

# PRUEBAS EBAU FÍSICA

Juan P. Campillo Nicolás

20 de julio de 2022

Se proporcionan los valores de las siguientes constantes físicas: Aceleración de la gravedad en la superficie terrestre  $g_0 = 9,80 \text{ m s}^{-2}$  ; Constante de gravitación universal  $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$  ; Radio medio de la Tierra  $R_T = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  ; Masa de la Tierra  $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  ; Constante eléctrica en el vacío  $K_0 = 1/(4 \pi \epsilon_0) = 9,00 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$  ; Permeabilidad magnética del vacío  $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ N A}^{-2}$  ; Carga elemental  $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  ; Masa del electrón  $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$  ; Masa del protón  $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ; Velocidad de la luz en el vacío  $c_0 = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$  ; Constante de Planck  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$  Unidad de masa atómica  $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ; Electronvoltio  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

## 1. Gravitación.

1. Calcule la energía potencial gravitatoria de un satélite de masa  $m = 100$  kg que está orbitando a una altura de 1000 km sobre la superficie terrestre. b) Explique si para el cálculo anterior podría utilizarse la expresión  $E = m g h$ .

**Respuesta:**

a) la energía potencial será:

$$U = -\frac{GMm}{r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6,37 \cdot 10^6 + 10^6)} = -5,41 \cdot 10^9 \text{ J}$$

b) No es posible, puesto que la aceleración de la gravedad no tiene un valor constante, sino que depende de la distancia  $r$  al centro de la Tierra, según la expresión:

$$g = \frac{GM}{r^2}$$

2. Un meteorito de 350 kg que cae libremente hacia la Tierra, tiene una velocidad de  $15 \text{ m s}^{-1}$  a una altura de 500 km sobre la superficie terrestre. Determine: a) El peso del meteorito a dicha altura. b) La velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre (despreciando la fricción con la atmósfera).

**Respuesta:**

a) El peso del meteorito será:

$$P = \frac{GMm}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 350}{(6,37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)^2} = 2958 \text{ N}$$

b) Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$\frac{1}{2} 350 \cdot 15^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 350}{6,37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5} = \frac{1}{2} 350 \cdot v^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 350}{6,37 \cdot 10^6}$$

Despejando, se obtiene:  $v = 3019 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

3. a) El periodo de rotación de Marte es de 24,6229 horas. Si el radio de la órbita areoestacionaria (equivalente a una órbita geostacionaria en la Tierra) es de 20425 km, ¿cuál es la masa del planeta?  
b) Se sabe que la velocidad de escape de Marte es 5,027 km/s ¿cuál es el radio del planeta?

**Respuesta:**

a) A partir de la expresión del periodo:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad \text{Se deduce : } M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (2,0425 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} (24,6229 \cdot 3600)^2} = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$$

b) Teniendo en cuenta que la velocidad de escape es:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad \text{despejamos } r : r = \frac{2GM}{v^2} = \frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}}{(5,027 \cdot 10^3)^2} = 3,39 \cdot 10^6 \text{ m}$$

4. Un satélite artificial de 250 kg describe una órbita circular a una altura  $h$  sobre la superficie terrestre. El valor de la gravedad a dicha altura es la quinta parte de su valor en la superficie de la Tierra. a) Calcule el periodo de revolución del satélite en la órbita. b) Calcule la energía mecánica del satélite.

**Respuesta:**

a) En primer lugar, calculamos la distancia  $r$  al centro de la Tierra:

$$\frac{9,8}{5} = \frac{GM}{r^2} \quad r = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{1,96}} = 1,46 \cdot 10^7 \text{ m}$$

Con este dato, el periodo de revolución será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (1,46 \cdot 10^7)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 16951 \text{ s}$$

b) la energía mecánica será:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 250}{2 \cdot 1,4625 \cdot 10^7} = -3,41 \cdot 10^9 \text{ J}$$

5. La estación espacial internacional (ISS), cuya masa es  $4,5 \cdot 10^5$  kg, describe una órbita aproximadamente circular alrededor de la Tierra, de periodo 92 minutos. a) Determine su altura sobre la superficie de la Tierra y su velocidad orbital. b) Calcule la energía necesaria para duplicar el radio de su órbita.

**Respuesta:**

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$92 \cdot 60 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}}$$

despejando, obtenemos:  $r = 6,75 \cdot 10^6$  m, con lo que la altura respecto a la superficie de la Tierra será:  
 $h = 6,75 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 3,82 \cdot 10^5$  m

La velocidad orbital será:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,75 \cdot 10^6}} = 7687 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La energía que posee el satélite en esta órbita es:

$$E_0 = -\frac{GMm}{2r_0} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 4,5 \cdot 10^5}{2 \cdot 6,75 \cdot 10^6} = -1,33 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

En la nueva órbita, la energía será:

$$E_1 = -\frac{GMm}{2r_1} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 4,5 \cdot 10^5}{2 \cdot 2 \cdot 6,75 \cdot 10^6} = -6,65 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

$$-1,33 \cdot 10^{13} + E = -6,65 \cdot 10^{12} \quad E = 6,65 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

6. a) Considerando que las órbitas de los planetas del sistema solar son aproximadamente circulares, utilice los datos de la órbita terrestre (radio,  $150 \cdot 10^9$  km; periodo, 365 días) para calcular la velocidad de traslación de Mercurio, sabiendo que el radio de su órbita mide  $57,9 \cdot 10^9$  km. b) Calcule el diámetro

de Mercurio, sabiendo que la aceleración de la gravedad en su superficie es  $3,7 \text{ m s}^{-2}$  y su densidad media es  $5,43 \text{ g cm}^{-3}$ .

**Respuesta:**

a) Aplicando la Tercera ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad 365 \cdot 86400 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (150 \cdot 10^9)^3}{GM}} \quad GM = 1,34 \cdot 10^{20}$$

Para la órbita de Mercurio:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 (57,9 \cdot 10^9)^3}{1,34 \cdot 10^{20}}} = 7,56 \cdot 10^6 \text{ s}$$

La velocidad orbital de Mercurio será:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 5,79 \cdot 10^{10}}{7,56 \cdot 10^6} = 48121 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La aceleración de la gravedad en la superficie de Mercurio es:

$$g_M = \frac{GM}{r^2} = \frac{G \frac{4}{3} \pi r^3 d}{r^2} = \frac{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \pi r \cdot 5430}{3}$$

Despejando, obtendremos:

$$r = \frac{3,7 \cdot 3}{4 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \pi \cdot 5430} = 2,44 \cdot 10^6 \text{ m}$$

El diámetro será:  $D = 2r = 2 \cdot 2,44 \cdot 10^6 = 4,88 \cdot 10^6 \text{ m}$

7. a) La velocidad de escape desde la superficie de Urano es  $19,9 \text{ km s}^{-1}$  y la gravedad en su superficie es  $7,8 \text{ m s}^{-2}$ . Calcule el radio de Urano. b) El radio medio de la órbita de Urano alrededor del Sol es 19,19 veces mayor que el de la Tierra alrededor del Sol. Encuentre la duración del año uraniano.

**Respuesta:**

a) sabiendo que la velocidad de escape tiene la expresión:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} \quad 1,99 \cdot 10^4 = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = GM = 1,98 \cdot 10^8 r$$

Podemos hallar el valor de r a partir de la aceleración de la gravedad:

$$7,8 = \frac{GM}{r^2} = \frac{1,98 \cdot 10^8 r}{r^2} \quad r = \frac{1,98 \cdot 10^8}{7,8} = 2,54 \cdot 10^7 \text{ m}$$

b) Dividiendo los periodos de rotación:

$$\frac{T_U}{1} = \frac{\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} (19,9 r_T)^3}}{\sqrt{\frac{4\pi^2}{GM} r_T^3}} \quad T_U = \sqrt{19,19^3} = 84,06 \text{ años}$$

8. a) Explique qué es un campo conservativo y razone si el campo gravitatorio lo es o no. b) Explique los conceptos de fuerza gravitatoria y campo gravitatorio e indique qué relación existe entre ellos.

**Respuesta:**

a) Un campo conservativo es aquel en el que el trabajo realizado no depende del camino seguido o, lo que es lo mismo, aquel en el que el trabajo realizado a lo largo de un ciclo es nulo. El campo gravitatorio es un ejemplo de campo conservativo, pues se cumplirá que:

$$\int_{r_A}^{r_A} -\frac{GMm}{r^2} dr = \left[ \frac{GMm}{r} \right]_{r_A}^{r_A} = 0$$

b) La ley de Gravitación universal de Newton expresa que la fuerza de atracción entre dos masas, o fuerza gravitatoria, depende directamente del producto de ambas, e inversamente del cuadrado de la distancia que las separa.

$$\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{u}_r$$

El campo gravitatorio es la fuerza que una masa o un conjunto de ellas ejerce sobre la unidad de masa en un punto dado. La relación entre fuerza y campo es:

$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Siendo  $\vec{g}$  la intensidad de campo gravitatorio.

9. a) De un satélite artificial que orbita alrededor de la Tierra se conoce el periodo y el radio de la órbita. ¿Se puede utilizar esta información y la ley fundamental de la dinámica para calcular su masa? ¿Y la masa de la Tierra? Razone las respuestas. b) Un satélite artificial se pone en órbita a una distancia de la superficie terrestre tal que la aceleración de la gravedad es la tercera parte del valor de dicha aceleración en la superficie terrestre. ¿Cuál es el periodo de revolución del satélite en torno a la Tierra?

