot10^{-7}\text{m} \qquad \lambda_B = \frac{v_B}{\nu} = \frac{c\cdot/n_B}{\nu} = \frac{3\cdot10^8/1,45}{6,04\cdot10^{14}} = 3,43\cdot10^{-7}\text{m}$$

30. Se desea proyectar sobre una pantalla la imagen de una diapositiva empleando una lente delgada convergente de focal f´ = 4 cm de forma que la imagen se proyecte invertida y con un tamaño 10 veces mayor que el de la diapositiva. a) Calcula las distancias diapositiva-lente y lente-pantalla. b) Dibuja un trazado de rayos que explique gráficamente el proceso de formación de la imagen.

Respuesta: a) A partir de la ecuación del aumento lateral:

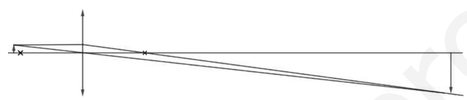
$$\frac{y'}{y} = \frac{-10y}{y} = -10 = \frac{s'}{s} \qquad s' = -10\,s$$

b) Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P = -\frac{1}{0,04} = -25$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{10s} = -25 \qquad s = -0,044\text{m} \qquad s' = 0,44\,\text{m}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



31. Un rayo de luz monocromático de frecuencia f = 6 x 10^{14} Hz incide con un ángulo θ_1 = 35º sobre la superficie de separación de dos medios con diferentes índices de refracción n_1 y n_2. Sabiendo que dicho rayo viaja por el primer medio a una velocidad de v_1 = 2.4 x 10^8 m/ s, y que su longitud de onda en el segundo medio es de λ_2 = 5 x 10^{-7} m, calcular: a) . El ángulo de refracción θ_2. b) El ángulo límite de incidencia θ_1 a partir del cual se producirá la reflexión total. Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/ s.

Respuesta:

a)

32. Una lente convergente tiene una potencia de 2.5 dioptrías. Un cierto objeto situado a la izquierda de la lente produce una imagen real de dicho objeto de tamaño cuatro veces mayor. a) Determinar la posición de ese objeto. b) Realizar el esquema de rayos que muestra la formación de la imagen.

Respuesta:

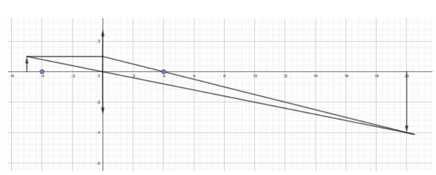
a) Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = -4 = \frac{s'}{s} \qquad s' = -4s$$

Al tratarse de una imagen real, es invertida, por lo que el aumento lateral vale -4. Aplicando ahora la ecuación fundamental del las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P \qquad \frac{1}{s} + \frac{1}{4s} = -2,5 \qquad s = -0,5\,\text{m}$$

b) El diagrama de rayos es el siguiente:



33. Una lente divergente produce una imagen y' que es 4 veces menor que el tamaño y del objeto cuando la separación entre la imagen y ·el objeto es 54 cm. a) Calcular las posiciones s y s' del objeto y de la.imagen, respectivamente . b) Calcular la distancia focal f de la lente.

Respuesta:

a) La imagen de una lente divergente es siempre virtual y derecha, por lo que, aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$\frac{\mathrm{y}'}{\mathrm{y}} = \frac{1}{4} = \frac{\mathrm{s}'}{\mathrm{s}} \qquad \mathrm{s}' = 0,25\mathrm{s}$$

La separación, utilizando el criterio de signos, entre imagen y objeto es: -s -(- s$'$) $= 0,54$. Sustituyendo la expresión de s$'$ obtenida previamente:

$$-\mathrm{s} + 0,25\mathrm{s} = 0,54 \qquad \mathrm{s} = -0,72\,\mathrm{m}$$

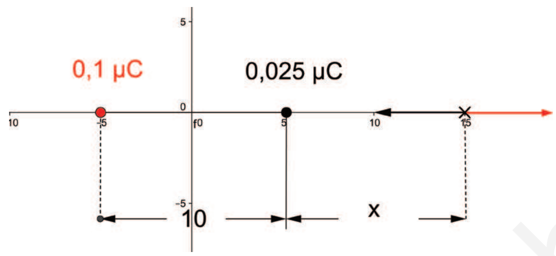
Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,72} - \frac{1}{-025 \cdot 0,72} = -\frac{1}{\mathrm{f}'} \qquad \mathrm{f}' = 0,24\,\mathrm{m}$$

4. Electromagnetismo.

1. Dos cargas eléctricas puntuales están fijas en el eje X. La carga $q_1 = 10^{-7}$ C está situada en un punto con coordenada x_1 = - 5 cm. La carga q_2 = - 2.5 x 10^{-8} C está situada en un punto con coordenada x_2 = 5 cm. Calcular: a) El punto donde el campo eléctrico total creado por las dos cargas es cero. b) El valor del potencial eléctrico total en ese punto. Constante de Coulomb: k = $9 \cdot 10^9$ Nm^2C^{-2}

   Respuesta: a) La representación gráfica es la siguiente:



   De la anterior representación gráfica, se puede deducir lo siguiente:

$$\frac{k \cdot 10^{-7}}{(0,1+x)^2} = \frac{k \cdot 2,5 \cdot 10^{-8}}{x^2} \longrightarrow \left(\frac{0,1+x}{x}\right)^2 = \frac{10^{-7}}{2,5 \cdot 10^{-8}} = 4$$

   Puesto que x no puede tomar valores negativos podremos poner:

$$\frac{0,1+x}{x} = 2 \longrightarrow x = 0,1\,\mathrm{m}$$

   b) El potencial eléctrico será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7}}{0,1+0,1} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-2,5 \cdot 10^{-8})}{0,1} = 4500 - 2250 = 2250\,\mathrm{V}$$

2. Una partícula alfa que tiene una masa $m_\alpha = 6.68 \cdot 10^{-27}$ kg y una carga eléctrica $q_\alpha = +2e$, se acelera desde el reposo a través de una diferencia de potencial de ΔV = 2000 V. Después de esto, la partícula alfa entra en una región donde existe un campo magnético de módulo B = 0.3 T y con dirección perpendicular a la velocidad de la partícula alfa. Calcular: a) La velocidad de la partícula alfa cuando entra en la región del campo magnético. b) El radio de la trayectoria seguida por la partícula alfa en la región donde existe el campo magnético. Carga eléctrica elemental: e = $1.6 \cdot 10^{-19}$C

   Respuesta:

   a) La velocidad de la partícula α se calcula de la siguiente forma:

$$q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \longrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 2000}{6,68 \cdot 10^{-27}}} = 4,3 \cdot 10^5\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

   b)El radio de la trayectoria será:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{6{,}68 \cdot 10^{-27} \cdot 4,3 \cdot 10^5}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3} = 0,030\,\mathrm{m}$$

3. Una carga puntual positiva q_1 = q está fija situada sobre el eje X en el punto x = -a. Una partícula P de masa m y carga positiva q_2 = q está situada en la parte positiva del eje X e infinitamente alejada de la carga q_1. a) Calcular el trabajo necesario para llevar a la partícula P desde su posición inicial en el infinito hasta una posición final en x = a sin variar su energía cinética. b) Calcular la velocidad inicial mínima que se debería dar inicialmente a la partícula P para que llegara desde su posición inicial en el infinito hasta la posición final en x = a. Constante de Coulomb: k = $9{\cdot}10^9 \text{N}{\cdot}m^2 \cdot kg^{-2}$

Respuesta:

a) El trabajo necesario será:

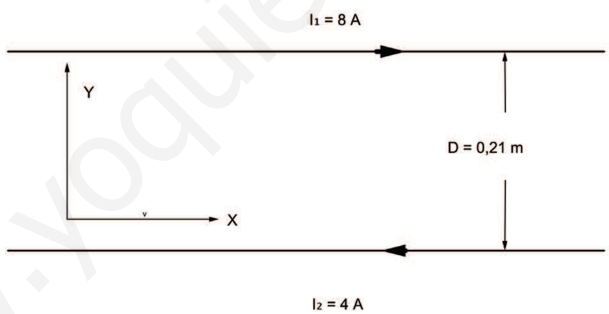
$$W = q(V_\infty - V_{-a}) = q\left(0 - \frac{kq}{2a}\right) = -\frac{kq^2}{2a}$$

Al tener este trabajo signo negativo, nos indica que el trabajo a realizar debe serlo por una fuerza que se oponga al campo gravitatorio, es decir $W_F = \frac{kq^2}{2a}$ J

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

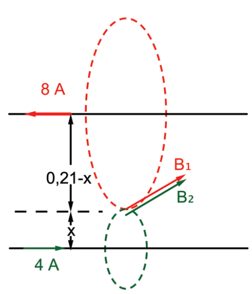
$$\frac{1}{2}mv^2 + 0 = 0 + \frac{kq^2}{2a} \longrightarrow v = \sqrt{\frac{kq^2}{ma}}$$

4. El dibujo muestra dos hilos conductores rectos paralelos que pueden considerarse infinitos. Ambos conductores están situados en el plano XY. Teniendo solo en cuenta el plano XY que contiene a los conductores, ¿a qué distancia del conductor por el que pasa la corriente I_1 se cumple que el campo magnético creado por cada uno de los conductores tiene el mismo módulo, dirección y sentido?



Respuesta:

a) El campo magnético creado por ambos conductores queda representado en la siguiente imagen:



[1]Los respectivos campos magnéticos tendrán el mismo módulo,dirección y sentido si se cumple:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi r_2} = B_2$$

Sustituyendo, tendremos:

$$\frac{8}{0,21 - x} = \frac{4}{x} \longrightarrow x = 0,07\,\mathrm{m}$$

5. Una carga eléctrica puntual positiva $q_1 = 10^{-6}$ C está fija en el origen. Calcular el trabajo necesario para trasladar otra carga eléctrica puntual positiva $q_2 = 5{\cdot}10^{-8}$ C desde el punto A de coordenadas (1, 0, 0) m hasta el punto B de coordenadas (0.5, 0,0) m sin variar su energía cinética. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 $\mathrm{Nm^2/C^2}$.

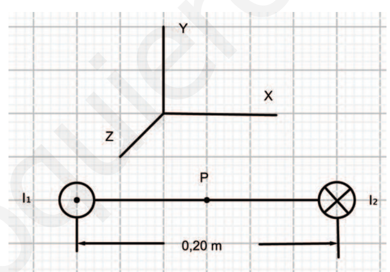
Respuesta:

El trabajo necesario será:

$$W = q(V_1 - V_2) = 5 \cdot 10^{-8}\left(\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{1} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{0,5}\right) = -4,5 \cdot 10^{-4}\mathrm{J}$$

Al ser negativo el trabajo, debe ser realizado por una fuerza externa que se oponga al campo.

6. Por dos hilos conductores, rectilíneos y paralelos, de gran longitud y separados una distancia de 20 cm, circulan dos corrientes de intensidades iguales $I_1 = I_2 = 3$ A, en sentidos opuestos como indica la figura.



Calcular: a) El vector campo magnético total en el punto P, equidistante de ambos conductores, expresando su módulo, dirección y sentido. b) La fuerza magnética por unidad de longitud que ejerce el conductor 1 sobre el 2, expresando su módulo, dirección y sentido. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ $\mathrm{N/A^2}$.

Respuesta:

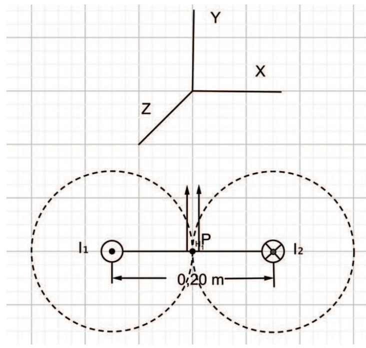
a) El campo magnético creado en el punto P por cada uno de los conductores tendrá los módulos respectivos:

$$B_1 = \frac{\mu_o I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 0,1} = 6 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_o I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 0,1} = 6 \cdot 10^{-6}\mathrm{T}$$

Como puede verse, los módulos de ambos campos magnéticos tienen el mismo valor. Podemos ver ver la dirección y sentido de aquellos en la siguiente representación gráfica:

[1]Los sentidos de las corrientes en la gráfica son los opuestos a los que figuran en el enunciado, pero el planteamiento numérico es el mismo. El único cambio será que los vectores campo tendrían el sentido contrario al que correspondería a los datos del enunciado.



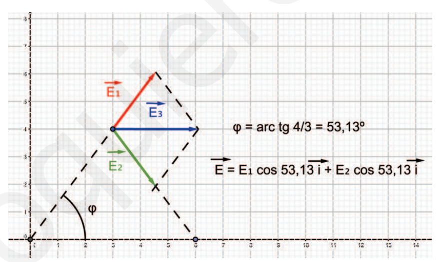
7. Una carga eléctrica puntual positiva, $q_1 = 4 \text{ x } 10^{-9}$ C, está fija en el origen. Otra carga eléctrica puntual negativa $q_2 = -4 \text{ x } 10^{-9}$ C, está fija en el eje X en un punto de coordenada x = 6 m. Calcular el vector campo eléctrico total creado por ambas cargas en el punto P del plano XY de coordenadas (3, 4) m. Expresar su módulo, dirección y sentido. Constante de Coulomb: $k = 9 \text{ x } 10^9 \mathrm{N \cdot m^2 \cdot C^{-2}}$

Respuesta:

Los módulos de $\overrightarrow{E_1}$ y $\overrightarrow{E_2}$ son iguales y tienen el valor:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 7,2\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

La representación gráfica es la siguiente:



Según puede verse en la imagen, tendremos:

$$\overrightarrow{E} = 2 \cdot 7,2\, cos\, 53,13\, \overrightarrow{i} = 8,64\, \overrightarrow{i}\, \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

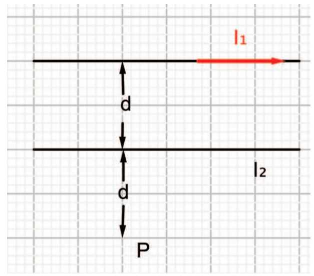
8. Se tienen dos hilos conductores rectos, paralelos e infinitos, separados una distancia d = 20 cm. Por el conductor 1 circula una corriente eléctrica de intensidad 1 = 2 A hacia la derecha como indica la figura.

