

SÈRIE 3

P1)

a)

$$m\omega^2(R_T+d) = \frac{GM_T m}{(R_T+d)^2} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow (R_T+d)^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} - R_T \quad \boxed{0.6} = 3,59 \cdot 10^4 \text{ km} \quad \boxed{0.2}$$

Si deixen de restar el radi de la Terra se'ls resta **0.2** punts

b)

$$E_c = \frac{1}{2} m \omega^2 (R_T + d)^2 = \frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + d} = 9,42 \cdot 10^9 \text{ J} \quad \boxed{0.3}$$

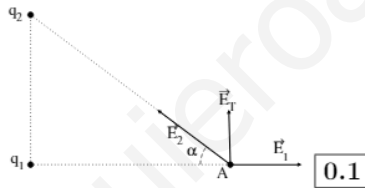
Per tal que el satèl·lit s'allunyi de l'atracció de la Terra, la seva energia mecànica ha de ser 0 **0.2** $\Rightarrow$

$$E_m = E_c + E_p = -\frac{1}{2} \frac{GM_T m}{R_T + d} = -E_c \quad \boxed{0.3}$$

Per tant caldrà subministrar-li una energia igual a $E_c = 9,42 \cdot 10^9 \text{ J}$ **0.2**

P2)

a)



Esquema dels camps elèctrics:

$$d(q_1, A) = 4 \text{ m}, \quad d(q_2, A) = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}$$

$$\cos(\alpha) = \frac{4}{5}, \quad \sin(\alpha) = \frac{3}{5}$$

Calculem el camp elèctric:

$$\vec{E}_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_1|}{d(q_1, A)^2} \vec{i} \quad \boxed{0.1} = 5,62 \vec{i} \text{ N/C} \quad \boxed{0.1}$$

$$|\vec{E}_2| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q_2|}{d(q_2, A)^2} = 7,19 \text{ N/C} \quad \boxed{0.1}$$

$$\vec{E}_2 = |\vec{E}_2|(-\cos(\alpha)\vec{i} + \sin(\alpha)\vec{j}) \quad \boxed{0.1} = 7,19\left(-\frac{4}{5}\vec{i} + \frac{3}{5}\vec{j}\right) = (-5,75\vec{i} + 4,31\vec{j}) \text{ N/C} \quad \boxed{0.1}$$

$$\vec{E}_T = (-0,14\vec{i} + 4,31\vec{j}) \text{ N/C} \quad \boxed{0.1}$$

Ara calculem el potencial elèctric:

$$V_A = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q_1}{d(q_1, A)} + \frac{q_2}{d(q_2, A)} \right\} \quad \boxed{0.2} = 8,99 \cdot 10^9 \left\{ \frac{1 \cdot 10^{-8}}{4} + \frac{-2 \cdot 10^{-8}}{5} \right\} = -13,5 \text{ V} \quad \boxed{0.1}$$

b) Calculem el potencial en el punt B:

$$d(q_1, B) = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}, \quad d(q_2, B) = 4 \text{ m}$$

$$V_B = V_1 + V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{q_1}{d(q_1, B)} + \frac{q_2}{d(q_2, B)} \right\} \quad \boxed{0.2} = 8,99 \cdot 10^9 \left\{ \frac{1 \cdot 10^{-8}}{5} + \frac{-2 \cdot 10^{-8}}{4} \right\} = -27 \text{ V} \quad \boxed{0.2}$$

El treball fet pel camp serà:

$$W = -(V_B - V_A)q \quad \boxed{0.5} = -(-27 + 13,5)1 = 13,5 \text{ J} \quad \boxed{0.1}$$

Opció A
P3)

- a) En el balanç energètic de l'efecte fotoelèctric tenim:

$$h \frac{c}{\lambda} - W = E_C \quad \boxed{0.4} \Rightarrow$$

$$W = h \frac{c}{\lambda} - E_C = 6,63 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{23,7 \cdot 10^{-9}} - 47,7 \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{1 \text{ eV}} = 7,60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \quad \boxed{0.3} = 4,75 \text{ eV} \quad \boxed{0.3}$$

- b) La longitud d'ona lliard la obtindrem fent que l'energia cinètica dels electrons emesos sigui zero. **0.2**

$$\lambda_L = h \frac{c}{W} = 2,62 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