**Respuesta:**

a) Aplicando el segundo principio de la Dinámica:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} = \frac{m \cdot 4\pi^2 r^2}{rT^2} \quad T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM}$$

Como puede verse, la masa del satélite no aparece en la expresión, por lo que el conocimiento de T y r de la órbita no son suficientes para conocer la masa del satélite. La masa M que aparece en la expresión es la masa de la Tierra, por lo que ésta sí podría ser calculada con los datos suministrados.

b) Conocida la expresión que nos da la aceleración de la gravedad:

$$g_T = \frac{GM}{r_T^2} \quad g_O = \frac{GM}{r_O^2} = \frac{g_T}{3} = \frac{GM}{3r_T^2}$$

De donde se deduce que el radio de la órbita es:  $r_O = r_T\sqrt{3}$ . Sustituyendo en la expresión del periodo de revolución:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,37 \cdot 10^6 \sqrt{3})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 11529,7 \text{ s}$$

10. Un satélite artificial de 1500 kg describe una órbita circular de 6500 km de radio alrededor de la Tierra. a) Calcule la velocidad, el periodo y la energía mecánica del satélite. b) Determine la velocidad de escape para el satélite desde esa órbita.

**Respuesta:**

a) La velocidad orbital será (suponiendo el radio de la órbita tomado desde el centro de la Tierra):

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,5 \cdot 10^6}} = 7833,5 \text{ m/s}$$

El periodo será:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 (6,5 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 5213,6 \text{ s}$$

La energía mecánica tendrá el valor:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1500}{2 \cdot 6,5 \cdot 10^6} = -4,60 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

b) La velocidad de escape desde esa órbita se obtiene aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,5 \cdot 10^6}} = 11078 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

11. Un satélite de 100 kg describe una órbita circular alrededor de un planeta con un periodo de 45 min a una velocidad de  $3,1 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ . Calcule: a) La masa del planeta. b) La energía mecánica del satélite.

**Respuesta:**

a) Aplicando la tercera ley de Kepler:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad r = \frac{3,1 \cdot 10^4 \cdot 45 \cdot 60}{2\pi} = 1,33 \cdot 10^7 \text{ m}$$

La velocidad orbital es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad M = \frac{vr^2}{G} = \frac{3,1 \cdot 10^4 (1,33 \cdot 10^7)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 9,05 \cdot 10^{28} \text{ kg}$$

b) la energía mecánica del satélite es:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 9,05 \cdot 10^{28} \cdot 100}{2 \cdot 1,33 \cdot 10^7} = -2,27 \cdot 10^{13} \text{ J}$$

12. El radio de Júpiter es 11,2 veces mayor que el radio de la Tierra y la masa de Júpiter es 318 veces la masa de la Tierra. Determine: a) El valor de la gravedad en la superficie de Júpiter. b) La velocidad de escape desde la superficie de Júpiter.

**Respuesta:**

a) Conocida la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre ( $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ), podremos escribir:

$$\frac{G \cdot 318 M_t}{\frac{(11,2 r_T)^2}{r_T^2}} = \frac{g_J}{9,8} \quad g_J = 24,84 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

b) La velocidad de escape es:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 318 \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{11,2 \cdot 6,37 \cdot 10^6}} = 59629,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

13. Desde la superficie terrestre se lanza un objeto verticalmente hacia arriba. A una altura de 3630 km respecto a la superficie de la Tierra su velocidad es  $2000 \text{ m s}^{-1}$ . Despreciando todo tipo de rozamiento, determine la velocidad con la que se lanzó.

**Respuesta:**

Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{r_T} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$-\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6} + \frac{1}{2}v^2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{6,37 \cdot 10^6 + 3,63 \cdot 10^6} + \frac{1}{2}2000^2$$

Obteniendo  $v = 7028,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$

14. Un satélite artificial se encuentra en una órbita circular de radio 7200 km alrededor de la Tierra. Calcule su velocidad y el tiempo que tarda en completar una vuelta a su órbita.

**Respuesta:**

a) la velocidad de la órbita es:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{7,2 \cdot 10^6}} = 7443 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

El periodo será:

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 7,2 \cdot 10^6}{7443} = 6078 \text{ s}$$

15. Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: “Para dos planetas de igual masa, pero diferente densidad media, la velocidad de escape desde la superficie es mayor para el planeta que tiene la menor densidad media”.

**Respuesta:**

La velocidad de escape viene expresada por:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Siendo M la masa del planeta. Cuanto mayor sea la densidad media, ( $M = V \cdot d$ ), menor será el radio del planeta, por lo que la velocidad de escape será tanto mayor cuanto mayor sea la densidad media del planeta. La afirmación es, pues, **incorrecta**.

16. Un exoplaneta se mueve en torno a una estrella en una órbita circular de  $6,1 \cdot 10^7 \text{ km}$  de radio con un periodo de 112 días. Calcule la masa de la estrella sobre la que está orbitando.

**Respuesta:**

A partir del periodo orbital:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \quad M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (6,1 \cdot 10^{10})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} (112 \cdot 86400)^2} = 1,43 \cdot 10^{30} \text{ kg.}$$

17. CHEOPS es un satélite de la Agencia Espacial Europea, de 300 kg de masa, que se encuentra orbitando a 700 km de altura sobre la superficie terrestre en una órbita aproximadamente circular. Calcule la energía requerida para que, desde la superficie de la Tierra, el satélite pasara a describir dicha órbita.

**Respuesta:**

La energía en la superficie de la Tierra es:

$$U_0 = -\frac{GMm}{r_T} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 300}{6,37 \cdot 10^6} = -1,88 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

La energía total en la órbita es:

$$E_o = -\frac{GMm}{2r_o} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 300}{2(6,37 \cdot 10^6 + 7 \cdot 10^5)} = -8,46 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$-1,88 \cdot 10^{10} + E = -8,46 \cdot 10^9 \quad E = 1,03 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

18. Habitualmente calculamos la energía potencial gravitatoria de un cuerpo de masa  $m$ , situado a una altura  $h$  sobre la superficie de la Tierra, como  $E_p = m g h$ . Deduzca dicha expresión a partir de la expresión general de la energía potencial gravitatoria indicando las aproximaciones realizadas.

**Respuesta:**

La expresión general de la energía potencial es:

$$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

Si tomamos la energía potencial en la superficie de la Tierra y a una altura  $h$  respecto de aquella:

$$\Delta E_p = -\frac{GMm}{(r+h)} - \left[ -\frac{GMm}{r} \right] = GMm \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{(r+h)} \right] = \frac{GMm [(r+h) - r]}{r(r+h)}$$

$$\Delta E_p = \frac{GMm [(r+h) - r]}{r(r+h)} = \frac{GMmr}{r^2 + rh}$$

Si suponemos que  $rh \ll r^2$ , tendremos:

$$\Delta E_p = \frac{GMmh}{r^2 + rh} = \frac{GMmh}{r^2}$$

Teniendo en cuenta que:  $g = \frac{GM}{r^2}$ , la expresión anterior se transforma en:

$$\frac{GMmh}{r^2} = mgh$$

19. Un objeto de masa  $m = 10^4$  kg se encuentra en una órbita circular a 30000 km de la superficie de la Tierra. ¿Qué energía será necesario aportarle para que pueda escapar de la gravedad terrestre?

**Respuesta:**

La energía de este objeto es:

$$E = -\frac{GMm}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 10^4}{2(3 \cdot 10^7 + 6,37 \cdot 10^6)} = -5,48 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

Para que escape a la gravedad terrestre, su energía total será nula, por lo que aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-5,48 \cdot 10^{10} + E = 0 \quad E = 5,48 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

20. Calcule la altura a la que se debe elevar un cuerpo para que pierda un 30 % de su peso. ¿Cuánto variará su masa?

**Respuesta:**

Suponiendo el enunciado referido a la Tierra, tendremos:

$$P = mg = \frac{GMm}{R_T^2}$$

$$0,70 \cdot P = \frac{GMm}{R^2}$$

Dividiendo miembro a miembro:

$$\frac{1}{0,7} = \frac{R^2}{R_T^2} \quad R = 7,61 \cdot 10^6 \text{m}$$

La masa **no variará en ningún caso**.

21. Dos satélites describen órbitas circulares de radios  $R_1$  y  $R_2$  alrededor de la Tierra. Ambos satélites tienen la misma masa y  $R_1 > R_2$ . Indique razonadamente cuál de los dos satélites tiene mayor energía mecánica.

**Respuesta:**

La energía mecánica del satélite viene dada por la expresión:

$$E = -\frac{GMm}{2R}$$

Por lo que tendrá mayor energía aquel del los dos cuya órbita tenga un mayor radio, es decir, el satélite cuya órbita tiene un radio  **$R_1$**

22. Calcule la densidad media de un planeta esférico de 6000 km de diámetro si la aceleración de la gravedad en su superficie es  $4 \text{ m s}^{-2}$ .

**Respuesta:**

A partir de la aceleración de la gravedad:

$$4 = \frac{GM}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \rho \frac{4}{3} \pi (6 \cdot 10^6)^3}{(6 \cdot 10^6)^2}$$

$$\rho = \frac{3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \pi \cdot 6 \cdot 10^6} = 2386 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

23. Un satélite artificial, de 100 kg de masa, orbita alrededor de la Tierra con un periodo de 12 h. Calcule la energía requerida para pasar el satélite a una órbita geostacionaria ( $T = 24 \text{ h}$ ).