¿Qué intensidad de corriente I_2, y en qué sentido, debe circular por el conductor 2 para que se anule el campo magnético total en el punto P? Justifica razonadamente la respuesta. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 .= 4\pi \cdot 10^{-7} \mathrm{N \cdot A^{-2}}$.

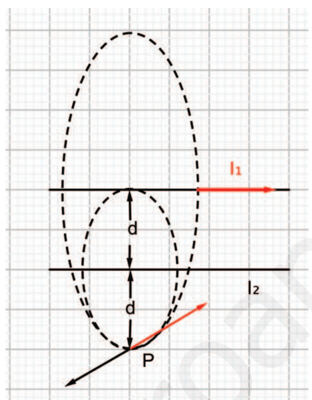
Respuesta:

La corriente I_2 debe circular en sentido contrario a I_1. En aplicación de la regla de la mano derecha, los vectores campo tendrán, en este caso, la misma dirección y sentido contrario. Por otra parte, al ser iguales los módulos de ambos, tendremos:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \qquad I_2 = \frac{I_1 d_2}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,2}{0,4} = 1\,\mathrm{A}$$



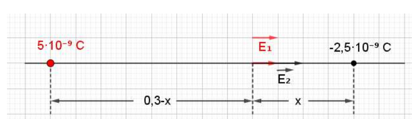
En la siguiente representación gráfica podemos ver un esquema que justifica la respuesta:



9. Una carga eléctrica puntual positiva $q_1 = 5 \text{ x } 10^{-9}$ C, está fija en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica puntual negativa $q_2 = -2.5 \text{ x } 10^{-9}$ C, esta fija en el eje X en un punto de coordenada x = 30 cm. a) Calcular el punto del eje X situado entre ambas cargas donde el potencial eléctrico total es cero. b) Calcular el vector campo eléctrico total en ese punto, expresando su modulo, dirección y sentido. Constante de Coulomb: $k = 9 \text{ x } 10^9 \text{ N m}^2\text{C}^{-2}$.

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Podemos obtener la siguiente igualdad:

$$\mathrm{V} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,3 - \mathrm{x}} + \frac{9 \cdot 10^9(-2,5 \cdot 10^{-9})}{\mathrm{x}} = 0$$

Obteniéndose un valor: x = 0,1 m
b) La intensidad de campo eléctrico en dicho punto es:

$$\vec{E} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,2^2}\vec{i} + \frac{9 \cdot 10^9(2,5 \cdot 10^{-9})}{0,1^2}\vec{i} = 3375\ \vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

10. Un haz de electrones atraviesa con movimiento rectilíneo uniforme y velocidad de 3 x 10^6 m/s una zona donde existen un campo eléctrico y un campo magnético, ambos uniformes y perpendiculares entre sí. Si el campo eléctrico se apaga manteniéndose el campo magnético, los electrones realizan una orbita circular de 2 cm de radio. Calcular: a) El módulo del campo magnético. b) El módulo del campo eléctrico existente en la situación inicial. Masa del electrón: m_e = 9.1 x 10^{-31} kg. Carga eléctrica del electrón: q_e = -1.6 x 10^{-19} C.

Respuesta:

a) El radio de la trayectoria cuando solamente actúa el campo magnético es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Por lo que, sustituyendo valores y despejando, obtendremos:

$$B = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^6}{0,02 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8,53 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

b) En la situación inicial, la fuerza sobre los electrones es nula, por lo que podremos escribir:

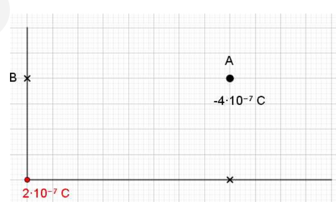
$$\left|q\vec{E}\right| = \left|q\vec{v} \times \vec{B}\right|$$

Por lo que: $\left|\vec{E}\right| = \left|\vec{v} \times \vec{B}\right| = 3 \cdot 10^6 \cdot 8,53 \cdot 10^{-4} = 2559\mathrm{N/C}$

11. Una carga eléctrica puntual positiva q_1 = 2 x 10^{-7} C, esta fija en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica puntual negativa $q_{,2}$ = -4 x 10^{-7} C esta fija situada en un punto A de coordenadas (4, 2) m. a) Calcular el potencial eléctrico total en los puntos B (0, 2) m y C (4, 0) m. b) Calcular el trabajo que es necesario realizar para transportar una carga puntual negativa q_0 = -3 x 10^{-7} C, desde el punto B hasta el punto C sin variar su energía cinética.. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 N m^2C^{-2}.

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos escribir:

$$V_B = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{2} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-7})}{4} = 0\,\mathrm{V}$$

$$V_C = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{4} + \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-7})}{2} = -1350\,\mathrm{V}$$

b) Para trasladar la carga q_0 desde B hasta C, el trabajo necesario será:

$$W = q_0(V_B - V_c) = -3 \cdot 10^{-7}[0 - (-1350)] = -4,05 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

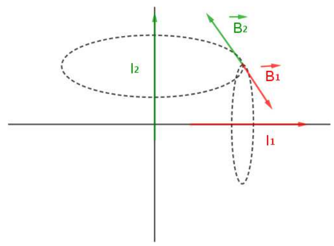
El trabajo tiene signo negativo, pues una carga negativa tenderá a desplazarse espontáneamente desde un punto de menor a otro de mayor potencial.

12. Dos cables conductores rectos y muy largos coinciden con los ejes X e Y de manera que ambos se cruzan en el origen de coordenadas O como muestra la figura. Por ellos circulan corrientes de intensidades 1_1

= 2 A e I_2 = 4 A. a) Calcular el campo magnético total creado por ambas corrientes en el punto P de coordenadas x = 8 cm e y = 5 cm. Expresar vectorialmente el resultado. b) Una carga puntual negativa q = -5 x 10^{-6} C pasa por el punto P con una velocidad $\overrightarrow{v} = 10^4\ \overrightarrow{i}$ m/s. Calcular la fuerza magnética que actúa sabre esa carga en el punto P. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi$ x 10^{-7} N/A^2.

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Podemos deducir, por aplicación de la regla de la mano derecha, que los vectores campo magnético están dirigidos a lo largo del eje Z, uno de ellos ($\overrightarrow{B_1}$), en el sentido positivo, mientras que $\overrightarrow{B_2}$ lo está en el sentido negativo de dicho eje. Los respectivos módulos de estos campos magnéticos son:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi 0,05} = 8 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi 0,08} = 10^{-5}\,\mathrm{T}$$

Con lo que el campo resultante será:

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B_1} + \overrightarrow{B_2} = (8 \cdot 10^{-6} - 10^{-5})\ \overrightarrow{k} = -2 \cdot 10^{-5}\ \overrightarrow{k}\ \mathrm{T}$$

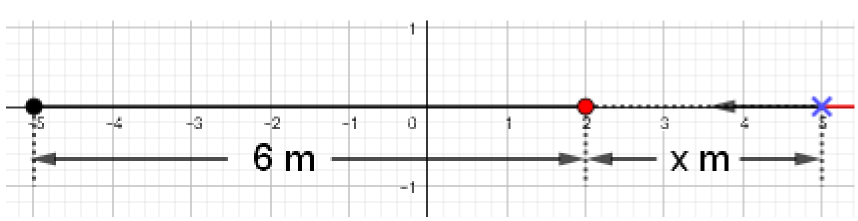
b) La fuerza sobre la carga es:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B} = -5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^4\ \overrightarrow{i} \times (-2 \cdot 10^{-5}\ \overrightarrow{k}) = -10^{-6}\ \overrightarrow{j}\ \mathrm{N}$$

13. Dos cargas eléctricas puntuales están fijas en el plano XY. La carga q_1 = - 4·10^{-6} C, esta situada en el origen de coordenadas. La carga q_2 = 6.4·10^{-7} C, esta situada en el eje X en un punto de coordenada x = 6 m. a) Explicar razonadamente en que zona del plano XY esta situado el punto donde el campo eléctrico total creado por ambas cargas es nulo, y calcular las coordenadas de ese punto. b) Calcular el potencial eléctrico total en ese punto. Constante de Coulomb: k = 9·10^9 Nm^2/C^2

Respuesta:

a) La intensidad de campo sólo puede ser nula en un punto situado sobre la recta que pasa por ambas cargas, es decir, sobre el eje x, tal y como puede verse en la siguiente imagen



para que la intensidad de campo resultante sea nula, deberá cumplirse:

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(6+\mathrm{x})^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6,4 \cdot 10^{-7}}{\mathrm{x}^2} \qquad \text{obteniéndose}\, \mathrm{x} = 4\,\mathrm{m}$$

Por lo que el punto tiene como coordenadas **(4,0)**.

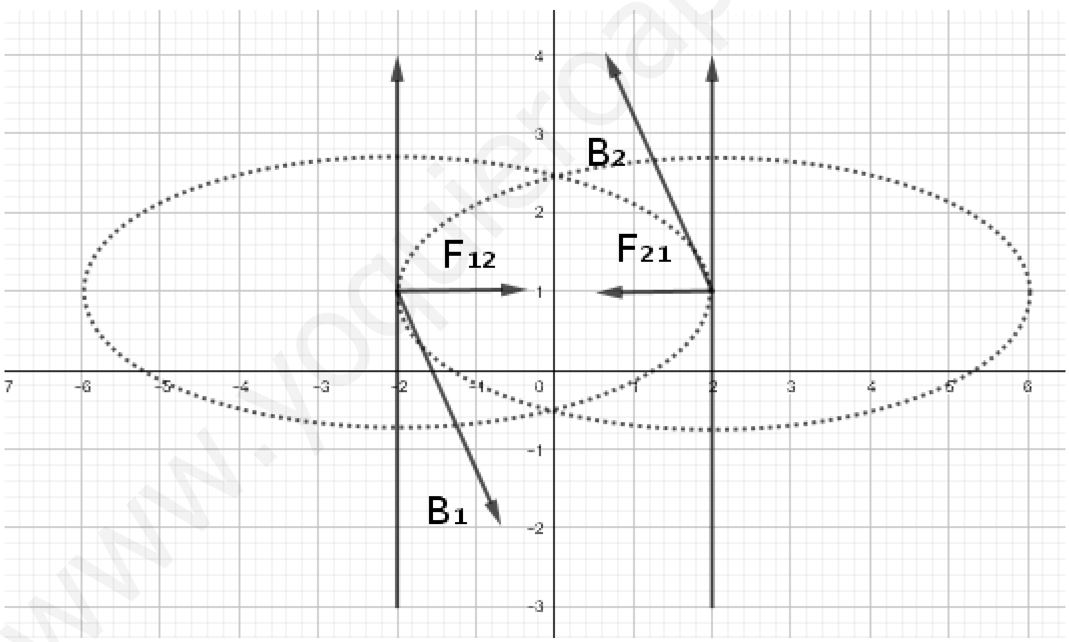
b) El potencial en ese punto tiene el valor:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V}_1 + \mathrm{V}_2 = \frac{9 \cdot 10^9(-4 \cdot 10^{-6})}{10} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6,4 \cdot 10^{-7}}{4} = -2160\,\mathrm{V}$$

14. Dos hilos conductores rectos, paralelos y muy largos están separados una distancia d = 3 m. Por ambos conductores circulan corrientes eléctricas en el mismo sentido. a) Explicar razonadamente si la fuerza que se ejercen ambos hilos es atractiva o repulsiva. b) La fuerza magnética por unidad de longitud que se ejercen ambos conductores es de 16 x 10^{-7} N/m, y la intensidad de la corriente en el conductor 1 es $I_1 = 4$ A, calcular la intensidad de la corriente en el conductor 2. c) ¿A que distancia del conductor 1se anula el campo magnético total creado por ambas corrientes? Permeabilidad magnética del vacío: µ., = 4π x 10^{-7}

Respuesta:

a) Como puede deducirse a partir de la imagen siguiente:



Al aplicar la regla de la mano izquierda a cada una de las corrientes, la fuerza que actúa sobre ellas es de **atracción**.

b) A partir de la expresión de la fuerza por unidad de longitud:

$$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{l}} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1 \mathrm{I}_2}{2\pi \mathrm{d}} = 16 \cdot 10^{-7} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot \mathrm{I}_2}{2\pi \cdot 3} \qquad \mathrm{I}_2 = 3\,\mathrm{A}$$

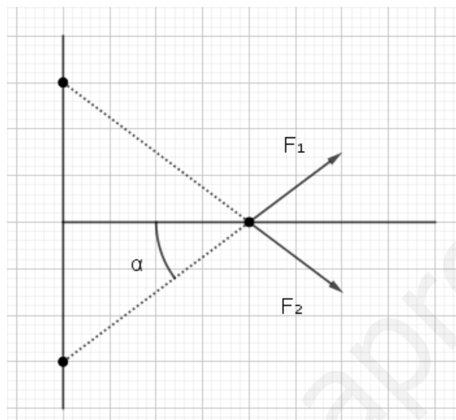
c) La intensidad de campo magnético entre ambas corriente se anula cuando se cumpla:

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot \mathrm{x}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 3}{2\pi(3-\mathrm{x})} \qquad \mathrm{x} = 1,71\,\mathrm{m}$$

15. Dos cargas eléctricas puntuales negativas están fijas en el eje Y del plano XY. Ambas cargas son iguales $q_1 = q_2 =$ -2 x 10^{-7} C, y están situadas en puntos con coordenadas $Y_1 =$ 30 cm, e $Y_2 =$ -30 cm. En el eje X se coloca otra carga eléctrica negativa $q_3 =$ -5 x 10^{-7} C en un punto A de coordenada $X_A =$ 40 cm. Calcular: a) El modulo, dirección y sentido de la fuerza eléctrica total que sufre la carga q_3 en el punto A. b) El trabajo que es necesario realizar para transportar la carga q_3 desde el punto A hasta el origen de coordenadas sin variar su energía cinética. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2.