La longitud d'ona lliard no depèn de la potència de la radiació incident, per tant si dupliquem aquesta potència la longitud d'ona lliard no variarà **0.3**

P4)

- a) Si analitzem la tensió de les bobines del primari i del secundari tindrem:

$$\left. \begin{array}{l} V_p = N_p \frac{d\Phi}{dt} \\ V_s = N_s \frac{d\Phi}{dt} \end{array} \right\} \quad \boxed{0.3} \Rightarrow \frac{V_p}{N_p} = \frac{V_s}{N_s} \quad \boxed{0.4} \Rightarrow$$

$$V_s = 4,4 \text{ V} \quad \boxed{0.3}$$

- b) La relació de potències la podem escriure com:

$$P = P_p = I_p V_p = I_s V_s \quad \boxed{0.4} \Rightarrow$$

$$I_p = I_s \frac{V_s}{V_p} = 2 \text{ A} \quad \boxed{0.3}$$

$$P = I_p V_p = 2 \text{ A} \times 220 \text{ V} = 440 \text{ W} \quad \boxed{0.3}$$

P5)

- a) Com que la trompeta conté un extrem tancat i un altre obert, la condició per les possibles ones estacionàries dins de la seva cavitat és

$$l_0 = \frac{\lambda_n}{4} + \frac{\lambda_n}{2} \quad n = \frac{\lambda_n}{4}(2n+1) \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad \boxed{0.2}$$

D'aquesta relació obtenim que les possibles ones estacionàries a la trompeta tenen longituds d'ona

$$\lambda_n = \frac{4l_0}{2n+1} \quad \boxed{0.2}$$

Tanmateix, essent $\lambda = v/f$ on v és la velocitat del so al medi i f la freqüència de l'ona, resulta

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{v}{4l_0}(2n+1) \quad \boxed{0.3}$$

Això doncs, amb $n=0, 1$ i 2 obtenim els valors

$$\left. \begin{array}{l} n=0 \\ \lambda_0 = \frac{4 \times 0,975}{1} = 3,90 \text{ m} \\ f_0 = \frac{340}{4 \times 0,975} = 87,2 \text{ Hz} \end{array} \right\} \boxed{0.1} \quad \left. \begin{array}{l} n=1 \\ \lambda_1 = \frac{4 \times 0,975}{3} = 1,30 \text{ m} \\ f_1 = \frac{340}{4 \times 0,975} 3 = 262 \text{ Hz} \end{array} \right\} \boxed{0.1} \quad \left. \begin{array}{l} n=2 \\ \lambda_2 = \frac{4 \times 0,975}{5} = 0,78 \text{ m} \\ f_2 = \frac{340}{4 \times 0,975} 5 = 436 \text{ Hz} \end{array} \right\} \boxed{0.1}$$

- b) L'ona ressonant dins de la cavitat de la trompeta correspon al segon mode de vibració, es a dir, al mode $n = 1$ $\boxed{0.2}$ de les expressions anteriors. Això doncs hauria de ser $l = 3\lambda/4$. Com que $\lambda = v/f$, resulta

$$l = \frac{3}{4}\lambda = \frac{3}{4}\left(\frac{v}{f}\right) = \frac{3 \times 340}{4 \times 247} = 1,03 \text{ m} \quad \boxed{0.4}$$

La variació en la longitud de la cavitat recorreguda per l'aire quan es prem el segon pistó és, per tant,

$$l_1 = l - l_0 = 1,03 - 0,975 = 5,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \boxed{0.4}$$

Opció B
P3)

a)

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{t_{1/2}}} = \boxed{0.4} \Rightarrow t = -\frac{t_{1/2}}{\ln 2} \ln \frac{N(t)}{N_0} \boxed{0.4} = -\frac{5760}{\ln 2} \ln \frac{9,5 \cdot 10^8}{6,9 \cdot 10^9} = 1,65 \cdot 10^4 \text{ anys} \boxed{0.2}$$

b)

$${}^{14}_6\text{C} \rightarrow \beta^- + {}^{14}_a\text{X} + {}^0_0\nu \boxed{0.2} \Rightarrow a = 7 \boxed{0.1}$$