**Respuesta:**

Conocido el periodo de la órbita, podemos calcular su radio:

$$12 \cdot 3600 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{6,67 \cdot 10^{-11} 5,98 \cdot 10^{24}}} \quad r = 2,62 \cdot 10^7 \text{ m}$$

La energía mecánica en esta órbita es:

$$E_1 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{2,62 \cdot 10^7} = -1,52 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Para una órbita geoestacionaria:

$$24 \cdot 3600 = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} \quad r = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$$

La energía en esta órbita es:

$$E_2 = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{4,22 \cdot 10^7} = -9,45 \cdot 10^8 \text{ J}$$

La energía necesaria será:

$$E = E_2 - E_1 = -9,45 \cdot 10^8 + 1,52 \cdot 10^9 = 5,75 \cdot 10^8 \text{ J}$$

24. Defina velocidad de escape de un cuerpo y deduzca su expresión a partir del principio de conservación de la energía mecánica.

**Respuesta:**

La velocidad de escape es aquella que debe ser comunicada a un cuerpo de masa  $m$  para que escape a la atracción gravitatoria de otro de masa  $M$ . aplicando el Principio de Conservación de la Energía mecánica:

$$-\frac{GMm}{r} + \frac{1}{2}mv_e^2 = 0 \quad 0 = \text{Energía en el infinito}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

25. Un meteorito cae libremente hacia la Tierra. A 500 km de altura sobre la superficie terrestre su velocidad es  $1200 \text{ m s}^{-1}$ . Determine la velocidad con la que impactará sobre la superficie terrestre (desprecie la fricción con la atmósfera).

**Respuesta:**

Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$\frac{1}{2}m \cdot 1200^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot m}{(6,37 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5)} = \frac{1}{2}m \cdot v^2 - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot m}{6,37 \cdot 10^6}$$

La velocidad es :  $v = 3248,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

26. Calcule la densidad media de Júpiter sabiendo que su radio es  $R_J = 6,99 \cdot 10^4 \text{ km}$  y que su satélite Calisto describe una órbita de radio  $r = 1,88 \cdot 10^6 \text{ km}$  en 16,9 días.

**Respuesta:**

Mediante la Tercera Ley de Kepler:

$$(16,9 \cdot 86400)^2 = \frac{4\pi^2(1,88 \cdot 10^9)^3}{6,67 \cdot 10^{-11}M} \quad M = 1,84 \cdot 10^{27} \text{ kg}$$

Sabiendo que  $M = V \cdot d$ , tendremos:

$$1,84 \cdot 10^{27} = \frac{4}{3}\pi \cdot (6,99 \cdot 10^7)^3 d \quad d = 1286 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

27. Justifique si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “Si la masa de la Tierra se duplicara, el periodo orbital de la Luna también se duplicaría”.

**Respuesta:**

La Tercer Ley de Kepler establece que:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

Por lo que la frase es **incorrecta**. El periodo disminuiría a  $\frac{T}{\sqrt{2}}$

28. Deimos es un satélite que gira alrededor de Marte en una órbita circular de 23460 km de radio con un periodo orbital de 30,3 horas. Determine el valor de la intensidad gravitatoria debida a Marte en un punto de la órbita de Deimos.

**Respuesta:**

El periodo de la órbita está relacionado con la velocidad orbital de la forma:

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad (1)$$

Mientras que la velocidad orbital es:

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad (2)$$

Tomando la expresión (1) y sustituyendo el valor de  $v$  obtenido en (2):

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{GM}{r}}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$30,3 \cdot 3600 = \sqrt{\frac{4\pi^2 (2,346 \cdot 10^7)^3}{GM}} \quad GM = 4,28 \cdot 10^{13} \text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-1}$$

La intensidad gravitatoria en un punto de la órbita será:

$$g = \frac{GM}{r^2} = \frac{4,28 \cdot 10^{13}}{(2,346 \cdot 10^7)^2} = 0,078 \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$

29. En abril del 2021 se corrigió la altitud sobre la superficie de la Tierra a la que orbita la Estación Espacial Internacional, de forma que su valor alcanzó los 420 km tras un aumento de 360 m. Sabiendo que su masa es  $4,2 \cdot 10^5$  kg, determine la energía que aportaron sus motores para conseguir esa modificación.

**Respuesta:**

La altura inicial de la Estación es:  $4,2 \cdot 10^5 - 360 = 4,196 \cdot 10^5$  m. Aplicando el Principio de Conservación de la Energía:

$$-\frac{GMm}{2r_0} + E = -\frac{GMm}{2r} \quad E = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 4,2 \cdot 10^5}{2} \left( \frac{1}{4,196 \cdot 10^5} - \frac{1}{4,2 \cdot 10^5} \right) = 1,90 \cdot 10^{11} \text{J}$$

30. Si repentinamente se duplicara la masa de la Luna, ¿cómo variaría su periodo de rotación alrededor de la Tierra? ¿Y si fuera la Tierra la que duplicara su masa? Razone las respuestas.

**Respuesta:**

El periodo de rotación de la Luna alrededor de la Tierra es, aplicando la Tercera Ley de Kepler:

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}}$$

Al no depender de la masa de la Luna, el periodo sería el mismo al duplicarse la masa de la Luna.. Si fuera la Tierra la que duplicara su masa, el periodo se reduciría, de forma que  $T' = \frac{T}{\sqrt{2}}$

www.yoquieroaprobar.es

## 2. Vibraciones y ondas.

1. Dos ondas armónicas transversales se propagan por dos cuerdas a la misma velocidad en el sentido positivo del eje X. La primera tiene el doble de frecuencia que la segunda y se sabe que en el instante inicial, la elongación de los extremos izquierdos de ambas cuerdas es nula. a) Calcule la razón entre las longitudes de onda de ambas ondas. b) Para cada una de las ondas (y en el mismo instante de tiempo) determine la diferencia de fase (expresada en función de los respectivos números de ondas) para dos puntos que distan 3 m. Obtenga la relación entre dichas diferencias de fase.

**Respuesta:**

- a) Las respectivas longitudes de onda son:

$$\lambda_1 = \frac{v}{\nu_1} = \frac{v}{2\nu_2} \quad \lambda_2 = \frac{v}{\nu_2}$$

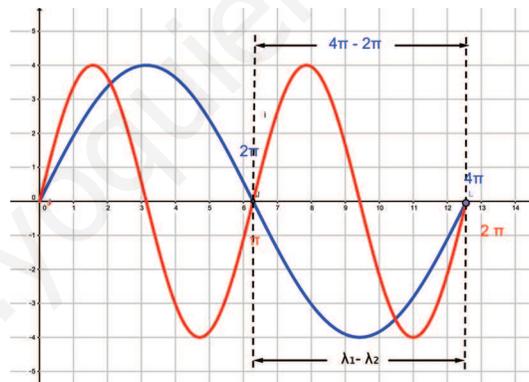
Así pues:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1}{2}$$

- b) Los respectivos números de onda son:

$$k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1} = \frac{4\pi}{\lambda_2} \quad k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$$

Es decir, el número de ondas de la primera de ellas es el doble que el de la segunda. A partir de la siguiente representación gráfica:



Podemos poner:

$$\frac{4\pi - 2\pi}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\Delta\varphi}{3} \quad \Delta\varphi = \frac{3 \cdot 2\pi}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{3}{\frac{\lambda_1}{2\pi} - \frac{\lambda_2}{2\pi}} = \frac{3}{\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}}$$

2. Una onda armónica cuya frecuencia es 60 Hz se propaga en la dirección positiva del eje X con velocidad desconocida superior a 10 m s<sup>-1</sup>. Sabiendo que la diferencia de fase, en un instante dado, para dos puntos separados 15 cm, es  $\frac{\pi}{2}$  radianes, determine: a) El periodo, la longitud de onda y la velocidad de propagación de la onda. b) En un punto dado, ¿qué diferencia de fase existe entre los desplazamientos que tienen lugar en dos instantes separados por un intervalo de 0,01 s?

**Respuesta:**

a) El periodo es:

$$T = \frac{1}{60} = 1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

Sabiendo que para una distancia de 0,15 m existe una diferencia de fase de  $\pi/2$  radianes, podremos poner:

$$\frac{2\pi \text{ rad}}{\lambda \text{ m}} = \frac{\pi/2 \text{ rad}}{0,15 \text{ m}}$$

Con lo que  $\lambda = 0,60 \text{ m}$

La velocidad de propagación es:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,6}{1,67 \cdot 10^{-2}} = 36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) Para ese punto, teniendo en cuenta que:

$$\frac{2\pi \text{ rad}}{1,67 \cdot 10^{-2} \text{ s}} = \frac{\Delta\varphi \text{ rad}}{0,01 \text{ s}} \rightarrow \Delta\varphi = \frac{0,02\pi}{1,67 \cdot 10^{-2}} = 1,2\pi \text{ rad}$$

3. Si el oído humano es capaz de percibir frecuencias entre 20 y 20000 Hz, indique razonadamente si será audible un sonido cuya longitud de onda sea de 1 cm.

**Respuesta:**

a) La frecuencia de este sonido será:

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{340}{0,01} = 34000 \text{ Hz} \quad \text{El sonido no será audible}$$

4. Uno de los extremos de una cuerda de longitud 24 m se separa de su situación de reposo hasta una altura de 20 cm y empieza a oscilar con movimiento armónico simple, de forma que la onda resultante alcanza el otro extremo de la cuerda en 1,5 s. a) Sabiendo que la velocidad de vibración máxima de los puntos de la cuerda es de 6,4 m/s, determine la frecuencia y la longitud de onda en la cuerda. b) Determine, para un instante de tiempo dado, la diferencia de fase entre dos puntos que distan 2 y 13 m respecto del extremo inicial e indique si, aproximadamente, se encuentran en fase o en oposición de fase.