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica:



Podemos deducir lo siguiente:

$$\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_1}\right| = \frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-7}}{0,3^2+0,4^2} = 0,25\,\mathrm{N} \qquad \operatorname{tg}\alpha = \frac{0,3}{0,4} \quad \alpha = 36,87^{\circ}$$

La fuerza resultante sobre la carga de $-5\cdot 10^{-7}$ C tendrá el valor:

$$\overrightarrow{F} = 2\cdot 0,25\cdot\cos 36,87\,\overrightarrow{i} = 0,4\,\overrightarrow{i}\,\mathrm{N}$$

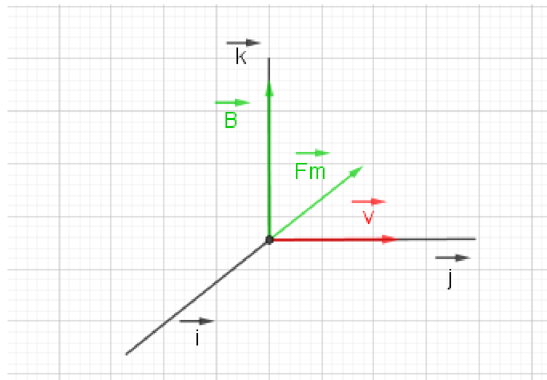
b) El trabajo necesario será:

$$\mathrm{W} = \mathrm{U}-\mathrm{U}_0 = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-7}}{\sqrt{0,3^2+0,4^2}} - 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 2\cdot 10^{-7}\cdot 5\cdot 10^{-7}}{0,3} = -2,4\cdot 10^{-3}\mathrm{J}$$

16. Un anión, que se mueve con velocidad $\overrightarrow{v}$ en la dirección y sentido del vector unitario $\overrightarrow{j}$, entra en una región donde existe un campo magnético uniforme B = 0.2 $\overrightarrow{k}$ T. a) Haz un dibujo que represente los vectores y la fuerza magnética que sufre el anión. b) Si el radio de la trayectoria circular que describe el anión es de 10.2 cm, calcula el modulo de la velocidad del anión. c) Calcula el modulo de la fuerza magnética que sufre el anión. Carga eléctrica del anión: q = - $3.2\cdot 10^{-19}$ C. Masa del anión: $m_e =$ $13\cdot 10^{-27}$ kg

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



Conocida la expresión que da el radio de la trayectoria:

$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{13 \cdot 10^{-27} v}{3,2 \cdot 10^{-19} \cdot 0,2} = 0,102 \qquad v = 5{,}02 \cdot 10^5 m \cdot s^{-1}$$

17. Dos cargas eléctricas puntuales, q_1 y q_2, están fijas en el eje X del plano XY. La carga $q_1 = 4$ x 10^{-6}C está situada en el origen de coordenadas. La carga q_2 está situada en el punto de coordenada $x_2 = 8$ m. Se sabe que el trabajo que es necesario realizar sobre otra carga $q_3 = 3$ x 10^{-5} C para llevarla desde el infinito hasta el punto A de coordenadas $(x_A, y_A) = (4, 0)$ m sin variar su energía cinética es de 0.135 J. Calcular: a) El valor de la carga eléctrica q_2. b) El módulo, dirección y sentido del campo eléctrico total creado por q_1 y q_2 en el punto A. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 N.m^2/C^2

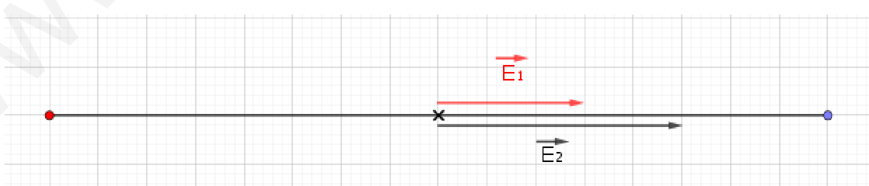
Respuesta:

a) El trabajo necesario para trasladar la carga desde el infinito al punto A será:

$$W = U_\infty - U_A) = 0 - \left(\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot q_2}{4} \right) = 0,135\,J$$

$$\text{Resolviendo la anterior ecuación obtendremos}: \; q_2 = -6 \cdot 10^{-6} C$$

b) En el punto A, el campo eléctrico creado por cada una de las cargas será el representado en la siguiente imagen:



El campo eléctrico resultante será:

$$\vec{E} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{4^2} \vec{i} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4^2} \vec{i} = 5625 \, \vec{i} \, N \cdot C^{-1}$$

18. En una zona existe un magnético uniforme B con la misma dirección y sentido que el vector unitario $\vec{k}$. a) ¿Qué dirección y sentido debería tener la velocidad de un electrón para que pudiera atravesar esa

zona siguiendo una trayectoria recta? Justifica razonadamente la respuesta. b) En esa zona se añade un campo eléctrico uniforme E con la misma dirección y sentido que el vector unitario $\overrightarrow{i}$. ¿Qué dirección y sentido debería tener la velocidad de un electrón para que pudiera atravesar esa zona siguiendo una trayectoria recta? Justifica razonadamente la respuesta.

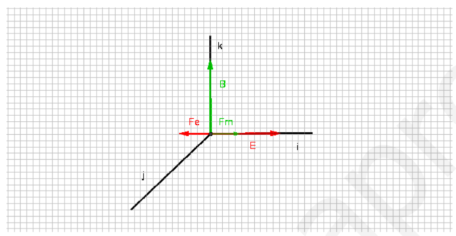
Respuesta:

a) Para que no experimente desviación, el electrón debería moverse de forma paralela, independientemente del sentido de movimiento, a la dirección de B, ya que la fuerza magnética: $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$ sería nula.

b) Cuando se aplica un campo eléctrico además del campo magnético, la trayectoria del electrón sería rectilínea cuando se cumpla:

$$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$$

.

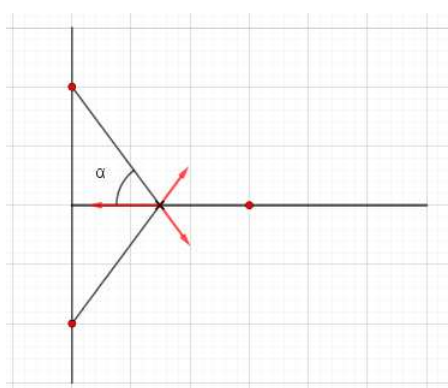


Lo cual se produciría cuando el electrón se desplace en **sentido positivo del eje y**.

19. Dos cargas eléctricas puntuales positivas iguales, $q_1 = q_2 = 4 \text{ x } 10^{-7}$ C, están fijas en el eje Y del plano XY en puntos de coordenadas y_1 = -4 m e y_2 = 4 m. Otra carga puntual también positiva $q_3 = 2 \text{ x } 10^{-7}$ C está fija en el eje X en un punto de coordenada x_3 = 6 m. Calcular: a) El módulo, dirección y sentido del campo eléctrico total creado por las tres cargas en el punto A del eje X de coordenada xA = 3 m. b) El valor del potencial eléctrico total en ese punto A. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 N.m^2/C^2.

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Se puede deducir que:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{5^2} = 144\,\mathrm{N \cdot C^{-1}} \qquad \alpha = 53,13^{\text{o}}$$

$$\vec{E} == \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3} = 2 \cdot 144 \cdot \cos 52,13\, \vec{i} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{3^2}\vec{i} = -27,2\, \vec{i}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

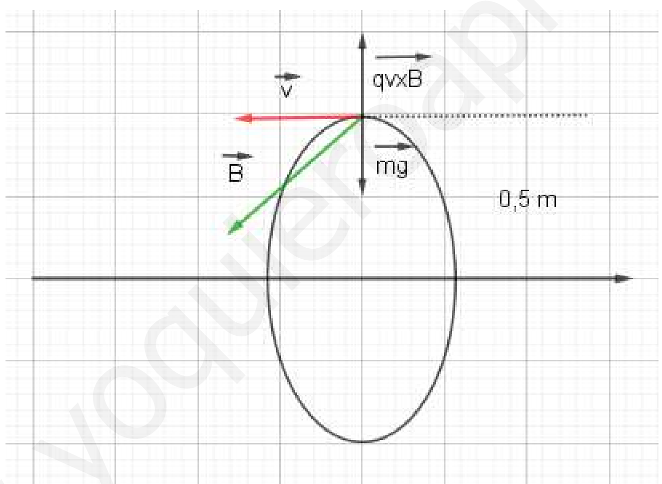
b) El potencial eléctrico total en ese punto será:

$$\mathrm{V} = \mathrm{V_1} + \mathrm{V_2} + \mathrm{V_3} = 2\,\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-7}}{5} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-7}}{3} = 2040\,\mathrm{V}$$

20. Por un hilo conductor recto, horizontal y de gran longitud circula una corriente eléctrica hacia la derecha. Un protón se mueve siguiendo una trayectoria horizontal paralela al hilo conductor con una velocidad constante de 3 cm/s en sentido opuesto a la corriente eléctrica. La trayectoria del protón está a una distancia d = 50 cm por encima del hilo. El protón está sometido a su propio peso, y a la fuerza magnética debida a la corriente eléctrica. Calcular: a) El campo magnético B creado por la corriente eléctrica en un punto situado en la trayectoria del protón. b) La intensidad de la corriente eléctrica que circula por el hilo. Carga eléctrica elemental: e = 1.6 x 10^{-19} C. Masa del protón: mp = 1.67 x 10^{-27} kg Permeabilidad magnética del vacío: μo= 4π x 10^{-7} N/A^2.

Respuesta:

a) La representación gráfica es la siguiente:



Puesto que la fuerza ejercida por el campo magnético es igual al peso del protón:

$$1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 9,8 = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,3 \cdot \mathrm{B} \qquad \mathrm{B} = 3,41 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{T}$$

b) La intensidad de la corriente se calcula a partir de:

$$3,41 \cdot 10^{-6} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \mathrm{I}}{2\pi \cdot 0,5} \qquad \mathrm{I} = 8,52\,\mathrm{A}$$

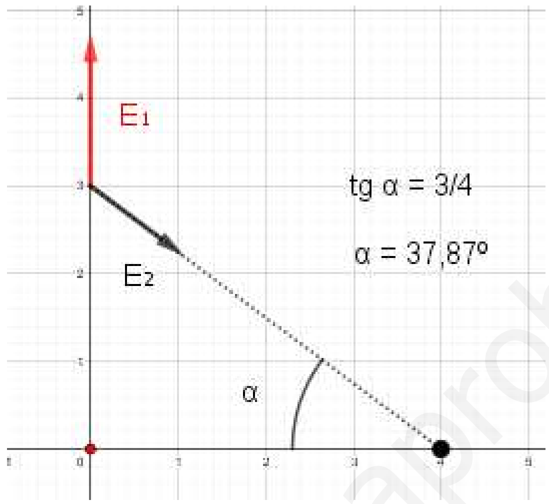
21. Una carga eléctrica puntual positiva q_1 = q, está fija en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica puntual negativa q_2 = -2q, está fija en el eje X en un punto A de coordenada x = 4 m. Se sabe que en el punto B situado en el eje Y con coordenada y = 3 m el potencial eléctrico total debido a ambas cargas es de -4.8 V. Calcular: a) El valor de la carga q. b) El vector campo eléctrico total en el punto B, expresando su módulo, dirección y sentido. Constante de Coulomb: k = 9·10^9 Nm^2/C^{-2}

Respuesta:

a) El potencial eléctrico en el punto B es:

$$-4,8 = \frac{9 \cdot 10^9 q}{3} + \frac{9 \cdot 10^9 (-2q)}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \qquad q = 8 \cdot 10^{-9} C$$

b) En la siguiente representación gráfica podemos ver el vector campo eléctrico creado por cada una de las cargas.



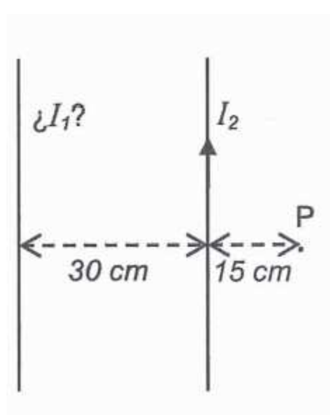
El módulo de cada uno de los vectores campo será:

$$\left|\overrightarrow{E_1}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9}}{3^2} = 8\,\mathrm{N \cdot C^{-1}} \qquad \left|\overrightarrow{E_2}\right| = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 16 \cdot 10^{-9}}{3^2 + 4^2} = 5,76\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

El campo eléctrico en el punto B tendrá la expresión:

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = 8\,\vec{j} + 5,76\,(\vec{i}\cos 36,87^{\circ} - \vec{j}\cos 36,87^{\circ}) = 12,61\,\vec{i} - 3,46\,\vec{j}\,\mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

22. Dos conductores rectos, paralelos y de gran longitud están separados por una distancia de 30 cm. Por el conductor de la izquierda circula una corriente I_1 de intensidad y sentidos desconocidos . Por el conductor de la derecha circula una corriente de intensidad $I_2 = 1.2$ A hacia arriba como indica la figura.