Per tant ${}^{14}_a\text{X} = {}^{14}_7\text{N} \boxed{0.1}$ Si es deixen l'antineutrí i/o el col·loquen malament, descomptarem 0.1 punts.

$$|\Delta m| = |m({}^{14}_6\text{C}) - 8m({}^1_0\text{n}) - 6m({}^1_1\text{p}) - 6m(e^-)| \boxed{0.2} = 1.873 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \boxed{0.1} \Rightarrow$$

$$\text{Defecte de massa del } {}^{14}_6\text{C} = \frac{|\Delta m|}{14} = 1.338 \cdot 10^{-29} \text{ kg} \boxed{0.3}$$

P4)

a) Al ser el camp magnètic perpendicular al pla de la força tindrem:

$$\Phi(t=0) = B \text{Àrea}(t=0) = B x_0 L \boxed{0.3} = 0,5 \text{ T} \times 1\text{m} \times 2\text{m} = 1\text{Wb} \boxed{0.2}$$

$$\dot{\text{Àrea}}(t) = L x(t) = L(x_0 - 0,3 \sin(32t)) \Rightarrow \boxed{0.2}$$

$$\Phi(t) = B L(x_0 - 0,3 \sin(32t)) = 0,5 \times 2 \times (1 - 0,3 \sin(32t)) \text{ Wb} \boxed{0.3}$$

b)

$$\varepsilon = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| \boxed{0.2} = 0,5 \times 2 \times 0,3 \times 32 \cos(32t) = 9,6 \cos(32t) \text{ V} \boxed{0.3}$$

El seu valor màxim serà:

$$\varepsilon_{\text{màxim}} = 9,6 \text{ V} \boxed{0.5}$$

P5)

a) El nivell d'intensitat β mesurat en dB es defineix com:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \boxed{0.3} \Rightarrow 50 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \boxed{0.2} \Rightarrow \frac{I}{10^{-12}} = 10^5 \boxed{0.2} \Rightarrow I = 10^{-7} \text{ W/m}^2 \boxed{0.3}$$

b) La intensitat en funció de la potència ve donada per l'expressió:

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \boxed{0.3} \Rightarrow P = 10^{-7} 4\pi 7^2 = 6,2 \cdot 10^{-5} \text{ W} \boxed{0.2}$$

Deixarem de percebre el so quan la seva intensitat sigui igual a la del llindar:

$$I = I_0 \boxed{0.3} \Rightarrow \frac{6,2 \cdot 10^{-5}}{4\pi r^2} = 10^{-12} \Rightarrow r = 2,2 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Per tant deixarem de percebre el so a partir d'una distància de $2,2 \cdot 10^3 \text{ m} \boxed{0.2}$

SÈRIE 4

P1)

- a) La força gravitatòria és conservativa, per tant l'energia total d'un cos es conserva al llarg de la seva trajectòria: 0.2

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{m M_L}{h_0 + R_L} = \frac{1}{2} m v_1^2 - G \frac{m M_L}{R_L} \quad \text{[0.3]} \Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 = \frac{1}{2} v_0^2 + G M_L \left\{ \frac{1}{R_L} - \frac{1}{R_L + h_0} \right\} \Rightarrow$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 + 2 G M_L \frac{h_0}{R_L (R_L + h_0)}} \quad \text{[0.3]} = 4,71 \cdot 10^3 \text{ m/s} \quad \text{[0.2]}$$

- b) L'energia mecànica del meteorit serà:

$$E_m = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{m M_L}{R_L + h_0} \quad \text{[0.2]} = 3,31 \cdot 10^9 \text{ J} \quad \text{[0.2]}$$

Per un cos de la mateixa massa, però en òrbita a la mateixa distància, l'energia mecànica és:

$$E_o = -\frac{1}{2} G \frac{m M_L}{R_L + h_0} \quad \text{[0.2]} = -8,35 \cdot 10^7 \text{ J} \quad \text{[0.2]}$$

Com es pot comprovar: $E_m > E_o$ 0.2

P2)