**Respuesta:**

a) La velocidad de propagación de la onda será:  $v = 24/1,5 = 16 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . La amplitud será  $A = 0,2 \text{ m}$ . Sabiendo que la velocidad de vibración es:

$$v_t = \frac{dy}{dt} = A\omega \cos(\omega t - kx) \quad v_t(\text{máx}) = A\omega \quad \omega = \frac{v_t}{A} = \frac{6,4}{0,2} = 32 \text{ s}^{-1}$$

Con estos datos, podremos hacer los siguientes cálculos:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{16}{\pi} \text{ s}^{-1} \quad \lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{16}{16/\pi} = \pi \text{ m}$$

b) Teniendo en cuenta que a dos puntos separados por una longitud de onda les corresponde una diferencia de fase de  $2\pi$  radianes, podremos escribir:

$$\frac{2\pi}{\pi \text{ m}} = \frac{\varphi_1}{2} = \frac{\varphi_2}{13} \quad \varphi_1 = 4 \text{ rad} \quad \varphi_2 = 26 \text{ rad} \quad \Delta\varphi = 22 \text{ rad}$$

Esta diferencia de fase corresponde a un número de longitudes de onda:

$$n = \frac{22}{2\pi} = \frac{11}{\pi} \simeq 3,5 \text{ longitudes de onda}$$

Lo que indica que ambos puntos se encuentran, aproximadamente, en **oposición de fase**.

5. Una onda transversal se propaga en el sentido negativo del eje X con velocidad  $5 \text{ m s}^{-1}$ . Su longitud de onda es  $1,4 \text{ m}$  y su amplitud  $3 \text{ m}$ . a) Escriba la ecuación de la onda, suponiendo que en el punto  $x = 0$  la perturbación es nula cuando  $t = 0$ . b) ¿Cuál es la velocidad de vibración máxima de un punto del medio?

**Respuesta:**

a) La ecuación de la onda tiene la forma:

$$y = A \text{ sen } (\omega t + kx + \varphi_0)$$

Los parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 3 \text{ m} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,4} = 1,43\pi \text{ m}^{-1} \quad \lambda = \frac{v}{\nu}; \quad \nu = \frac{5}{1,4} = 3,57 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega = 2\pi\nu = 7,14\pi \text{ s}^{-1}$$

Puesto que para  $x = 0$ ,  $t = 0$ , el valor de  $y$  es cero, tendremos:

$$0 = 3 \text{ sen } \varphi_0 \quad \varphi_0 = 0$$

Con todo esto, la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$y = 3 \text{ sen } (7,14\pi t + 1,43\pi x)$$

b) La velocidad de vibración será:

$$v = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 7,14\pi \cos (7,14\pi t + 1,43\pi x)$$

Con lo que  $v_{\text{max}} = 67,29 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

6. Una onda transversal se propaga por una cuerda según la ecuación de movimiento, en unidades S.I.:  $y(x,t) = 3 \text{ sen } (100t - 5x + \pi/2)$  a) Indique el valor de las siguientes magnitudes: amplitud, frecuencia, periodo y longitud de onda. b) Represente gráficamente la elongación y la velocidad en función de la posición para  $t = 0$ .

**Respuesta:**

a) Los valores pedidos son los siguientes:

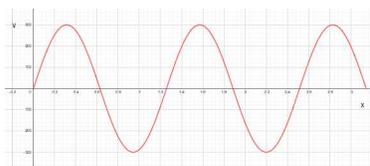
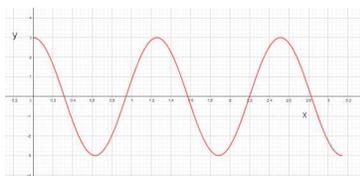
$$A = 3 \text{ m} \quad 100 = 2\pi\nu; \quad \nu = 15,92 \text{ s}^{-1} \quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{15,92} = 0,063 \text{ s}$$

$$k = 5 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \lambda = 1,26 \text{ m}$$

b) Las expresiones de elongación y la velocidad son, respectivamente:

$$y = 3 \text{ sen } (100t - 5x + \pi/2) \quad v = \frac{dy}{dt} = 3 \cdot 100 \cos (100t - 5x + \pi/2)$$

Las correspondientes representaciones gráficas para la elongación y velocidad son las siguientes:



7. Una fuente genera ondas, de amplitud 0,2 mm y frecuencia 1000 Hz, que se propagan en el sentido positivo del eje X con una velocidad de 340 m s<sup>-1</sup>. Sabiendo que en el origen la elongación es cero en el instante inicial: a) Determine la ecuación general de la onda y exprésela en unidades del S.I. b) Calcule los valores máximos de la velocidad y de la aceleración de vibración de una partícula del medio.

**Respuesta:**

a) Los parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad \omega = 2\pi\nu = 2000\pi \text{ s}^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2000\pi}{340} = 5,88\pi \text{ m}^{-1}$$

Puesto que para  $t = 0$ ;  $x = 0$  la elongación es nula:  $0 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ sen } \varphi_0$ , con lo que  $\varphi_0 = 0$ . la ecuación de la onda quedará en la forma:

$$y = 2 \cdot 10^{-4} \text{ sen } (2000\pi t - 5,88\pi x)$$

b) Las expresiones de velocidad y aceleración son, respectivamente:

$$v = \frac{dy}{dt} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2000\pi \cos(2000\pi t - 5,88\pi x) \quad a = \frac{d^2y}{dt^2} = -2 \cdot 10^{-4} (2000\pi)^2 \text{ sen } (2000\pi t - 5,88\pi x)$$

Con lo que los valores máximos de velocidad y aceleración serán, respectivamente:

$$v_{\text{máx}} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2000\pi = 1,26 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \quad a_{\text{máx}} = 2 \cdot 10^{-4} (2000\pi)^2 = 7895,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

8. El nivel de intensidad sonora producido por un altavoz que emite uniformemente en todas las direcciones es 100 dB a una distancia de 10 m. a) Calcule la potencia con la que emite el altavoz. b) ¿A qué distancia del altavoz la intensidad del sonido se encontrará en el umbral del dolor, que es 1 W m<sup>-2</sup>? Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

**Respuesta:**

a) A partir del nivel de intensidad sonora:

$$100 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} = \frac{P}{4\pi \cdot 10^2}$$

$$P = 4\pi \text{ W}$$

b) Para una intensidad de 1 W·m<sup>-2</sup> tendremos:

$$1 = \frac{P}{S} = \frac{4\pi}{4\pi r^2} \quad r = 1 \text{ m}$$

9. Una onda transversal se propaga en una cuerda según la ecuación  $y(x,t) = 5 \text{ sen}(100\pi t - 50\pi x + 0,25\pi)$  mm (en el argumento, unidades del S.I.). a) Determine la separación mínima entre dos puntos de la cuerda que oscilan en oposición de fase. b) ¿Cuál es la velocidad de propagación de la onda en la cuerda?

**Respuesta:**

a) La distancia mínima es una semilongitud de onda. El valor de ésta se obtiene de:  $50\pi = \frac{2\pi}{\lambda}$ , con lo que  $\lambda = 0,04$  m. La separación mínima para que la diferencia de fase sea de  $\pi$  radianes será:  $\Delta x = 0,02$  m.

b) La velocidad de propagación puede obtenerse de:

$$k = \frac{\omega}{v} \quad 50\pi = \frac{100\pi}{v} \quad v = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

10. Un altavoz emite 70 W como un foco puntual. Determine: a) La intensidad del sonido a 15 m del altavoz. b) A qué distancia del altavoz el nivel de intensidad sonora es 60 dB. Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$

**Respuesta:**

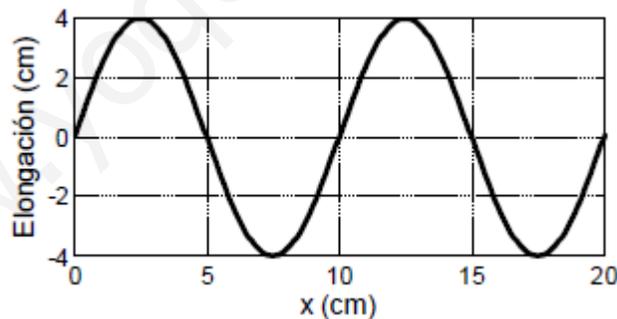
a) La intensidad del sonido es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{70}{4\pi \cdot 15^2} = 2,47 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

b) El nivel de intensidad de 60 dB se producirá a una distancia r, tal que:

$$60 = 10 \log \frac{70}{4\pi r^2} \quad r = 2360 \text{ m}$$

11. La figura siguiente representa, en un instante de tiempo dado, la propagación de una onda en la dirección positiva del eje de las X. a) Determine la amplitud, la longitud de onda, el número de ondas, la frecuencia y el periodo sabiendo que dicha onda viaja a  $0,5 \text{ m s}^{-1}$ . b) Escriba la ecuación correspondiente al movimiento ondulatorio considerando que en  $t = 0$  s, la elongación en el punto  $x = 0$  cm, es cero.