Se sabe que el campo magnético total creado por ambas corrientes en el punto P es nulo. Calcular:

a) El valor de la intensidad de corriente I_1 y su sentido. Justificar razonadamente la respuesta. b) La fuerza que por unidad de longitud ejerce el conductor 2 sobre el 1, expresando su módulo, dirección y sentido. Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2.

Respuesta:

a) Por aplicación de la regla de la mano derecha, el sentido del campo magnético creado por I_2 en el punto P estará dirigido hacia dentro del plano del dibujo, con lo que el campo creado por el otro conductor debe tener la misma dirección y sentido contrario, por lo que el sentido de la corriente debe ser el opuesto al de I_2 , es decir, la corriente va dirigida desde arriba hacia abajo (ver representación gráfica del problema nº 8).
Para que la intensidad sea nula, debe cumplirse:

$$\frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot 0,45} = \frac{\mu_0 \cdot 1,2}{2\pi \cdot 0,15} \qquad I_1 = 3,6\ \mathrm{A}$$

b) La fuerza entre ambos conductores será de atracción. Suponiendo que el plano del dibujo es el XY, y que las intensidades se dirigen a lo largo del eje Y, la fuerza por unidad de longitud que ejerce el segundo conductor sobre el primero será:

$$\frac{F}{l} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1,2 \cdot 3,6}{2\pi \cdot 0,30} = 28,8\ \vec{i}\ \mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

23. Una partícula alfa con carga eléctrica positiva q = 2 e y velocidad inicial $v = 6 \cdot 10^5\ \vec{i}$ m/s entra en una región donde existe un campo magnético uniforme $B = -0.5\ \vec{k}$ T. Dentro de esa región, la partícula describe una trayectoria circular de 2,5 cm de radio. Calcular: a) El valor de la masa m de la partícula alfa. b) El módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que es necesario aplicar en esa región para que la partícula alfa no se desvíe y describa una trayectoria rectilínea al atravesar esa región. Carga eléctrica elemental : $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) El radio de la trayectoria y la masa de la partícula están relacionados por:

$$m = \frac{qBr}{v} = \frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,5 \cdot 0,025}{6 \cdot 10^5} = 6,67 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$$

b) La fuerza debida al campo magnético es: $\overrightarrow{F_m} = q\vec{v} \times \vec{B} = 3,2 \cdot 10^{-19}[6 \cdot 10^5\ \vec{i} \times (-0,5\ \vec{k})] = 9,6 \cdot 10^{-14}\vec{j}$, por lo que la fuerza debida al campo eléctrico será: $\vec{F_e} = 3,2 \cdot 10^{-19}\vec{E} = -9,6 \cdot 10^{-14}\vec{j}$ N. El campo eléctrico que debe aplicarse es:

$$\vec{E} = \frac{-9,6 \cdot 10^{-14}\vec{j}}{3,2 \cdot 10^{-19}} = -3 \cdot 10^5\ \vec{j}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

24. Tres cargas puntuales están fijas sobre el eje x según indica la figura. En un cierto instante, la carga situada en x = +d y que tiene masa m se deja libre a) Calcular la velocidad con la que alcanza el punto x = +2d. b) Calcular el sentido y la magnitud de su aceleración cuando alcanza el punto x= +2d. Dar las respuestas en función de Q, m, d y k, siendo k la constante de Coulomb.

Respuesta:

La carga situada en el punto x = +d tiene una energía potencial:

$$E_{+d} = -\frac{KQ^2}{2d} + \frac{KQ^2}{d} = \frac{KQ^2}{2d}$$

La misma carga, situada en x = +2d, tiene una energía potencial:

$$E_{+2d} = -\frac{KQ^2}{3d} + \frac{KQ^2}{2d} = \frac{KQ^2}{6d}$$

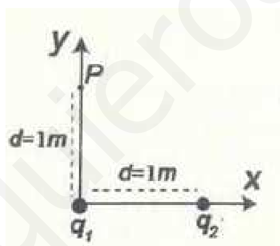
Para pasar de +d a +2d, el trabajo realizado es:

$$W = U_{+d} - U_{+2d} = \frac{KQ^2}{2d} - \frac{KQ^2}{6d} = \frac{KQ^2}{3d}$$

Este trabajo es igual al incremento de energía cinética:

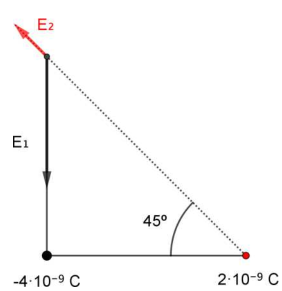
$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{KQ^2}{3d} \qquad v = \sqrt{\frac{2KQ^2}{3md}}$$

25. Las cargas q_1 = -4 x 10^{-9} C y q_2 = 2 x 10^{-9} C están colocadas según se representa en la figura. Calcula: a) El vector campo eléctrico total en el punto P. b) El trabajo mínimo necesario para trasladar una carga q_0 = 1 x 10^{-9} C desde el infinito hasta el punto P. Dato: Constante de Coulomb k = 9 x 10^9 Nm^2 c^{-2}



Respuesta:

a) El campo eléctrico en el punto P puede ser representado de la forma:



Loas módulos de E_1 y E_2 son, respectivamente:

$$E_1 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-9}}{1^2} = 36\,N \cdot C^{-1}$$

$$E_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{1^2 + 1^2} = 9\,N \cdot C^{-1}$$

El campo eléctrico en P será:

$$\vec{E} = -36\,\vec{j} - 9\cos 45^{\circ}\,\vec{i} + 9\,\mathrm{sen}\,45^{\circ}\,\vec{j} = -7,66\,\vec{i} - 28,34\,\vec{j}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

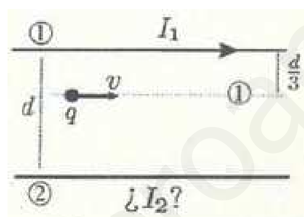
b) La energía potencial en el punto P será:

$$\mathrm{U_P} = 10^{-9}\left[\frac{9\cdot 10^{9}(-4\cdot 10^{-9})}{1} + \frac{9\cdot 10^{9}\cdot 2\cdot 10^{-9}}{\sqrt{2}}\right] = -2,33\cdot 10^{-8}\ \mathrm{J}$$

El trabajo necesario será:

$$\mathrm{W} = \mathrm{U_\infty} - \mathrm{U_P} = 0 - (-2,33\cdot 10^{-8}) = 2,33\cdot 10^{-8}\mathrm{J}$$

26. Se tienen dos hilos conductores rectos, paralelos e infinitos, separados una distancia d = 30 cm. Por el conductor 1 circula una corriente eléctrica de intensidad I_1=2 A hacia la derecha como indica la figura. Por el conductor 2 sabemos que circula una cierta intensidad I_2 Si una carga eléctrica q viaja en el plano definido por los hilos en línea recta y con velocidad constante v según el dibujo, determinar el valor y el sentido de la intensidad I_2 que circula por el hilo 2.

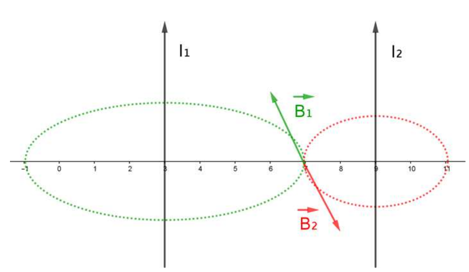


Respuesta:

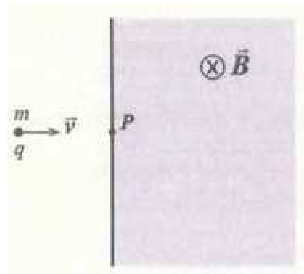
La fuerza magnética sobre la partícula cargada debe ser nula, por lo que a una distancia d/3 del primer conductor, el campo magnético resultante debe ser cero, es decir:

$$\frac{\mu_0\cdot 2}{2\pi\dfrac{\mathrm{d}}{3}} - \frac{\mu_0 \mathrm{I_2}}{2\pi\dfrac{2\mathrm{d}}{3}} = 0 \qquad \mathrm{I_2} = 4\ \mathrm{A}$$

Para que el campo magnético se anule en el punto antes mencionado, las corrientes deben tener el mismo sentido, como podemos deducir de la siguiente representación gráfica:



27. Una carga q = 1 x 10^{-9} C y masa m = 8 x 10^{-21}kg penetra con una velocidad v = 2 x 10^{5} m/s por el punto P en una región con un campo magnético B perpendicular al papel y hacia adentro (zona de color gris en la figura). a) ¿Qué intensidad debe tener B para que la carga vuelva a la primera región por un punto Q situado a una distancia de 50 cm de P? b) Razona si el punto Q estará localizado por



encima o por debajo del punto P.

Respuesta:

a) Puesto que: $r = \dfrac{mv}{qB}$, tendremos:

$$r = \frac{8 \cdot 10^{-21} \cdot 2 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^{-9}\,B} = \frac{1,6 \cdot 10^{-6}}{B}$$

Entre los puntos P y Q existirá una distancia igual al diámetro de la trayectoria, por lo que:

$$0,5 = 2r = \frac{3,2 \cdot 10^{-6}}{B} \qquad B = 6,4 \cdot 10^{-6} T$$

b) El punto Q se encontrará **por encima** de P, ya que la fuerza sobre la carga será:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La fuerza es perpendicular a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$ y tiene el sentido que tendría el avance de un tornillo que girara en el sentido desde v hasta B.

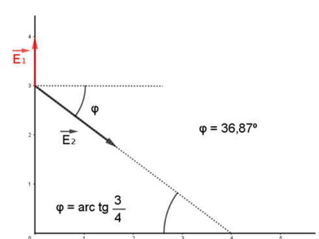
28. Una carga eléctrica puntual positiva q_1 = q, está fija en el origen de coordenadas. Otra carga eléctrica puntual negativa q_2 = -2q, está fija en el eje X en un punto A de coordenada x = 4 m. Se sabe que en el punto B situado en el eje Y con coordenada y = 3 m el potencial eléctrico total debido a ambas cargas es de -4.8 V. Calcular: a) El valor de la carga q. b) El vector campo eléctrico total en el punto B, expresando su módulo, dirección y sentido. Constante de Coulomb: k = 9 x 10^9 N m^2/C^2.

Respuesta:

a) El potencial en el punto (0,3) el potencial es el siguiente:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 q}{3} + \frac{9 \cdot 10^9(-2q)}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = -4,8 \qquad q = 8 \cdot 10^{-9} C$$

b) La representación del campo eléctrico en el punto B es la siguiente:

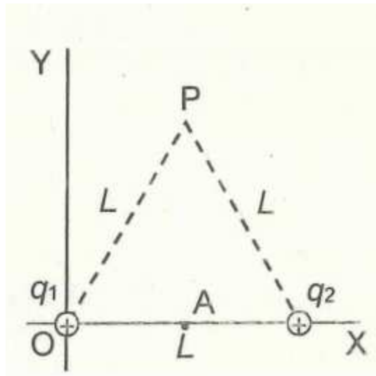


El campo eléctrico en B tendrá el valor:

$$\vec{E} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-9}}{3^2}\vec{j} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-8}}{3^2 + 4^2}\left(\vec{i}\cos 36,87^{\circ} - \vec{j}\,\text{sen}\,36,87^{\circ}\right)$$

$$\vec{E} = 8\,\vec{j} + 4,61\,\vec{i} - 3,46\,\vec{j} = 4,61\,\vec{i} + 4,54\,\vec{j}\ \mathrm{N\cdot C^{-1}}$$

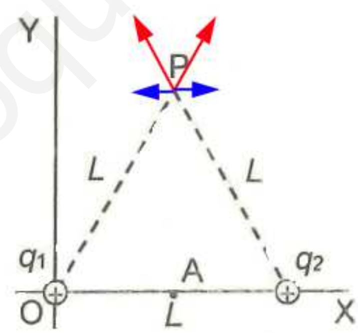
29. Dos cargas eléctricas puntuales positivas iguales $q_1 = q_2 = q$ están fijas situadas en los dos vértices de la base de un triángulo equilátero de lado L = 40 cm como indica la figura. Se sabe que el módulo del



campo eléctrico total debido a estas dos cargas en el tercer vértice P del triángulo es de 292.3 N/C. Calcular: a) El valor de la carga eléctrica q. b) El trabajo que es necesario realizar para transportar otra carga puntual positiva $q_0 = 5 \times 10^{-6}$ C, desde el punto P hasta el punto A situado en el centro de la base del triángulo, sin variar su energía cinética. Constante de Coulomb: $k = 9 \times 10^{9}$ N m^2C^{-2}.