- a) El treball fet per la força provinent del camp elèctric serà igual a la variació de l'energia cinètica dels ions de Xe^+ 0.2 $\Rightarrow$

$$F d = E q d = \frac{1}{2} m v^2 \quad \text{[0.2]} \Rightarrow$$

$$F = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{d} = m a \Rightarrow a = \frac{1}{2} \frac{v^2}{d} = 4,5 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2 \quad \text{[0.2]}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{q d} \quad \text{[0.2]} = \frac{1}{2} 132 \text{ u} \times \frac{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1 \text{ u}} \times \frac{(3 \cdot 10^5)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \times 0,1 \text{ m}} = 6,16 \cdot 10^5 \text{ N/C} \quad \text{[0.2]}$$

- b)

Al ser un camp elèctric constant tindrem:

$$E = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \quad \text{[0.3]} \Rightarrow \Delta V = -\Delta x E = -\frac{1}{2} \frac{m v^2}{q} \quad \text{[0.3]} \Rightarrow V_+ - V_- = \frac{1}{2} \frac{m v^2}{q} = 6,16 \cdot 10^4 \text{ V} \quad \text{[0.2]}$$

Si la velocitat de sortida dels ions és la mateixa encara que la separació entre plaques sigui més petita, de la última expressió veiem que la diferència de potencial entre les plaques és independent de la seva separació, per tant la diferència de potencial serà la mateixa tant si $d = 10 \text{ cm}$ com si és $d = 6 \text{ cm}$ 0.2

Opció A
P3)

- a) Podem plantejar l'equació de la desintegració del poloni-210 com:

$${}_{84}^{210}\text{Po} \rightarrow {}_2^4\alpha + {}_{82}^x\text{Pb} \quad [0.5] \Rightarrow$$

$$x + 4 = 210 \quad [0.3] \Rightarrow x = 206 \quad [0.2]$$

- b)

$$m = m_0 e^{-\frac{\ln 2 t}{t_{1/2}}} \quad [0.5] \Rightarrow m = (5 \text{ mg}) e^{-\frac{(\ln 2) 20 \text{ dies}}{37 \text{ dies}}} = 3,4 \text{ mg} \quad [0.5]$$

P4)

- a) L'àrea del circuit tancat que formen la forca i la vareta en funció del temps és:

$$\text{Àrea} = L v t \quad [0.2]$$

El flux del camp magnètic que passa per aquesta àrea serà:

$$\Phi = B L v t \quad [0.2]$$

La força electromotriu generada en el circuit serà:

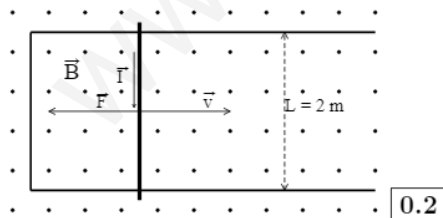
$$\epsilon = \left| \frac{d\Phi}{dt} \right| = B L v \quad [0.2] = 3 \text{ V} \quad [0.2]$$

El sentit de la circulació del corrent serà el contrari que tindria si el mateix corrent hagués de crear el camp magnètic, per tant serà en sentit horari 0.2

- b) A partir de la llei de Ohm tindrem:

$$I = \frac{\epsilon}{R} = \frac{3 \text{ V}}{30 \Omega} = 0,1 \text{ A} \quad [0.2]$$

La força que fa el camp magnètic sobre la vareta serà:



$$\vec{F} = L \vec{I} \wedge \vec{B} \quad [0.2] \Rightarrow |\vec{F}| = L I B = 0,05 \text{ N} \quad [0.2]$$

Per tant, per tal que la vareta segueixi amb velocitat constant, haurem de fer una força igual i de sentit contrari a la trobada anteriorment. 0.2

P5)

- a) Per fer cada punt la màquina de cosir ha de fer una oscil·lació completa, per tant tindrem:

$$\nu = \frac{1800 \text{ punts}}{60 \text{ s}} = 30 \text{ Hz} \quad \boxed{0.3}$$

Dues vegades l'amplitud del moviment serà igual a 20 mm $\Rightarrow A = 10 \text{ mm} = 0,01 \text{ m}$ $\boxed{0.3}$ L'equació del moviment serà:

$$y(t) = A \cos(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.2} = 0,01 \cos(1,88 \cdot 10^2 t) \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