**Respuesta:**

a) De la gráfica anterior se puede deducir:  $A = 0,04 \text{ m}$ ;  $\lambda = 0,15 - 0,05 = 0,1 \text{ m}$ ;  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = 20\pi \text{ m}^{-1}$ . Teniendo en cuenta la velocidad de propagación:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0,1}{0,5} = 0,2 \text{ s} \quad \nu = 5 \text{ s}^{-1}$$

b) La ecuación de la onda, teniendo en cuenta que para  $x = 0$  y  $t = 0$ ,  $y = 0$ , es:

$$y = 0,04 \text{ sen}(10\pi t - 20\pi x)$$

12. Durante una fuerte explosión, un detector situado a 35 m mide una intensidad sonora de  $80 \text{ W m}^{-2}$ . Determine: a) La potencia del sonido producido por la explosión. b) El nivel de intensidad sonora en un punto situado a 600 m de la explosión. Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Respuesta:**

a) La potencia se deduce de:

$$I = \frac{P}{S} \quad P = 80 \cdot 4\pi (35)^2 = 1,23 \cdot 10^6 \text{ W}$$

b) La intensidad a 600 m será:

$$I = \frac{1,23 \cdot 10^6}{4\pi \cdot 600^2} = 0,272 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

El nivel de intensidad a 600 m será:

$$\beta = 10 \log \frac{0,272}{10^{-12}} = 114,35 \text{ dB}$$

13. Una onda armónica se desplaza por una cuerda y tiene la siguiente expresión en unidades del S.I.:  $y(x,t) = 0,06 \text{ sen} \left( 4\pi t - \frac{\pi}{6} x \right)$  Para el instante  $t = 0,25 \text{ s}$ , determine la elongación, la velocidad y la aceleración de un punto de la cuerda que se encuentra a 1,5 m del extremo situado en el origen de coordenadas.

**Respuesta:**

La elongación será:

$$y = 0,06 \text{ sen} \left( 4\pi \cdot 0,25 - \frac{\pi}{6} \cdot 1,5 \right) = 0,042 \text{ m}$$

La velocidad tendrá el valor:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,06 \cdot 4\pi \cos \left( 4\pi \cdot 0,25 - \frac{\pi}{6} \cdot 1,5 \right) = -0,533 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Mientras que la aceleración será:

$$a = \frac{d^2y}{dt^2} = -0,06 (4\pi)^2 \text{ sen} \left( 4\pi \cdot 0,25 - \frac{\pi}{6} \cdot 1,5 \right) = -6,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

14. El nivel de intensidad sonora de una radio es 40 dB a una distancia de 10 m. ¿Cuál es su nivel de intensidad sonora a 3 m de distancia si la radio emite uniformemente en todas las direcciones? Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Respuesta:**

El nivel de intensidad es:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \quad 40 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Puesto que esta intensidad se registra a 10 m de distancia, la potencia emitida será:

$$P = I \cdot S = 10^{-8} \cdot 4\pi \cdot 10^2 = 1,26 \cdot 10^{-5} \text{ W}$$

A una distancia de 3 m, la intensidad será:

$$I = \frac{1,26 \cdot 10^{-5}}{4\pi \cdot 3^2} = 1,11 \cdot 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Y el nivel de intensidad:

$$\beta = 10 \log \frac{1,11 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 50,46 \text{ dB}$$

15. Justifique la doble periodicidad de una onda a partir de su expresión matemática.

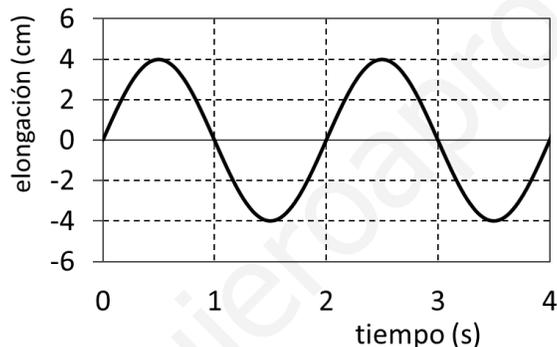
**Respuesta:**

La ecuación de una onda viene dada por:

$$y(x, t) = A \operatorname{sen} \left( \frac{2\pi}{T} t \pm \frac{2\pi}{\lambda} x \right)$$

Si representamos gráficamente y frente a t para una posición x dada, obtendremos una senoide, en la que la elongación se repite para intervalos regulares de tiempo (periodo, T). Si representamos gráficamente la elongación frente a la posición, x, para un tiempo dado, t, obtendremos nuevamente una senoide, en la que la elongación se repite para intervalos iguales de x, correspondientes a la longitud de onda. Es por ello por lo que se dice que la onda posee una doble periodicidad: respecto a la posición y respecto al tiempo.

16. Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda en el sentido positivo del eje  $xx$ , a una velocidad de  $40 \text{ m s}^{-1}$ . La gráfica representa la elongación de la cuerda respecto al tiempo en el punto  $xx=0$ . Determine la amplitud, la longitud de onda y la ecuación de la onda.



17. Una fuente puntual emite sonidos uniformemente en todas las direcciones. Si el nivel de intensidad sonora es 70 dB en un punto situado a 20 m de la fuente, determine la potencia acústica con la que está emitiendo. Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Respuesta:**

El nivel de intensidad es:

$$\beta = 70 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 10^{-5} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

La potencia se obtiene de:

$$P = I \cdot S = 10^{-5} \cdot 4\pi 20^2 = 0,05 \text{ W}$$

18. Una fuente sonora de potencia  $3,61 \cdot 10^{-4} \text{ W}$  emite uniformemente en todas las direcciones. ¿Cuál es el nivel de intensidad sonora en decibelios a 10 m de la fuente? Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Respuesta:**

La intensidad sonora es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{3,61 \cdot 10^{-4}}{4\pi \cdot 10^2} = 2,87 \cdot 10^{-7} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

El nivel de intensidad es:

$$\beta = 10 \log \frac{2,87 \cdot 10^{-7}}{10^{-12}} = 54,6 \text{ dB}$$

19. Una onda armónica transversal se desplaza en el sentido positivo del eje X, tiene una amplitud de 8 cm, una longitud de onda de 4 cm y una frecuencia de 8 Hz. Si para  $x = 0$  y  $t = 0$  la elongación vale  $y = 4$  cm y su velocidad es positiva, determine la ecuación de la onda y la distancia mínima que separa dos puntos de la onda cuya diferencia de fase es  $\pi/2$  rad.

**Respuesta:**

Los parámetros de la onda son los siguientes:

$$A = 0,08\text{m} \quad k = \frac{2\pi}{0,04} = 50\pi\text{m}^{-1} \quad \omega = 2\pi\nu = 16\pi\text{s}^{-1}$$

Por lo que la ecuación de la onda es:

$$y = 0,08 \text{ sen } (16\pi t - 50\pi x + \varphi_0)$$

Para  $x = 0$  y  $t = 0$ , tendremos:

$$0,04 = 0,08 \text{ sen } \varphi_0 \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ o } \frac{2}{3}\pi$$

Puesto que la velocidad transversal es positiva:

$$v = \frac{dy}{dt} = 0,08 \cdot 16\pi \cos \varphi_0 > 0 \quad \text{por lo que : } \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

La ecuación de la onda queda, finalmente:

$$y = 0,08 \text{ sen } \left( 16\pi t - 50\pi x + \frac{\pi}{6} \right)$$

A dos puntos entre los que hay una diferencia de fase de  $2\pi$  rad le corresponde una separación igual a la longitud de onda, por tanto:

$$\frac{2\pi \text{ rad}}{0,04 \text{ m}} = \frac{\frac{\pi}{2} \text{ rad}}{x \text{ m}} \quad x = 0,01 \text{ m}$$

20. Defina número de onda  $k$  y velocidad de propagación de una onda armónica. La frecuencia angular es función de estos dos parámetros. ¿Cómo se expresa matemáticamente esta función?

**Respuesta:**

a) Es el número de oscilaciones de la onda en la unidad de distancia. La velocidad de propagación es el cociente entre la distancia recorrida en un medio u el tiempo transcurrido en ello. La relación entre el número de onda y la velocidad de propagación es:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{vT} = \frac{\omega}{v}$$

21. Una fuente genera ondas armónicas de 0,4 mm de amplitud y 12000 Hz de frecuencia que se propagan a una velocidad de  $340 \text{ m s}^{-1}$  en el sentido positivo del eje x. Si en el instante inicial la elongación en el origen es cero, determine la ecuación general de la onda.

**Respuesta:**

La ecuación general es de la forma:

$$y = A \text{ sen } (\omega t - kx + \varphi_0)$$

Los valores de amplitud, pulsación y número de ondas son, respectivamente:

$$A = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad \omega = 2,4 \cdot 10^3 \pi \text{ s}^{-1} \quad k = \frac{\omega}{v} = \frac{2,4 \cdot 10^3}{340} = 7,06 \pi \text{ m}^{-1}$$

Para  $x = 0$  y  $t = 0$ :

$$0 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ sen}(\varphi_0) \quad \varphi_0 = 0$$

La ecuación queda así:

$$y = 4 \cdot 10^{-4} \text{ sen}(2,4 \cdot 10^3 \pi t - 7,06 \pi x)$$

22. Una radio emite sonido con una potencia de 0,7 W. Suponiendo que la radio es una fuente puntual y que las ondas sonoras son esféricas, ¿a qué distancia de la radio el nivel de intensidad sonora es 60 dB? Nota: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$ .