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos ver que las componentes horizontales de los vectores campo eléctrico se anulan entre sí. El módulo del campo resultante será: $\left|\vec{E_r}\right| = 2\left|\vec{E}_y\right|$, siendo $\vec{E}$ el campo creado por cualquiera de las dos carga en el punto P, y $\vec{E_y}$ la componente vertical de cada uno. así pues:

$$293,2 = 2\,\frac{9\cdot 10^9 \mathrm{q}}{0,40^2}\,\mathrm{sen}\,60^{\circ} \qquad \mathrm{q} = 1,5\cdot 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

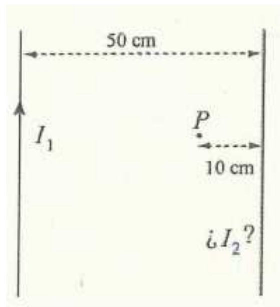
b) El valor del potencial en los puntos P y A valdrá, respectivamente:

$$V_P = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 1,5\cdot 10^{-9}}{0,4} = 67,5\,\mathrm{V} \qquad V_A = 2\,\frac{9\cdot 10^9\cdot 1,5\cdot 10^{-9}}{0,2} = 33,75\,\mathrm{V}$$

El trabajo necesario para desplazar la carga será:

$$\mathrm{W} = 5 \cdot 10^{-6}(67,5 - 33,75) = 1,69 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J}$$

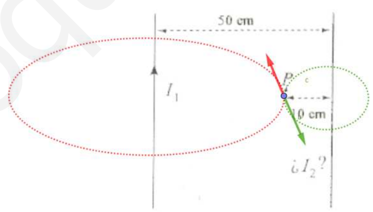
30. Dos conductores rectos, paralelos y de gran longitud están separados por una distancia de 50 cm. Por el conductor de la derecha circula una corriente I_2 de intensidad y sentidos desconocidos. Por el conductor de la izquierda circula una corriente de intensidad $\mathrm{I}_1 = 2$ A hacia arriba como indica la figura. Se sabe



que el campo magnético total creado por ambas corrientes en el punto P es nulo. Calcular: a) El valor de la intensidad de corriente I_2 y su sentido. Justificar razonadamente la respuesta. b) La fuerza que por unidad de longitud ejerce el conductor 2 sobre el 1, expresando su módulo, dirección y sentido · Permeabilidad magnética del vacío: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2.

Respuesta:

a) De la siguiente representación gráfica, y aplicando la regla de la mano derecha se deduce que la intensidad I_2tiene la misma dirección y sentido que la corriente I_1



Para calcular el valor de la corriente, tendremos que:

$$\mathrm{B}_1 - \mathrm{B}_2 = 0 \qquad \frac{\mu_0 2}{2\pi \cdot 0,40} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi{\cdot}0{,}1} \qquad \mathrm{I}_2 = 0,5\,\mathrm{A}$$

b) La fuerza por unidad de longitud del conductor 2 sobre el 1 será:

$$\frac{\mathrm{F}}{\mathrm{l}} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_1 \mathrm{I}_2}{2\pi \mathrm{d}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 0,5}{2\pi \cdot 0,5} = 4 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{N \cdot m^{-1}}$$

31. Un átomo de Cesio ionizado positivamente viaja con una velocidad v $= 6{\cdot}10^3 \, \vec{i}$ m/s. En un cierto instante entra en una región donde existe un campo magnético uniforme B = -0. 5 $\vec{k}$ T. Dentro de esa región, el átomo describe una trayectoria circular de 53.5 mm de radio. Calcular: a) El valor de la carga eléctrica del ion. b) El módulo, dirección y sentido del campo eléctrico que es necesario aplicar en esa región para que el ion no se desvíe y describa una trayectoria rectilínea al atravesar esa región. Masa

del átomo de Cesio: m = 7. 13 x 10^{-25} kg.

Respuesta:

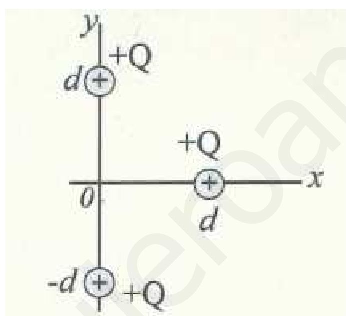
a) La carga eléctrica del ion será:

$$q = \frac{mv}{rB} = \frac{7,3 \cdot 10^{-25} \cdot 6 \cdot 10^3}{0,0535 \cdot 0,5} = 1,6 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}$$

La fuerza sobre el ion debida al campo magnético será: $\overrightarrow{F_m} = 1,6\,[6 \cdot 10^3\,\vec{i} \times (-0,5\,\vec{k})] = -4,8 \cdot 10^{-16}\,\vec{j}$. La fuerza debida al campo eléctrico deberá ser igual y opuesta, es decir:

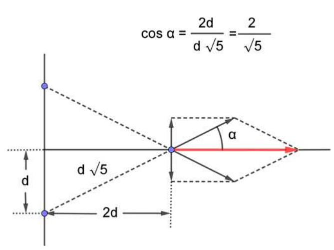
$$q\vec{E} = 4,8 \cdot 10^{-16}\vec{j}\,\mathrm{N} \qquad \vec{E} = \frac{4,8 \cdot 10^{-16}\vec{j}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 3000\,\vec{j}\ \mathrm{N \cdot C^{-1}}$$

32. Tres cargas puntuales iguales positivas Q están fijas en el plano XY según indica la figura. En cierto instante, la carga situada sobre el eje X, y que tiene masa m, se deja libre. Calcular el sentido y la magnitud de la aceleración cuando alcanza el punto x = +2d. Dar las respuestas en función de Q, m, d y k, siendo k la constante de Coulomb.



Respuesta:

A partir de la siguiente representación gráfica: Podemos comprobar que cuando la carga se ha despla-



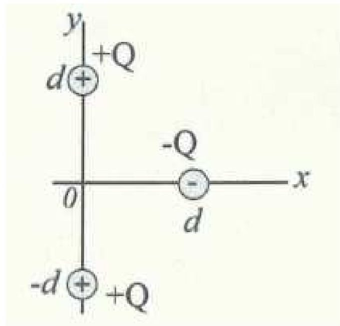
zado a la posición x = 2d, las componentes verticales de la fuerza debida a cada una de las otras dos cargas se anulan entre sí, por lo que la fuerza resultante sobre la carga situada en 2d será:

$$\vec{F} = \frac{2kQ^2}{5d^2}\,\vec{i}\,\cos\alpha = \frac{2kQ^2}{5d^2}\,\frac{2}{\sqrt{5}}\,\vec{i} = \frac{4kQ^2}{d^2\sqrt{5^3}}$$

Con lo que la aceleración en ese punto tendrá el valor:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{4kQ^2}{md^2\sqrt{5^3}}\,\vec{i}$$

33. Tres cargas puntuales están fijas en el plano XY según indica la figura. En un cierto instante, a la carga negativa -Q situada sobre el eje x, y que tiene masa m, se le suministra una velocidad v_0. Calcular el valor mínimo de dicha velocidad para que la carga negativa se aleje indefinidamente de las cargas positivas.Dar las respuestas en función de Q, m, d y k, siendo k la constante de Coulomb



Respuesta:

Para que la carga negativa escape a la atracción de las dos cargas positivas, deberá cumplirse, aplicando el Principio de Conservación de la Energía, que:

$$U + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

Pues en el infinito,las energías cinética y potencial toman valor cero. Así pues:

$$\frac{-2kQ^2}{d\sqrt{2}} + \frac{1}{2}mv^2 = 0 \qquad v = \sqrt{\frac{4kQ^2}{md\sqrt{2}}}\,m \cdot s^{-1}$$

34. Un ion Li^+ (carga $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, masa $m = 1,2 \cdot 10^{-23}$ kg) es acelerado por una diferencia de potencial de 500 V. Después penetra en un campo magnético de 0,4 T, moviéndose de forma perpendicular a dicho campo. Calcular el radio de la trayectoria circular que describe.

Respuesta:

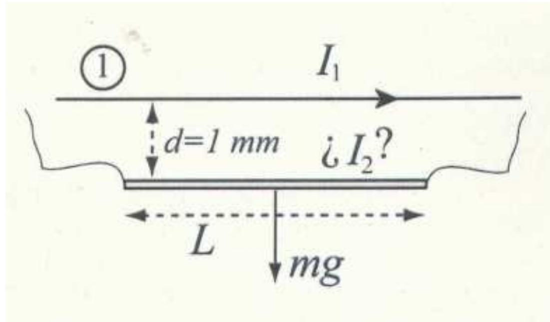
a) Para calcular la velocidad que adquiere el ion, tendremos:

$$q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 500}{1,2 \cdot 10^{-23}}} = 3651,5\,m \cdot s^{-1}$$

El radio de la trayectoria descrita es:

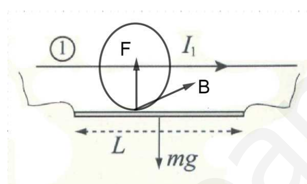
$$r = \frac{mv}{qB} = \frac{1,2 \cdot 10^{-23} \cdot 3651,5}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,4} = 0,68\,m$$

35. Se tiene un hilo conductor recto y una varilla metálica, colocados paralelamente entre sí y separados por una distancia d = 1 mm. Por el conductor 1, que podemos considerar de longitud infinita, circula una corriente eléctrica $I_1 = 10$ A hacia la derecha, como indica la figura. La varilla metálica tiene una longitud L = 1 m y masa m = 10 g. Los extremos de la varilla están conectados con alambres flexibles sin masa por los que se hace circular una corriente I_2. El valor de ésta hace que la fuerza magnética que ejerce el hilo 1 contrarreste el peso de la varilla. Determinar el valor y el sentido de la intensidad I_2 que circula por la varilla. razonar la respuesta.



Respuesta:

a) El campo magnético creado por la corriente I_1 sobre la varilla está dirigida, siguiendo la regla de la mano derecha, hacia dentro del plano del papel, como puede verse en la siguiente representación gráfica: La fuerza ejercida por este campo magnético sobre la varilla va dirigida hacia arriba, para contrarrestar



el peso de aquella. Por tanto, y en aplicación de la regla de la mano izquierda, la corriente que circula a lo largo de la varilla tiene el mismo sentido que la que circula por el conductor recto.
La fuerza magnética entre ambos conductores es::

$$F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 L}{2\pi d} = mg \qquad I_2 = \frac{2\pi \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} \cdot 9,8}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 1} = 49\,\mathrm{A}$$

36. Dos cargas puntuales q_1= 3 nC y q_2 = 5 nC distan entre sí 10 cm. Calcular: a) El punto a lo largo de la línea de unión entre las cargas dónde la intensidad del campo eléctrico creado por dichas cargas se anula. Razonar la respuesta. b) El valor del potencial eléctrico en ese punto. Dato: Constante de Coulomb k = 9 x 10^9 Nm^2 C^{-2}.

Respuesta:

a) El punto donde se anula el campo eléctrico debe estar sobre el segmento que une ambas cargas, al ser ambas del mismo signo y tener, por tanto, sentidos opuesto los vectores campo. De esta forma, el campo será nulo cuando se cumpla:

$$\frac{K \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{(0,1 - x)^2} = \frac{K \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{x^2}$$

Resolviendo la ecuación, obtenemos x = **0,056 m**.
b) El potencial eléctrico en ese punto es:

$$V = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-9}}{0,1 - 0,056} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-9}}{0,056} = 1417,2\,\mathrm{V}$$

37. Dos cargas puntuales q_1= 40 µC y q_2 = -40 µC están situadas en los puntos A = (2, 0) m y B = (0, 4) m, respectivamente. Calcular el trabajo que se realiza cuando se traslada otra carga puntual q_3= 20

µC desde el origen de coordenadas al punto C = (2, 4) m.

Respuesta:

a) Los potenciales respectivos en los puntos (0,0) y (2,4) son:

$$V_{(0,0)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{2} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{4} = 9 \cdot 10^4 \, V$$

$$V_{(2,4)} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{4} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 4 \cdot 10^{-5}}{2} = -9 \cdot 10^4 \, V$$

El trabajo para desplazar la carga será:

$$W = 2 \cdot 10^{-5} \left[9 \cdot 10^4 - (-9 \cdot 10^4) \right] = 3,6 \, J$$

38. Un electrón (carga q = -1.6 x 10^{-19}C) penetra en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico uniforme, paralelo al eje OX cuya intensidad es E = 1000 i V/m. La velocidad del electrón es paralela al eje OY y de valor v = 1000 j m/s. a) Calcular la fuerza eléctrica sobre el electrón. Exprésala vectorialmente o indica su módulo, dirección y sentido. b) La fuerza eléctrica sobre el electrón puede anularse mediante la fuerza producida por un campo magnético B uniforme en esa región del espacio. Determinar la expresión vectorial de este campo B, o bien indica su módulo, dirección y sentido . Razona la respuesta.

Respuesta:

a) La fuerza eléctrica sobre el electrón es:

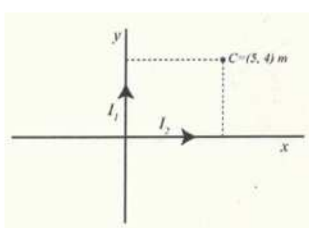
$$\overrightarrow{F_e} = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \, \overrightarrow{i} = -1,6 \cdot 10^{-16} \, \overrightarrow{i} \, N$$

b) Para que se anule esta fuera por un campo magnético, deberá cumplirse que $\overrightarrow{F_e} + \overrightarrow{F_m} = 0$:

$$-1,6 \cdot 10^{-16} \, \overrightarrow{i} - 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1000 \, \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{B} = 0$$

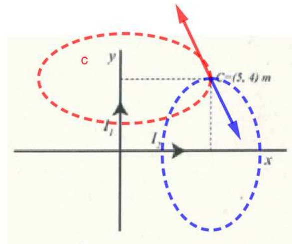
$$\overrightarrow{i} = 1000 \, \overrightarrow{j} \times \overrightarrow{B} \qquad \overrightarrow{B} = 0,001 \, \overrightarrow{k} \, T$$

39. La figura representa dos conductores infinitamente largos perpendiculares entre sí y que están recorridos por intensidades de corriente eléctrica iguales $I_1 = I_2 = 4$ A en los sentidos que se indica. Calcular la expresión vectorial del campo magnético B que crean en el punto C = (5, 4) m, o bien indica su módulo, dirección y sentido. Razona la respuesta.