En el cas de que fessin servir la funció sinus enlloc del cosinus haurien de posar-hi una fase addicional de $\frac{\pi}{2}$

b)

$$v_y(t) = \frac{dy}{dt} = -2\pi\nu A \sin(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow v_y(\text{màxima}) = 2\pi\nu A = 1,88 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = -4\pi^2\nu^2 A \cos(2\pi\nu t) \quad \boxed{0.3} \Rightarrow a_y(\text{màxima}) = 4\pi^2\nu^2 A = 3,55 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2 \quad \boxed{0.2}$$

Opció B
P3)

a)

$$E_c = \frac{hc}{\lambda} - W = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{850 \cdot 10^{-9} \text{ m}} - 1,2 \text{ eV} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}} = 4,2 \cdot 10^{-20} \text{ J} \quad \boxed{0.5}$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_e &= \frac{h}{mv} \\ v &= \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lambda_e = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}} = 2,40 \cdot 10^{-9} \text{ m} \quad \boxed{0.5}$$

b)

$$\lambda = \frac{hc}{E_c + W} \quad \boxed{0.4} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s} \times 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \times 4,2 \cdot 10^{-20} \text{ J} + 1,2 \text{ eV} \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1 \text{ eV}}} \quad \boxed{0.4} = 7,21 \cdot 10^{-7} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

P4)

a)

$$\vec{F} = q \vec{v} \wedge \vec{B} \quad \boxed{0.3} = 1,6 \cdot 10^{-19} \times 2 \cdot 10^6 \times 0,5 (\vec{i} \wedge \vec{j}) \quad \boxed{0.3} = 1,6 \cdot 10^{-13} \vec{k} \text{ N} \quad \boxed{0.2}$$

Per tant la força va dirigida en sentit vertical $\boxed{0.2}$ En el cas en que no donin correctament la direcció de la força, restarem **0.2** punts.

b)

Al ser la força perpendicular a la velocitat, el moviment serà el d'un moviment circular uniforme $\boxed{0.2}$

La força que fa el camp magnètic sobre els protons es la que proporciona l'acceleració centrípeta que farà girar els protons, per trobar el radi de la trajectòria circular tindrem:

$$qvB = m \frac{v^2}{r} \quad \boxed{0.2} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} \quad \boxed{0.3} = 4,18 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \boxed{0.2}$$

Els protons no impactaran ningú, ja que només d'entrar l'aula fan la trajectòria circular de radi $4,18 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 $\boxed{0.1}$

P5)

- a) La relació entre la longitud d'ona dels harmònics d'una corda i la longitud d'aquesta ve donada per l'expressió:

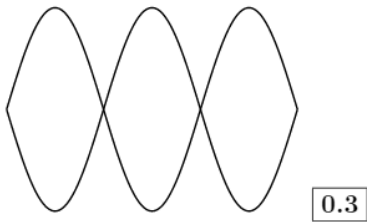
$$n \frac{\lambda}{2} = L \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \boxed{0.2} \Rightarrow$$

El node fonamental el tindrem per $n = 1$, per tant: $\lambda = 2L = 64\text{cm}$ $\boxed{0.2}$. Els ventres estaran just al mig i els nodes un a cada extrem $\boxed{0.2}$

La velocitat de propagació serà:

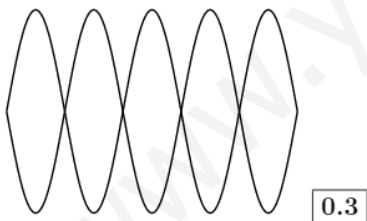
$$v_p = \lambda \nu \quad \boxed{0.2} = 0,64 \text{ m } 196 \text{ Hz} = 125 \text{ m/s} \quad \boxed{0.2}$$

- b) Tercer harmònic:



$$\lambda_3 = \frac{2}{3} L \quad \boxed{0.1} = 21,3 \text{ cm} \Rightarrow \nu_3 = \frac{v_p}{\lambda_3} = 587 \text{ Hz} \quad \boxed{0.1}$$

Cinqué harmònic:



$$\lambda_5 = \frac{2}{5} L \quad \boxed{0.1} = 12,8 \text{ cm} \Rightarrow \nu_5 = \frac{v_p}{\lambda_5} = 977 \text{ Hz} \quad \boxed{0.1}$$