**Respuesta:**

El nivel de intensidad es:

$$60 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 10^{-6} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

A partir de la intensidad:

$$10^{-6} = \frac{0,7}{4\pi r^2} \quad r = 236 \text{ m}$$

23. Cuando una onda se propaga pasando de un medio A a otro medio B, su longitud de onda se reduce a la mitad. Razone cómo se modifican su velocidad de propagación y su periodo al pasar de A a B.

**Respuesta:**

El periodo no varía al cambiar el medio de propagación. Si la longitud de onda se reduce a la mitad, **la velocidad se reduce también a la mitad**, puesto que:

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{\nu} \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{\nu} \quad \text{Si } \lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow v_2 = \frac{v_1}{2}$$

24. Un oscilador vibra a 6 Hz de frecuencia y genera ondas que se desplazan a una velocidad de 2,4 m s<sup>-1</sup>. Calcule la distancia mínima entre dos puntos que vibran con una diferencia de fase de 60°.

**Respuesta:**

La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,4}{6} = 0,4 \text{ m}$$

A partir de la igualdad:

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi/3}{x} \quad \frac{2\pi}{0,4} = \frac{\pi/3}{x} \quad x = 0,067 \text{ m}$$

25. Un motor produce un nivel de intensidad sonora de 80 dB. ¿Cuántos motores iguales son necesarios para incrementar la intensidad sonora hasta 100 dB? Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$

**Respuesta:**

La intensidad sonora del motor se obtiene de:

$$80 = 10 \log \frac{I}{10^{-12}} \quad I = 10^{-4} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Para que el nivel de intensidad sea de 100 dB:

$$100 = 10 \log \frac{I_n}{10^{-12}} \quad I_n = 10^{-2} = n \cdot 10^{-4} \quad n = 100 \text{ motores}$$

26. Una onda armónica de frecuencia  $f = 75 \text{ Hz}$  se propaga por un medio con velocidad  $v = 125 \text{ m s}^{-1}$ . Determine la distancia mínima entre dos puntos del medio que se encuentran en oposición de fase.

**Respuesta:**

El dato pedido corresponde a una semilongitud de onda. La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{125}{75} = 1,67 \text{ m}$$

Por lo que la distancia entre dos puntos en oposición de fase es:  $\Delta x = \frac{1,67}{2} = 0,83 \text{ m}$

27. Una fuente sonora puntual emite con una potencia de  $80 \text{ W}$ . Determine el nivel de intensidad sonora en los puntos distantes  $10 \text{ m}$  de la fuente y la distancia a la fuente a la que el nivel de intensidad sonora es  $130 \text{ dB}$ . Dato: Intensidad física umbral  $I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ .

**Respuesta:**

La intensidad de la onda a  $10 \text{ m}$  es:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{80}{4\pi \cdot 10^2} = 6,37 \cdot 10^{-2} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Y el nivel de intensidad:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \frac{6,37 \cdot 10^{-2}}{10^{-12}} = 108 \text{ dB}$$

Para un nivel de intensidad de  $130 \text{ dB}$ :

$$130 = 10 \log \frac{80}{4\pi r^2} \frac{1}{10^{-12}} \quad \frac{80}{4\pi r^2} = 10 \quad r = \sqrt{\frac{80}{40\pi}} \simeq 0,80 \text{ m}$$

28. Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: “Si dos ondas se propagan con la misma velocidad, la difracción que experimentan sus frentes de ondas al alcanzar un orificio dependerá del valor de su frecuencia”.

**Respuesta:**

Para que se produzca difracción, es necesario que la longitud de onda sea comparable al tamaño del orificio. Dado que la longitud de onda depende de la frecuencia, de la forma:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

La difracción experimentada por la onda dependerá de su frecuencia. La afirmación es, por tanto, **correcta**.

### 3. Óptica.

- Demuestre que al atravesar un rayo de luz una lámina de vidrio de caras planas y paralelas, el rayo emergente es paralelo al rayo incidente si los medios en contacto con las caras de la lámina son idénticos. b) Un rayo de luz atraviesa una lámina de vidrio ( $n_v = 1,37$ ) plana de 3 cm de espesor incidiendo con un ángulo de  $30^\circ$ . Al salir el rayo se ha desplazado paralelamente a sí mismo una distancia  $d$ . Si la lámina está contenida en aire, determine la distancia desplazada.

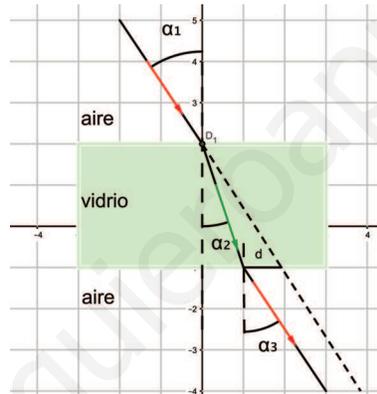
**Respuesta:**

- a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\text{Al penetrar en el vidrio : } \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1} \quad \text{sen } \alpha_1 = \frac{n_2 \text{sen } \alpha_2}{n_1}$$

$$\text{Al salir del vidrio : } \frac{\text{sen } \alpha_2}{\text{sen } \alpha_3} = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{sen } \alpha_3 = \frac{n_2 \text{sen } \alpha_2}{n_1}$$

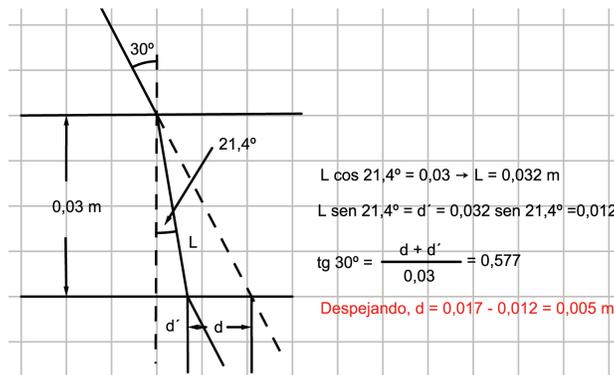
Con lo que se comprueba que  $\alpha_1 = \alpha_3$   
 La trayectoria del rayo luminoso es la siguiente:



- b) El ángulo de refracción en el vidrio se hallará de la siguiente forma:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,37}{1} \rightarrow \alpha_2 = 21,4^\circ$$

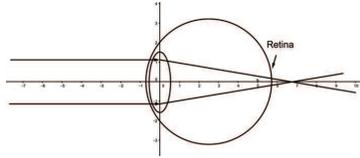
La resolución del problema está contenida en el siguiente gráfico:



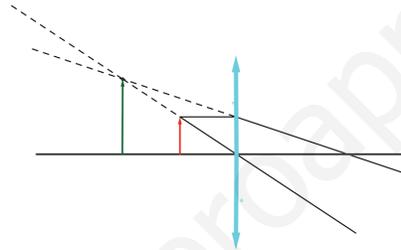
2. a) Explique en qué consiste el defecto del ojo conocido como hipermetropía. Trace para ello un diagrama de rayos. b) Mediante un diagrama de marcha de rayos, describa las características de la imagen que forma una lente convergente cuando el objeto está situado entre el foco objeto y la lente.

**Respuesta:**

- a) La hipermetropía es un defecto de la visión por el cual, los rayos luminosos procedentes del infinito, tras refractarse en el cristalino, convergen por detrás de la retina. Las personas que padecen hipermetropía tienen dificultades para enfocar objetos cercanos.



- b) El diagrama sería el siguiente:

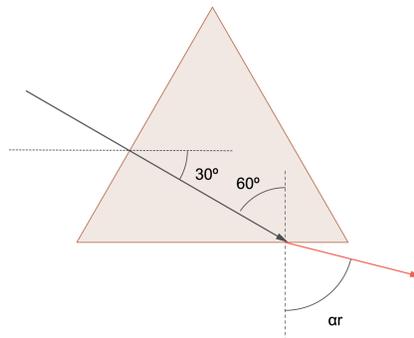


La imagen es mayor, derecha y virtual.

3. Un rayo de luz incide perpendicularmente sobre una de las caras de una pieza de vidrio ( $n_{\text{vidrio}} = 1,48$ ) cuya sección es un triángulo equilátero y está sumergida en agua ( $n_{\text{agua}} = 1,33$ ). Determine el ángulo que forma el rayo emergente con el incidente.

**Respuesta:**

- a) La situación planteada por el enunciado se puede representar de la siguiente forma:



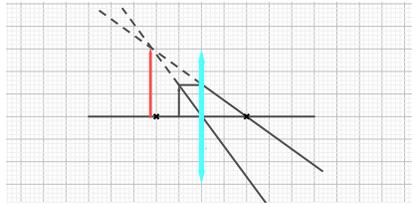
Aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\sin 60^\circ}{\sin \alpha_r} = \frac{1,33}{1,48} \quad \alpha_r = 74,5^\circ$$

4. a) Pueden formarse imágenes virtuales con lentes convergentes? b) Un rayo de luz se propaga a través de un medio de índice de refracción  $n_1$  e incide en la superficie de separación con otro medio de índice  $n_2$ . Razone si la siguiente afirmación es verdadera o falsa: " Si  $n_1 > n_2$  se puede producir reflexión total".