Respuesta:

a) En la siguiente representación gráfica, podemos ver los vectores campo magnético creados por cada uno de los conductores en el punto (5,4):



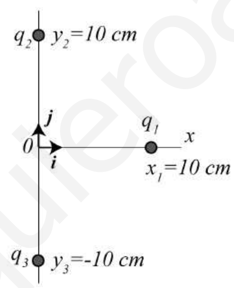
Como puede verse, el campo resultante está dirigido a lo largo del eje z. Su módulo será:

$$\mathrm{B} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 5} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4}{2\pi \cdot 4} = -4 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{T}$$

El vector campo magnético resultante será:

$$\vec{B} = -4 \cdot 10^{-8}\vec{k}\ \mathrm{T}$$

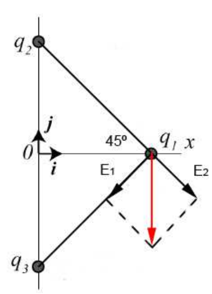
40. Tres cargas puntuales q_1= -1μC, q_2= -1μC y q_3=1μC están situadas en el plano xy según indica la figura. Calcular: a) El campo eléctrico total $\vec{E}$ que crean las cargas q_2 y q_3 en el punto donde está



situada la carga q_1. b) La fuerza total $\vec{F}$ que ejercen las cargas q_2 y q_3 sobre la carga q_1. Dato: Constante de Coulomb $k = 9{\times}10^9\ N\ m^2C^{-2}$.

Respuesta:

a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos ver que el módulo de los vectores campo E_2 y E_3 será el mismo, cuyo valor es:

$$\mathrm{E}_2 = \mathrm{E}_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{0,1^2 + 0,1^2} = 4,5 \cdot 10^5 \mathrm{N} \cdot \mathrm{C}^{-1}$$

A partir de la anterior representación, veremos que las componentes horizontales se anulan, por lo que el campo resultante será:

$$\overrightarrow{E} = -2 \cdot 4,5 \cdot 10^5 \text{sen}\, 45^{\text{o}}\, \overrightarrow{j} = -6,36 \cdot 10^5\, \overrightarrow{j}$$

b) La fuerza total sobre q_1 será:

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E} = -10^{-6}(-6,35 \cdot 10^5)\overrightarrow{j} = 0,635\, \overrightarrow{j}\ \text{N}$$

41. Dos masas puntuales de 0.2 kg de masa cada una y con igual carga q = 2 μC, se encuentran inicialmente en reposo y a una distancia de 1 m. Determinar: a) La energía mecánica del sistema. b) La velocidad que tendrán las masas después de separarse 4 m entre sí. Dato: Constante de Coulomb $k = 9{\times}10^9\ N\ m^2C^{-2}$.

Respuesta:

a) Dado que la interacción electromagnética es muy superior a la interacción gravitatoria, podremos suponer que la energía del sistema será igual a la energía potencial electrostática del mismo, por lo que la energía mecánica será:

$$E = E_c + U = E_c + \frac{Kqq'}{r} \qquad E = 0 + \frac{9 \cdot 10^9 (2 \cdot 10^{-6})^2}{1} = 0,036\ \text{J}$$

b) La energía mecánica cuando se hayan separado 4 m será la misma, puesto que las fuerzas que intervienen son conservativas. Así pues:

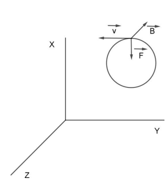
$$0,036 = \frac{1}{2}0,2 \cdot v^2 + \frac{9 \cdot 10^9 \left(2 \cdot 10^{-6}\right)^2}{4}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\left(0,036 - \dfrac{0,036}{4}\right)}{0,2}} = 0,52\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

42. Un electrón describe una trayectoria circular en sentido antihorario en el plano XY, con una velocidad de módulo igual a $3{\times}10^6\ m/s$, en una región en la que existe un campo magnético uniforme de 0.005 T. a) Justifica, con ayuda de un esquema que incluya la trayectoria descrita por el electrón, la dirección y sentido del campo magnético. b) Calcular, de forma razonada, el periodo del movimiento y el radio de la trayectoria del electrón. Datos: $q_e \approx -1.60{\times}10^{-19}C$, $m_e \approx 9.10{\times}10^{-31}\ kg$.

Respuesta:

a) El campo magnético debe ser perpendicular al plano en que se mueve el electrón. Aplicando la regla del tornillo, el campo magnético debe estar dirigido en el sentido negativo del eje Z, como puede verse en la siguiente representación:



b) El módulo de la fuerza ejercida por el campo magnético sobre el electrón será:

$$F = qvB = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot 0,005 = 2,4 \cdot 10^{-14}\text{N}$$

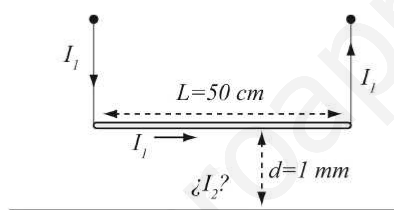
Dicha fuerza produce una aceleración centrípeta, de forma que:

$$2,4 \cdot 10^{-14} = \frac{\mathrm{mv}^2}{\mathrm{r}} = \frac{9,10 \cdot 10^{-31}(3 \cdot 10^6)^2}{\mathrm{r}} \qquad \mathrm{r} = 3,41 \cdot 10^{-4}\mathrm{m}$$

Teniendo en cuenta que $\mathrm{v} = \omega \mathrm{r} = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}\mathrm{r}$, el periodo será:

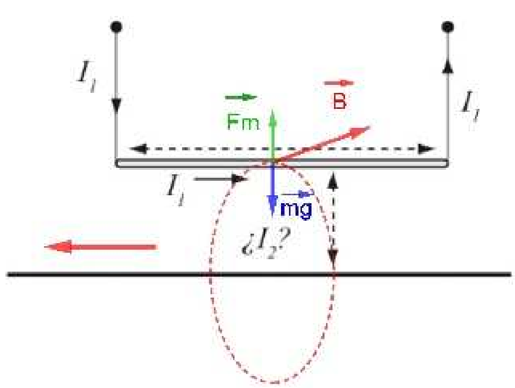
$$\mathrm{T} = \frac{2\pi \mathrm{r}}{\mathrm{v}} = \frac{2\pi \cdot 3,41 \cdot 10^{-4}}{3 \cdot 10^6} = 7,14 \cdot 10^{-10}\mathrm{s}$$

43. Una varilla muy fina de masa m = 10 g y longitud L = 50 cm está colgada de dos hilos conductores de masa despreciable de forma que, por la varilla, circula una intensidad constante I_1= 10 A. Por debajo de la varilla y paralelo a ésta se encuentra un hilo muy largo (podemos considerarlo de longitud infinita) por el que tenemos que hacer circular una cierta intensidad I_2. Determinar la magnitud mínima de I_2 y el sentido en el que tiene que circular I_2 por el hilo infinito para que la fuerza magnética que ejerce el hilo sobre la varilla compense el peso de la varilla. Dato: Permeabilidad magnética del vacío μ_0=4$\pi\times10^{-7}$ N/A^2



Respuesta:

a) Para que se compense el peso de la varilla, el hilo debe ejercer una fuerza igual y de sentido contrario al peso. Aplicando la regla de la mano derecha para el conductor rectilíneo, y la regla de la mano izquierda para la varilla, la corriente sobre el conductor circula en sentido contrario a la que circula sobre la varilla, como podemos ver en la siguiente imagen:



Igualando las fuerzas que actúan sobre la varilla:

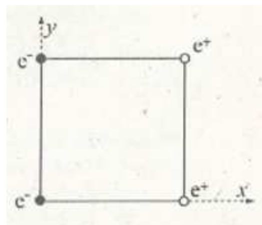
$$\mathrm{mg} = 10^{-2} \cdot 9,8 = \mathrm{I} \cdot \mathrm{l} \cdot \mathrm{B} = 10 \cdot 0,5 \cdot \mathrm{B} \qquad \mathrm{B} = \frac{9,8 \cdot 10^{-2}}{5} = 1,96 \cdot 10^{-2}\mathrm{T}$$

Siendo:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I_2}{2\pi \cdot 0,001} \qquad B = 2 \cdot 10^{-4} I_2$$

$$I_2 = \frac{1,96 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-4}} = 98\,\mathrm{A}$$

44. En los vértices de un cuadrado de 10^{-9} m de lado hay colocados dos electrones y dos protones tal y como se indica en la figura. Calcular el trabajo necesario para trasladar uno de los dos protones al centro del cuadrado. Datos: Carga del electrón e- = -1.6 x 10^{-19} e; carga del protón e+ = 1.6 x 10^{-19} e; constante de Coulomb k = 9 x 10^9 Nm^2 C^{-2} .



Respuesta:

El potencial creado en el centro del cuadrado y en la posición inicial de la carga positiva, por las tres cargas restantes, será, respectivamente:

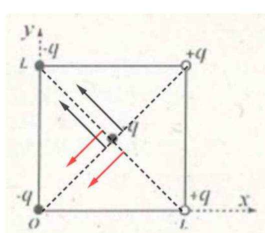
$$V_c = 2\,\frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})}{\frac{\sqrt{2(9 \cdot 10^{-9})^2}}{2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{\frac{\sqrt{2(9 \cdot 10^{-9})^2}}{2}} = -\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,36 \cdot 10^{-9}} = -0,226\,\mathrm{V}$$

$$V_i = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{10^{-9}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-1,6 \cdot 10^{-19})}{10^{-9}} + \frac{9 \cdot 10^9(-1,6 \cdot 10^{-19})}{\sqrt{2(9 \cdot 10^{-9})^2}} = -0,113\,\mathrm{V}$$

El trabajo necesario para trasladar el protón será:

$$W = q\,(V_i - V_c) = 1,6 \cdot 10^{-19}(0,226 - 0,113) = 1,81 \cdot 10^{-20}\,\mathrm{J}$$

45. En los vértices de un cuadrado de lado L hay colocadas dos cargas positivas q y dos cargas negativas -q tal y como se indica en la figura. Una quinta carga negativa -q está situada en el centro del cuadrado. a) Calcular el vector campo eléctrico en el centro del cuadrado. b) Calcular la fuerza que las cuatro cargas situadas en las esquinas del cuadrado ejercen sobre la carga situada en el centro del cuadrado. Expresar los resultados en función de q, L y la constante de Coulomb k.



Respuesta:

a) Los vectores campo eléctrico correspondientes a cada una de las cargas se han representado sobre la imagen anterior. El módulo de cada uno de ellos es el mismo, siendo su valor:

$$\left|\overrightarrow{E}\right| = \frac{\mathrm{Kq}}{\mathrm{L}^2}$$

Atendiendo a la orientación de los vectores, tendremos:

$$\overrightarrow{E} = 2\,\frac{Kq}{L^2}\left(-\overrightarrow{i}\cos 45^{\underline{o}} + \overrightarrow{j}\,\mathrm{sen}\,45^{\underline{o}}\right) + 2\,\frac{\mathrm{Kq}}{\mathrm{L}^2}\left(-\overrightarrow{i}\cos 45^{\underline{o}} - \overrightarrow{j}\,\mathrm{sen}\,45^{\underline{o}}\right) = -\frac{4\,\mathrm{Kq}}{\mathrm{L}^2}\cos 45^{\underline{o}}\,\overrightarrow{i}$$

$$\overrightarrow{E} = -\frac{2\sqrt{2}\,\mathrm{Kq}}{\mathrm{L}^2}\,\overrightarrow{i}$$

b)La fuerza ejercida sobre la carga -q situada en el centro del cuadrado es:

$$\overrightarrow{F} = \mathrm{QE} = -\mathrm{q}\left(-\frac{2\sqrt{2}\,\mathrm{Kq}}{\mathrm{L}^2}\,\overrightarrow{i}\right) = \frac{2\sqrt{2}\,\mathrm{Kq}^2}{\mathrm{L}^2}\,\overrightarrow{i}$$

46. El muón (µ-) tiene la misma carga eléctrica que el electrón . En un acelerador de partículas se aceleran muones desde del reposo mediante una diferencia de potencial de 2000 V. a) Determinar la energía cinética que adquieren los muones. b) A continuación, los muones entran en una zona con un campo magnético uniforme de 3 mT perpendicular a su velocidad. Si se inyectan electrones con la misma velocidad en el mismo campo magnético la trayectoria descrita por los electrones tiene un radio que es 206 veces más pequeño que en el caso de los muones. Obtener la masa de un muón. Datos: Carga del electrón e- = -1.6 x 10^{-19} C; masa del electrón m = 9.1x 10^{-31} kg .

Respuesta:

a) La energía cinética será:

$$\mathrm{E_c} = \mathrm{q}\Delta\mathrm{V} = -1,6\cdot 10^{-19}\cdot(-2000) = 3,2\cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}$$

b) El radio de la trayectoria será: $\mathrm{r} = \dfrac{\mathrm{mv}}{\mathrm{qB}}$. Puesto que la velocidad es la misma para ambas partículas, tendremos:

$$\frac{\mathrm{r_e}}{\mathrm{r}_\mu} = \frac{1}{206} = \frac{\dfrac{\mathrm{m_e v}}{\mathrm{qB}}}{\dfrac{\mathrm{m}_\mu \mathrm{v}}{\mathrm{qB}}} = \frac{\mathrm{m_e}}{\mathrm{m}_\mu} \qquad \mathrm{m}_\mu = 206\cdot 9,1\cdot 10^{-31} = 1,875\cdot 10^{-28}\mathrm{kg}$$

47. Dos conductores rectilíneos, paralelos y verticales, distan entre sí 20 cm. Por el primero de ellos circula una corriente de 10 A hacia arriba. Calcular su magnitud y razonar el sentido de la corriente que debe circular por el segundo conductor, colocado a la derecha del primero, para que el campo magnético total creado por ambas corrientes en un punto P situado a 5 cm a la izquierda del segundo conductor se anule. Dato: $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\mathrm{N}\cdot\mathrm{A}^{-2}$.