**Respuesta:**

- a) Sí, siempre que el objeto esté situado entre el foco y la lente, como puede verse en la siguiente imagen:



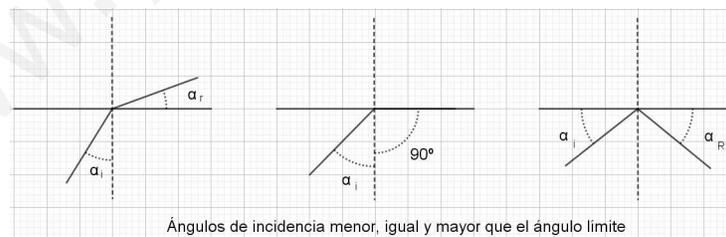
- b) La afirmación es **verdadera**, puesto que, cuando un rayo luminoso pasa de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción, el rayo refractado tiene a separarse de la normal:

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} < 1$$

5. a) Explique en qué consiste el fenómeno de la reflexión total de la luz. Represente mediante esquemas la trayectoria de un rayo para los siguientes casos: ángulo de incidencia menor, igual y mayor que el ángulo límite. b) Si el índice de refracción del agua es 1,33 y el del aire es 1, determine en qué condiciones se produce el fenómeno de la reflexión total en la superficie de separación de los medios y el valor del ángulo límite correspondiente.

**Respuesta:**

- a) La reflexión total se produce cuando un rayo pasa de un medio de mayor a otro de menor índice de refracción con un ángulo de incidencia mayor o igual que lo que se denomina ángulo límite. El esquema correspondiente a las tres situaciones es el siguiente:

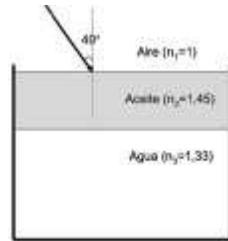


- b) Para la interfase agua-aire, el ángulo límite se calcula así:

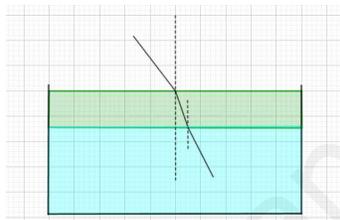
$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{1,33} \quad \alpha_i = 48,75^\circ$$

6. Consideremos un vaso de agua (índice de refracción  $n_3 = 1,33$ ) en cuya superficie hay una capa de aceite (índice de refracción  $n_2 = 1,45$ ) (ver figura). a) Un rayo incide desde el aire (índice de refracción  $n_1 = 1$ ) formando un ángulo de  $40^\circ$  con la normal, como se indica en la figura. Dibuje la marcha de rayos

y determine el ángulo de salida del rayo en el agua. b) Si consideramos ahora un rayo procedente del agua, determine el ángulo de incidencia mínimo en la superficie agua-aceite para que no emerja luz al aire. **Respuesta:**



a) El diagrama será el siguiente:

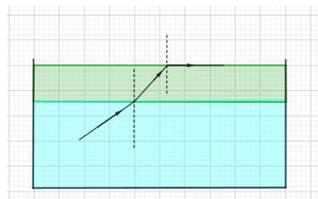


Para determinar el ángulo de salida:

$$\frac{\text{sen } 40^\circ}{\text{sen } \alpha_1} = \frac{1,45}{1} \quad \alpha_1 = 26,31^\circ$$

$$\frac{\text{sen } 26,31^\circ}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,33}{1,45} \quad \alpha_2 = 28,90^\circ$$

b) Para que no emerja la luz al aire, debe darse el fenómeno de la reflexión total en la interfase aceite-aire. La trayectoria de los rayos sería la siguiente:



Aplicando por dos veces la ley de Snell, tendremos:

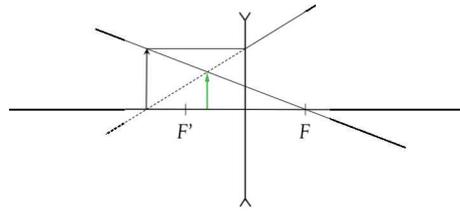
$$\frac{\text{sen } \alpha_2}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{1,45} \quad \alpha_2 = 43,60^\circ$$

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 43,60^\circ} = \frac{1,45}{1,33} \quad \alpha_1 = 48,75^\circ$$

7. ) Se coloca un objeto delante de una lente divergente como indica la figura.. Dibuje la marcha geométrica de los rayos e indique qué características tiene la imagen

**Respuesta:**

Sobre la propia imagen del enunciado se ha representado el correspondiente diagrama de rayos, en el que puede verse que la imagen es **menor, virtual y derecha.**



8. Un rayo luminoso entra en un acuario limitado por una pared vertical de vidrio de un cierto espesor. Si el rayo incide desde el aire sobre el vidrio formando un ángulo de  $30^\circ$  con la normal, a) Calcule el ángulo que forma el rayo que entra en el agua con la pared de vidrio. b) Calcule la velocidad y la longitud de onda de la luz en el agua, sabiendo que tiene una longitud de onda  $\lambda = 5 \cdot 10^{-7}$  m en el aire. Dato: Índice de refracción del agua:  $n = 1,33$ .

**Respuesta:**

- a) Aplicando por dos veces la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \alpha_1} = \frac{n_v}{1} \quad \frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,33}{n_v}$$

Multiplicando miembro a miembro ambas expresiones:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } \alpha_2} = \frac{1,33}{1} \quad \alpha_2 = 22,08^\circ$$

- b) La velocidad de la luz en el agua es:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La frecuencia de la luz, cuyo valor no cambia con el medio es:

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 6 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

La longitud de onda en el agua tiene el valor:

$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,26 \cdot 10^8}{6 \cdot 10^{14}} = 3,77 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

9. Un rayo luminoso incide desde el aire sobre un líquido, formando un ángulo de  $30^\circ$  con la normal a la superficie de separación aire-líquido. El rayo refractado y el rayo reflejado forman un ángulo de  $130^\circ$ . a) Determine la velocidad de propagación de la luz en el líquido. b) Otro rayo luminoso se propaga desde el líquido al aire. Determine el ángulo de incidencia a partir del cual se produce reflexión total.

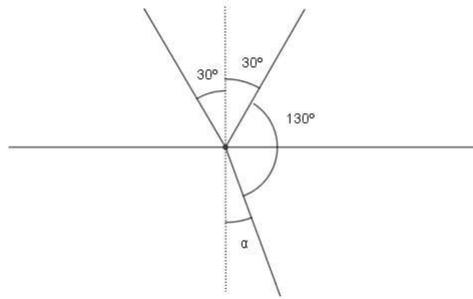
**Respuesta:**

- a) En la representación gráfica que aparece a continuación, podemos observar que:  $30^\circ + 130^\circ + \alpha_r = 180^\circ$ , por lo que  $\alpha_r = 20^\circ$ . A partir de este dato, obtenemos el índice de refracción del líquido:

$$\frac{\text{sen } 30^\circ}{\text{sen } 20^\circ} = \frac{n}{1} \quad n = 1,46$$

Y la velocidad de propagación:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,46} = 2,05 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



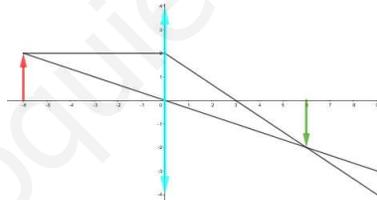
b) El ángulo límite se obtiene de:

$$\frac{\text{sen } \alpha_L}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{1,46} \quad \alpha_L = 43,23^\circ$$

10. a) Se coloca un objeto a una distancia de una lente convergente igual a dos veces su distancia focal. Trace un diagrama de rayos e indique a partir de él las características de la imagen (mayor/menor/igual, derecha/invertida, real/virtual). b) Una lente divergente forma una imagen virtual y derecha de un objeto situado 12 cm delante de ella. Si el aumento lateral es 0,3, determine la distancia focal de la lente y efectúe el diagrama de rayos correspondiente.

**Respuesta:**

a) A partir del siguiente diagrama de rayos:



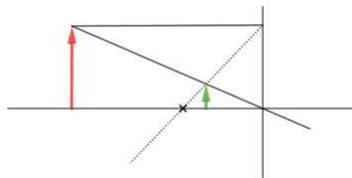
Podemos ver que la imagen es real, invertida y del mismo tamaño.

b) A partir del aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = 0,3 = \frac{s'}{s} \quad s' = 0,3s$$

$$\frac{1}{-0,12} - \frac{1}{0,3(-0,12)} = -P \quad P = -19,44 \text{ dp} \quad f = \frac{1}{P} = -0,05 \text{ m}$$

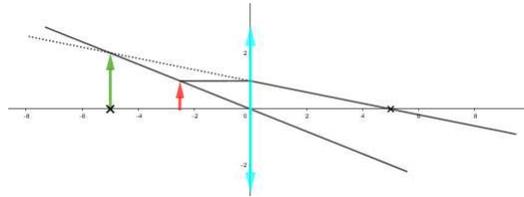
El diagrama de rayos es el siguiente:



11. a) Una lente convergente tiene una distancia focal  $f = 50$  cm. Determine la posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen si un objeto de 10 cm de altura se sitúa en el eje óptico a una distancia  $f/2$  de la lente. Represente la correspondiente marcha de rayos. b) Explique el fenómeno de reflexión total e indique las condiciones necesarias para que tenga lugar.

**Respuesta:**

- a) El diagrama de rayos es el siguiente:



A partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,25} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,5} \quad s' = -0,5 \text{ m}$$

El tamaño se obtiene a partir de:

$$\frac{y'}{10} = \frac{-0,5}{-0,25} \quad y' = 20 \text{ cm}$$

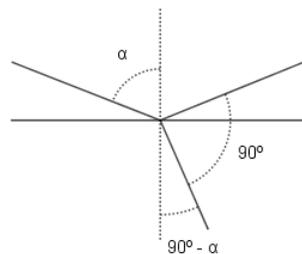
La imagen es **mayor, derecha y virtual**.

b) La reflexión total es el fenómeno por el cual, un rayo luminoso que parte de un medio de mayor índice de refracción, e incide sobre la superficie de separación con un segundo medio de menor índice de refracción, sale rasante a dicha superficie, es decir, el ángulo de refracción es de  $90^\circ$ .