Respuesta:

a) La representación gráfica es semejante a la que puede verse en el problema nº 30 de esta sección. De aquí se deduce que, aplicando la regla de la mano derecha, la corriente por el segundo conductor debe circular, también, **hacia arriba**. La intensidad de la corriente se calcula a partir de:

$$\frac{\mu_0\cdot 10}{2\pi\cdot 0,15} = \frac{\mu_0 \mathrm{I}_2}{2\pi\cdot 0,05} \qquad \mathrm{I}_2 = 3,33\,\mathrm{A}$$

5. Física moderna.

1. El LHC es un gigantesco acelerador y colisionador de protones en el que dichas partículas son aceleradas hasta alcanzar una velocidad igual al 99.99 % de la velocidad de la luz. Calcular la longitud de onda de de Broglie correspondiente a los protones cuando alcanzan dicha velocidad. Constante de Planck: h = $6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s. Masa del protón en reposo: $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27}$ kg. Velocidad de la luz en el vacío: c = $3 \cdot 10^8$.m/s

   Respuesta:

   a) La cantidad de movimiento relativista será:

   $$p_{rel} = \gamma mv = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} mv = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,9999c)^2}{c^2}}} mv = 70,71 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \cdot 0,9999 \cdot 3 \cdot 10^8 = 3,54 \cdot 10^{-17} \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$$

   La longitud de onda de De Broglie será:

   $$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{3,54 \cdot 10^{-17}} = 1,87 \cdot 10^{-17} \mathrm{m}$$

2. El trabajo de extracción fotoeléctrico de la superficie del magnesio es $5.8 \cdot 10^{-19}$ J. Determinar la longitud de onda, correspondiente a la frecuencia umbral, necesaria para que sean emitidos electrones por la superficie del metal. Constante de Planck: h = $6.63 \cdot 10^{-34}$ J·s. Velocidad de la luz en el vacío: c = $3 \cdot 10^8$.m/s

   Respuesta:

   a) El trabajo de extracción puede ser expresado de la forma:

   $$W_{ext} = h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} \qquad \text{Con lo que :} \quad \lambda_0 = \frac{hc}{W_{ext}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,8 \cdot 10^{-19}} = 3,43 \cdot 10^{-7} \mathrm{m}$$

3. Una nave espacial A pasa ante un observador B con una velocidad relativa de 0.3 c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. El observador B mide que una persona dentro de la nave espacial tarda un tiempo de 3.96 s en recorrer una distancia de 5 m en la dirección del movimiento de la nave. Calcular: a) El valor de ese tiempo medido por la persona de la nave. b) El valor de la distancia recorrida por la persona de la nave medido por ella misma.

   Respuesta:

   a) En primer lugar, debemos determinar el valor deγ:

   $$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(0,3\,c)^2}{c^2}}} = 1,048$$

   El tiempo medido por el observador en la nave, será:

   $$t = \frac{t'}{\gamma} = \frac{3,96}{1,048} = 3,78\,\mathrm{s}$$

   b) La distancia recorrida por la persona en la nave será:

   $$L = \gamma\, L' = 1,048 \cdot 5 = 5,24\,\mathrm{s}$$

4. Calcular la longitud de onda y la frecuencia de de Broglie asociadas a un electrón que se mueve de forma no relativista con una velocidad de 10^8 m/s. Masa del electrón: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg. Constante de Planck: h = 6.63×10^{-34} J·s.

Respuesta:

La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^8} = 7,29 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}$$

$$\nu = \frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{7,29 \cdot 10^{-12}} = 4,11 \cdot 10^{19}\,\mathrm{s}^{-1}$$

5. Dos hermanos gemelos tienen 32 años cuando uno de ellos, que es astronauta, sale de viaje por el espacio en una nave que se mueve con una velocidad cercana a la de la luz en el vacío. a) Cuando el astronauta cumple 35 años en su nave, el hermano en la Tierra cumple sus 40 años. Calcular la velocidad con que se mueve la nave espacial. b) Durante el viaje, el gemelo astronauta mide la longitud de la nave en la dirección del movimiento con un resultado de 100 m. Calcular la longitud de la nave que mediría el otro hermano gemelo en la Tierra al verla pasar. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3×10^8 m/s.

Respuesta:

a) El tiempo medido por el astronauta está relacionado con el de su gemelo en la Tierra mediante la expresión:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} \qquad 35 = \frac{40}{\gamma} \qquad \gamma = \frac{8}{7}$$

$$\gamma = \frac{8}{7} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \text{de donde :} \quad v = 0,484\,c$$

b) La relación entre las longitudes será:

$$\mathrm{L}' = \frac{\mathrm{L}}{\gamma} = \frac{100}{8/7} = 87,5\,\mathrm{m}$$

6. Un láser emite luz monocromática con longitud de onda λ = 550 nm que incide sobre una superficie metálica cuyo trabajo de extracción es de 1.9 eV. Calcular: a) la velocidad máxima de las electrones emitidos por el metal. b) La longitud de onda de de Broglie asociada a las electrones emitidos con esa velocidad máxima. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3×10^8 m/s. Carga eléctrica elemental: e = 1.6×10^{-19} C Masa del electrón: $m_e = 9.1 \times 10^{-31}$ kg Constante de Planck: h = 6.63×10^{-34}J·s.

Respuesta:

a) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \mathrm{W_{ext}} + \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \qquad \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5,5 \cdot 10^{-7}} = 1,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{v}^2$$

De donde se obtiene v = $3{,}56 \cdot 10^5$m· s^{-1}

b) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,56 \cdot 10^5} = 2,05 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$$

7. Un astronauta de 31 años se despide de su hermano, que tiene 27 años, ya que va a hacer un viaje en una nave espacial con una velocidad relativista del 92 % de la velocidad de la luz en el vacío. a) ¿Cuanto tiempo debe estar viajando el astronauta para que al volver a la Tierra su hermano sea 5 años mayor que el? Dar el resultado en el sistema de referencia de cada hermano. b) Un extraterrestre en reposo ve pasar la nave y le mide una longitud de 50 m. ¿Cuál es la longitud de la nave medida por el propio astronauta? Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s

Respuesta:

a) El valor deγ es:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,92^2}} = 2,55$$

Si para el hermano que se encuentra en la Tierra ha transcurrido un tiempo t$'$, su edad será 27 + t$'$. Para el astronauta, el tiempo medido transcurrido será:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} \qquad \mathrm{t} = \frac{\mathrm{t_T}}{\gamma} = 0,392\,\mathrm{t}'$$

Cumpliéndose además que la edad del astronauta será 31 + t = 31 + 0,392 t$'$y que:

$$27 + \mathrm{t}' - (31 + 0,392\,\mathrm{t}') = 5 \qquad \mathrm{y} \qquad \mathrm{t}' = 14,8\,\text{años}$$

Para el astronauta, el tiempo transcurrido es: **t = 5,80 años**.

b) Para las longitudes se cumple que:

$$50 = \frac{\mathrm{L}}{\gamma} \qquad \mathrm{L} = 2,55 \cdot 50 = 127,5\,\mathrm{m}$$

8. Sabre un material metálico se hace incidir radiación monocromática de frecuencia ν = 6.7 x 10^{14} Hz. A consecuencia de ello, el metal emite electrones con una velocidad máxima de 7 x 10^5 m/s. Calcular: a) el trabajo de extracción del material metálico y su frecuencia umbral. b) La longitud de onda de de Broglie asociada a los electrones emitidos por el metal. Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34} J s. Masa del electrón: me = 9. 1x 10^{-31} kg

Respuesta:

a) aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\mathrm{h}\nu = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} + \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2 \qquad 6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 6{,}7 \cdot 10^{14} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda_0} + \frac{1}{2}\,9{,}1 \cdot 10^{-31}(7 \cdot 10^5)^2$$

Obteniéndose \lambda_0 = $9 \cdot 10^{-7}$ **m**

b) La longitud de onda asociada será:

$$\lambda = \frac{\mathrm{h}}{\mathrm{mv}} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 7 \cdot 10^5} = 1,04 \cdot 10^{-9}\mathrm{m}$$

9. Al incidir un fotón sobre una superficie metálica, ésta emite un electrón con una velocidad de 6.1 x 10^5 m/s. La frecuencia umbral de ese metal es de 4.2 x 10^{14} Hz. a) Calcular la longitud de onda correspondiente al fotón incidente. b) Ese fotón fue previamente emitido por un átomo excitado con un nivel de energía inicial E = -3.8 eV. Calcular el nivel de energía del átomo después de emitir ese fotón. Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34} J·s. Masa del electrón: me = 9.1 x 10^{-31} kg Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$\mathrm{h}\,\frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \mathrm{h}\nu_0 + \frac{1}{2}\,\mathrm{mv}^2 \qquad \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{\lambda} = 6,63\cdot 10^{-34}\cdot 4,2\cdot 10^{14} + \frac{1}{2}\,9,1\cdot 10^{-31}(6,1\cdot 10^5)^2$$

Obteniéndose $\lambda =$ $4,44\cdot 10^{-7}$ **m**

b) El nivel inicial de energía corresponde a $-3,8\cdot 1,6|\cdot 10^{-19} = -6,08\cdot 10^{-19}$.La energía del fotón emitido es:

$$\mathrm{E} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^8}{4,44\cdot 10^{-7}} = 4,48\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$$

Con lo que el nivel de energía del átomo será: $\mathrm{E} = -6,08\cdot 10^{-19} - 4,48\cdot 10^{-19} =$ $-1,056\cdot 10^{-18}$ **J**

10. Una nave espacial, que se mueve con velocidad relativista, tiene una pieza cuadrada. Cuando los tripulantes de la nave miden el área de la pieza obtienen un valor de 1.44 m^2. Dos de los lados de la pieza son paralelos a la dirección del movimiento de la nave. a) Si el área de la pieza se midiera desde la Tierra al ver pasar la nave, se obtendría un valor de 0.5 m^2. Calcular la velocidad de la nave. b) Desde el control de Tierra amonestan a los tripulantes porque han tardado 90 minutos en comer. Pero, los tripulantes dicen que no han tardado tanto. Calcular el tiempo que los tripulantes han tardado en comer medido por ellos mismos. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) Puesto que el área de la pieza es S = L· L$'$, ya que dos de los lados son perpendiculares al desplazamiento y no modifican su longitud con respecto al observador terrestre. Para el observador terrestre, se cumple que S = (L$'$)^2= 0,5, con lo que $\mathrm{L}' = \sqrt{0,5} = 0,707$m. Así pues, podremos escribir:

$$\mathrm{S} = 0,707\,\mathrm{L} = 1,44 \qquad \mathrm{con\,lo\,que:} \qquad \mathrm{L} = 2,037\,\mathrm{m}$$

Con este dato, podemos calcular el valor deγ:

$$2,037 = \gamma\cdot 0,707 \qquad \gamma = 2,88$$

La velocidad de la nave se obtiene de:

$$\gamma = 2,88 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}} \qquad \mathrm{v} = 0,938\,\mathrm{c}$$

b) El tiempo medido por los tripulantes de la nave es:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} = \frac{5400}{2,88} = 1875\,\mathrm{s}$$

11. Cuando sobre una superficie de cesio incide radiación de longitud de onda λ_1 = 550 nm, la superficie emite electrones con una energía cinética Ec_1 = 0.12 eV. Si se repite la experiencia con una longitud de onda λ_2 = 380 nm, los electrones emitidos tienen una energía cinética Ec_2 = 1.13 e V. Calcular el valor de la constante de Planck y el trabajo de extracción del cesio. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3·10^8 m/s. Carga eléctrica elemental: e = 1.6·10^{-19} C.

Respuesta:

a) Para cada una de las longitudes de onda, tendremos, respectivamente:

$$\frac{\mathrm{h}\cdot 3\cdot 10^8}{5,5\cdot 10^{-7}} = \mathrm{W_{ext}} + 0,12\cdot 1,6\cdot 10^{-19}$$

$$\frac{\mathrm{h}\cdot 3\cdot 10^{8}}{3,8\cdot 10^{-7}} = \mathrm{W_{ext}} + 1,13\cdot 1,6\cdot 10^{-19}$$

restando miembro a miembro, tendremos:

$$\mathrm{h}\left(\frac{3\cdot 10^{8}}{3,8\cdot 10^{-7}} - \frac{3\cdot 10^{8}}{5,5\cdot 10^{-7}}\right) = 1,6\cdot 10^{-19}(1,13-0,12) \qquad \mathrm{h} = 6,62\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s}$$

Sustituyendo este valor de h en la primera ecuación, y despejando W_{ext}:

$$\mathrm{W_{ext}} = \frac{6,62\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{5,5\cdot 10^{-7}} - 0,12\cdot 1,6\cdot 10^{-19} = 3,42\cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

12. Un átomo que está inicialmente en un estado con un nivel de energía E = -5.8 e V absorbe radiación de longitud de onda λ = 790 nm, de manera que el átomo alcanza otro estado con nivel de energía superior. a) Calcular el valor del nivel de energía del átomo en el nuevo estado. b) Después de esto, el átomo pierde energía emitiendo radiación, de manera que el átomo alcanza otro estado con un nivel de energía E = -6.4 e V. Calcular la frecuencia de la radiación emitida por el átomo. Constante de Planck: h = $6.63\cdot 10^{-34}$ J·s. Velocidad de la luz en el vacío: c = $3\cdot 10^{8}$ m/s. Carga eléctrica elemental: e = $1.6\cdot 10^{-19}$ C.

Respuesta:

a) Al absorber energía el átomo, se cumple:

$$\mathrm{E} = -5,8\cdot 1,6\cdot^{-19} + \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{7,9\cdot 10^{-7}} = -6,76\cdot 10^{-19} = -4,23\,\mathrm{eV}$$

b) La pérdida de energía será: $\Delta\mathrm{E} = (6,4-4,23)\,1,6\cdot 10^{-19} = 3,47\cdot 10^{-19}\mathrm{J}$. La radiación emitida por el átomo tendrá una frecuencia:

$$\nu = \frac{\Delta \mathrm{E}}{\mathrm{h}} = \frac{3,47\cdot 10^{-19}}{6,63\cdot 10^{-34}} = 5,24\cdot 10^{14}\mathrm{s}^{-1}$$

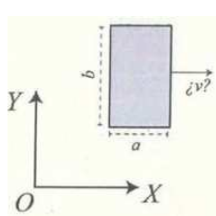
13. El trabajo mínimo de extracción de electrones en un metal es W = 2.97 x 10^{-19} J. Calcular la longitud de onda umbral de la luz con la que hay que irradiar dicho metal para que se produzca efecto fotoeléctrico. Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34} J s Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^{8} m/s.

Respuesta:

a) La longitud de onda umbral se deduce de:

$$\mathrm{W_{ext}} = 2,97\cdot 10^{-19} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} \qquad \lambda_0 = \frac{6,63\cdot 10^{-34}\cdot 3\cdot 10^{8}}{2,97\cdot 10^{-19}} = 6,36\cdot 10^{-7}\mathrm{m}$$

14. El rectángulo de la figura:



se mueve con una cierta velocidad v respecto a un sistema de referencia OXY que consideramos fijo. El cociente entre el área A que mide un observador fijo OXY y el área Ap que mide un observador que viaja junto con el rectángulo es A/Ap = 0. 6. Calcular, en función de la velocidad de la luz c, la velocidad v con la que se mueve el rectángulo respecto a OXY. En la figura la longitud propia de la base del rectángulo es a y su altura es b.

Respuesta:

El área A_P es el producto de a por b. Para el observador inercial, el área A es: $A = \frac{ab}{\gamma} = 0,6ab$; por lo que:

$$\gamma = \frac{1}{0,6} = 1,667 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad v = 0,80\,c$$

15. El cátodo de una célula fotoeléctrica se ilumina simultáneamente con dos radiaciones de longitudes de onda $\lambda_1 = 200$ nm y $\lambda_2 = 650$ nm. El trabajo de extracción de ese cátodo es Wext = 3.4 eV. a) ¿Cuál de las dos radiaciones produce efecto fotoeléctrico? Razonar la respuesta. b) Calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos. Velocidad de la luz en el vacío: c = 3 x 10^8 m/s. Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34} Js. Masa del electrón: m = 9. 11 x 10^{-31} kg. 1eV = 1.6 x 10^{-19} J.

Respuesta:

a) El trabajo de extracción expresado en J es:

$$W_{ext} = 3,4 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,44 \cdot 10^{-19} J$$

Las energía de las dos radiaciones son, respectivamente:

$$E_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-7}} = 9,95 \cdot 10^{-19} J \qquad E_2 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,5 \cdot 10^{-7}} = 3,06 \cdot 10^{-19} J$$

Por tanto producirá emisión fotoeléctrica **la radiación de 200 nm**, al ser mayor su energía que el trabajo de extracción.

b) La energía cinética será:

$$E_c = E_1 - W_{ext} = 9,95 \cdot 10^{-19} - 5,44 \cdot 10^{-19} = 4,51 \cdot 10^{-19}$$

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,51 \cdot 10^{-19}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 9,95 \cdot 10^5\,m \cdot s^{-1}$$

16. Un módulo espacial tiene longitud propia Lp = 4 m y se mueve en una dirección a lo largo de su longitud con una velocidad v relativa a la base de control situada en la Tierra. Respecto a dicha base, se mide la longitud del módulo espacial y su resultado es 3.656 m. a) ¿Cuál es la velocidad v con la que se mueve el módulo espacial? b) En un cierto instante, los tripulantes del módulo interrumpen la conexión con la base control en la Tierra diciendo que se van a dormir una siesta. En la base de control miden que la siesta ha durado 89 min ¿Cuál ha sido la duración de la siesta medida en el módulo espacial? Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) La longitud propia l está relacionada con la longitud l'mediante la expresión: $l = \gamma l'$, siendo:$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$.Sustituyendo valores, tendremos:

$$4 = 3,656\gamma = \qquad \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{3,656}{4} \qquad v = 0,4\,c$$

b) El tiempo transcurrido en la estación espacial será:

$$\mathrm{t} = \frac{\mathrm{t}'}{\gamma} = \frac{89}{1,094} = 81,35\,\mathrm{min}$$

17. La longitud de onda umbral de una lámina de plata para que se produzca efecto fotoeléctrico es $\lambda = 264\,\mathrm{nm}$. Calcular: a) El trabajo de extracción de electrones en dicha lámina de plata. b) La velocidad con que se emiten los electrones tras ser irradiada dicha lámina con luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 181\,\mathrm{nm}$. Datos: constante de Planck, $\mathrm{h} = 6,63 \cdot 10^{-34}\mathrm{J \cdot s}$; velocidad de la luz en el vacío, $\mathrm{c} = 3{\cdot}10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; masa del electrón, $\mathrm{m}_e = 9,1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$.

Respuesta:

a) El trabajo de extracción es:

$$\mathrm{W_{ext}} = \mathrm{h}\nu_0 = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,64 \cdot 10^{-7}} = 7,53 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

b) aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda_0} + \frac{1}{2}\mathrm{mv}^2$$

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,81 \cdot 10^{-7}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,64 \cdot 10^{-7}} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 \qquad v = 8,72 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

18. Por métodos ópticos, se determina que la longitud de una nave espacial que pasa por las proximidades de la Tierra es de 100 m. En contacto radiofónico, los astronautas que viajan en la nave comunican que la longitud de su nave es de 120 m. Considerando Tierra y nave como sistemas de referencia inerciales, determinar la velocidad (módulo) con que la nave se desplaza respecto de la Tierra. Velocidad de la luz en el vacío, $\mathrm{c} = 3{\cdot}10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

Respuesta:

La longitud propia l está relacionada con la longitud l′mediante la expresión: $l = \gamma l\,'$, siendo:$\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}}$.Sustituyendo valores, tendremos:

$$120 = \frac{100}{\sqrt{1 - \dfrac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}}} \qquad \sqrt{1\text{-}\frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}} = \frac{100}{120} \qquad \mathrm{v} = 0,55\,\mathrm{c}$$

19. Un haz de luz de 400 nm incide sobre un fotocátodo de Cesio, cuyo trabajo de extracción es We = 2.9 x 10^{-19}] . Calcular: a) La energía máxima de los fotoelectrones emitidos. b) La frecuencia umbral para que se emitan fotoelectrones. c) Razonar cómo cambiarían los resultados anteriores si la radiación es ahora de 800 nm. Constante de Planck: h = 6.6 x 10^{-34} J·s. Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/s.

Respuesta:

a) La energía máxima será:

$$\mathrm{E_c} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4 \cdot 10^{-7}} - 2,9 \cdot 10^{-19} = 2,07 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

b) La frecuencia umbral es:

$$W_{ext} = 6,63 \cdot 10^{-34}\nu_0 \qquad \nu_0 = 4,37 \cdot 10^{14}\,s^{-1}$$

Para una radiación de 800 nm, la energía de la radiación incidente es:

$$E = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8 \cdot 10^{-7}} = 2,48 \cdot 10^{-19} < W_{ext}$$

Por tanto **no se produce** emisión fotoeléctrica.

20. Los astronautas de una nave que se aleja de la Tierra a una velocidad v = 0.6c interrumpen las comunicaciones con la Tierra porque se van a dormir una siesta de una hora. a) Calcular la duración de la siesta medida desde la Tierra. b) En el manual de instrucciones de la nave figura que su longitud es de 5 m. Determinar cuál sería la longitud de la nave medida desde la Tierra.

Respuesta:

a) El tiempo propio, medido por los astronautas tiene un valor de 1 h. El tiempo medido por un observador terrestre es:

$$t' = \gamma t = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{0,36c^2}{c^2}}} = 1,25\,h$$

b) En este caso, la longitud propia sería 5 m. la longitud medida desde la Tierra sería:

$$l' = \frac{l}{\gamma} = \frac{5}{1,25} = 4\,m$$

21. Desde el Complejo de Comunicaciones del Espacio Profundo en Robledo de Chavela (Madrid) se detecta una nave espacial alienígena que se acerca a la Tierra a una velocidad de 0.8c, siendo c la velocidad de la luz en el vacío. Los científicos del complejo determinan que la longitud de la nave es de 20 m y que su masa es de 25000 kg. Calcular la longitud y la masa de la nave medidas por los alienígenas que la tripulan.

Respuesta:

a) Conocemos la longitud de la nave vista desde el punto de vista terrestre, con lo que debemos determinar la longitud propia de la nave. Para ello, tendremos:

$$l = \gamma l' \qquad l = \frac{20}{\sqrt{1 - \frac{(0,8c)^2}{c^2}}} = 33,33\,m$$

La masa de la nave será menor que la medida desde la Tierra, pues la masa de un objeto en movimiento aumenta para el observador respecto al que se desplaza. Así pues::

$$25000 = \gamma m \qquad m = 25000\sqrt{1 - \frac{0,64c^2}{c^2}} = 15000\,kg$$

22. Para el caso del espectro de emisión del Hidrógeno, calcular: a) La longitud de onda de la segunda raya de la serie espectral de Lymann. b) La energía de los fotones correspondientes a dicha emisión. Constante de Rydberg: R_H=1.09×$10^7 m^{-1}$, constante de Planck: $h \approx 6.63\times10^{-34}\ J.s$, velocidad de la luz en el vacío: $c = 3\times10^8\ m/s$.

Respuesta:

a) El número de ondas viene dado por la expresión:

$$\frac{1}{\lambda} = \mathrm{R_H}\left(\frac{1}{\mathrm{n}_1^2} - \frac{1}{\mathrm{n}_2^2}\right)$$

Al tratarse de la Serie de Lymann, $\mathrm{n}_1 = 1$, mientras que para la segunda raya, $\mathrm{n}_2 = 3$, por tanto:

$$\frac{1}{\lambda} = 1,09 \cdot 10^7 \left(1 - \frac{1}{9}\right) = 9,689 \cdot 10^7 \mathrm{m}^{-1} \qquad \lambda = 1,032 \cdot 10^{-7} \mathrm{m}$$

b) La energía de los fotones emitidos es:

$$\mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = \frac{\mathrm{hc}}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}}{1,032 \cdot 10^{-7}} = 1,927 \cdot 10^{-18} \mathrm{J}$$

23. Irradiamos una placa de oro y una de plata con un haz de luz de longitud de onda 250 nm. El trabajo de extracción del oro y la plata son 5.10 e V y 4.73 e V respectivamente . a) Calcular la frecuencia y la energía de los fotones de la luz incidente. b) Razonar cuantitativamente en cuál de las dos placas se arrancarán electrones y la energía cinética de emisión de los mismos. Constante de Planck: h = 6.63 x 10^{-34} j s. Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/ s. Masa del electrón: m = 9.11 x 10^{-31} kg . 1eV = 1.60 X 10^{-19} J.

Respuesta:

a) La frecuencia y la energía son, respectivamente:

$$\nu = \frac{\mathrm{c}}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{2,5 \cdot 10^{-7}} = 1,2 \cdot 10^{15} \mathrm{s}^{-1}$$

$$\mathrm{E} = \mathrm{h}\nu = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 1,2 \cdot 10^{15} = 7,96 \cdot 10^{-19} \mathrm{J} = \frac{7,96 \cdot 10^{-19}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 4,98 \, \mathrm{eV}$$

Al estar esta energía entre los valores del trabajo de extracción de Au y Ag, se extraerán electrones de la plata, cuyo trabajo de extracción es menor que la energía de la radiación incidente. La energía cinética de dichos electrones será:

$$\mathrm{E_c} = \mathrm{E} - \mathrm{W_{ext}} = 4,98 - 4,73 = 0,25 \, \mathrm{eV}$$

24. Calcular a qué velocidad debe viajar una nave espacial que se dirige a Sirio (estrella que se encuentra a unos ocho años luz de la Tierra) para que la distancia a la estrella, medida por los tripulantes de la nave, se reduzca en una décima parte. Velocidad de la luz en el vacío: e = 3 x 10^8 m/ s .

Respuesta:

a) La longitud propia (medida por un observador situado en Tierra) es de 8 años luz,mientras que la longitud medida por los tripulantes de la nave es de 8 - 0,1·8 = 7, 2 años-luz. Aplicando la relación:

$$\mathrm{l}' = \frac{1}{\gamma} = \mathrm{l}\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}} \qquad 7,2 = 8\sqrt{1 - \frac{\mathrm{v}^2}{\mathrm{c}^2}} \qquad \mathrm{v} = 0,436 \, \mathrm{c} = 1,31 \cdot 10^8 \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$$