12. a) Un rayo de luz que se propaga en el aire, incide sobre la superficie del agua ( $n = 1,33$ ). Calcule el ángulo de incidencia para que los rayos reflejado y refractado formen un ángulo de  $90^\circ$ . b) ¿Cuál debe ser la longitud mínima de un espejo plano colocado verticalmente en una pared para que una persona de altura  $H$ , situada frente a él, pueda verse completamente? ¿Depende dicho valor de la distancia entre la persona y el espejo? Razone la respuesta mediante un trazado de rayos.

**Respuesta:**

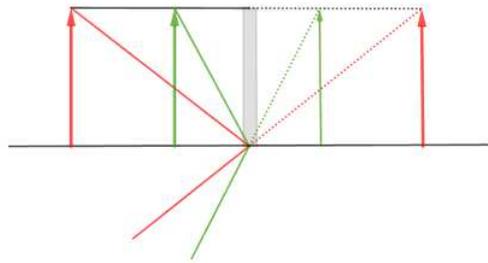
- a) A partir de la siguiente representación gráfica:



Y aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } (90 - \alpha)} = \frac{1,33}{1} \quad \alpha = 53,06^\circ$$

- b) El diagrama de rayos para un espejo plano donde se cumpla la condición impuesta es el siguiente:



El espejo debe tener la altura de la persona. Del diagrama se deduce que la distancia de aquella al espejo no influye en la longitud de éste.

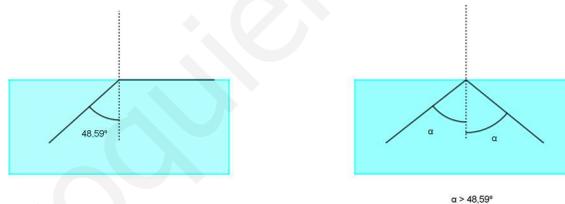
13. Un haz de luz viaja por el agua a una velocidad  $v = 2,25 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$ . Determine el valor mínimo del ángulo de incidencia sobre la superficie de separación agua-aire, para que no emerja al aire. Realice un diagrama de la marcha de rayos para el ángulo calculado y para otro ángulo mayor.

**Respuesta:**

En este caso se produce el fenómeno de la reflexión interna total. Si aplicamos la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \alpha_i}{\sin 90^\circ} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{\frac{3 \cdot 10^8}{2,25 \cdot 10^8}} = 0,75 \quad \alpha_i = 48,59^\circ$$

Los respectivos diagramas de rayos serán los siguientes:



14. Un objeto está situado a 25 cm de distancia de una pantalla. ¿En qué dos puntos comprendidos entre el objeto y la pantalla puede situarse una lente convergente de 4 cm de distancia focal para que se forme la imagen del objeto sobre la pantalla?

**Respuesta:**

La suma de las distancias objeto e imagen es de 25 cm. Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -P = -\frac{1}{0,04} = -25$$

$$-s + s' = 0,25$$

Sustituyendo:

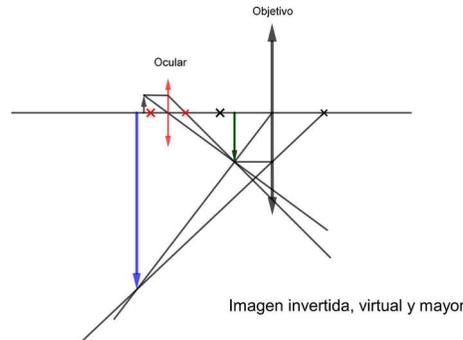
$$\frac{1}{s} - \frac{1}{0,25 + s} = -25$$

Obtenemos así la ecuación:  $25s^2 + 6,25s + 0,25 = 0$ , cuyas soluciones son:  $s_1 = -0,2 \text{ m}$  y  $s_2 = -0,05 \text{ m}$

15. Indique el tipo y disposición de las lentes empleadas en un microscopio. Realice el correspondiente trazado de rayos para un objeto de tamaño  $y_1$  que es observado a través de este instrumento.

**Respuesta:**

El microscopio es un sistema óptico en el que se utilizan dos lentes convergentes, denominándose ocular a la más cercana al objeto, de pequeña distancia focal, y objetivo a la más alejada, cuya distancia focal es mayor. El diagrama de rayos es el siguiente:



16. Un rayo de luz viaja por el interior del diamante a una velocidad de  $1,25 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Determine el ángulo mínimo de incidencia para que se produzca reflexión total entre el diamante y el aire.

**Respuesta:**

El índice de refracción del diamante es:

$$n = \frac{3 \cdot 10^8}{1,25 \cdot 10^8} = 2,4$$

Aplicando la ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1}{2,4} \quad \alpha_i = 24,62^\circ$$

17. Un proyector de diapositivas tiene una lente convergente de focal  $f = 10 \text{ cm}$ . Se coloca una diapositiva de  $3 \text{ cm}$  de altura a  $10,2 \text{ cm}$  de la lente. Calcule la distancia entre la lente y la pantalla para que se forme una imagen nítida sobre ésta. ¿Cuál será la altura de esa imagen?

**Respuesta:**

a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,102} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,1} \quad s' = 5,1 \text{ m}$$

La altura se obtiene a partir de la ecuación del aumento lateral:

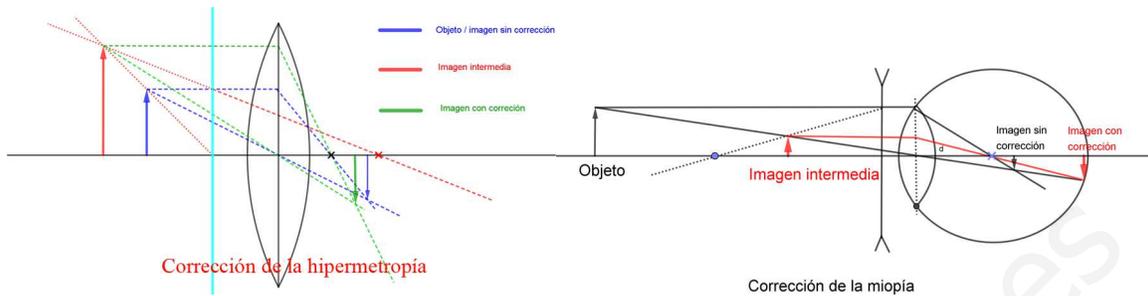
$$y' = y \frac{s'}{s} = 3 \frac{5,1}{-0,102} = 150 \text{ cm}$$

18. ¿En qué consisten los defectos ópticos del ojo: miopía e hipermetropía? Realice un diagrama de rayos ilustrativo e indique con qué tipo de lente se corrigen dichos defectos.

**Respuesta:**

La miopía es el defecto de la visión por el que una persona no puede ver con nitidez los objetos situados más alejados de una determinada distancia, y se debe a que la imagen se forma delante de la retina. Se corrige con lentes divergentes. La hipermetropía es, por el contrario, el defecto de la visión debido al cual

las imágenes de objetos próximos al ojo no se perciben con nitidez, formándose la imagen por detrás de la retina. Se corrige con lentes convergentes. Los respectivos diagramas de rayos son los siguientes:



19. Un objeto está situado a 1,8 m de una pantalla. Una lente convergente forma una imagen del objeto en la pantalla, tal que la imagen es 5 veces mayor e invertida. Determine la focal de la lente.

**Respuesta:**

A partir de la expresión del aumento lateral:

$$\frac{-5y}{y} = \frac{s'}{-1,8} \quad s' = 9 \text{ m}$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-1,8} - \frac{1}{9} = -\frac{1}{f} \quad f = 1,5 \text{ m}$$

20. Un haz de luz, de frecuencia  $3,5 \cdot 10^{14}$  Hz, incide desde el aire sobre un material de índice de refracción 1,35. Si el haz incidente forma un ángulo de  $60^\circ$  con la superficie de separación entre ambos medios, determine la longitud de onda de la luz en el material y el ángulo que forman los rayos reflejado y refractado.

**Respuesta:**

La frecuencia no varía con el medio de propagación, pero sí la longitud de onda. La velocidad de propagación en el medio es:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,35} = 2,22 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La longitud de onda en el medio es:

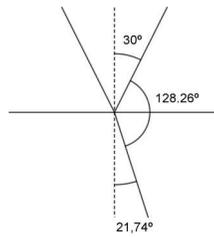
$$\lambda = \frac{v}{\nu} = \frac{2,22 \cdot 10^8}{3,5 \cdot 10^{14}} = 6,35 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

El ángulo de refracción es:

$$\frac{\sin 30^\circ}{\sin \alpha_r} = \frac{1,35}{1} \quad \alpha_r = 21,74^\circ$$

Puesto que el ángulo de reflexión es también de  $30^\circ$ , el ángulo formado entre los ángulos reflejado y refractado es:

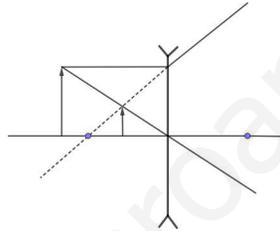
$$\alpha = 128,26^\circ$$



21. Explique la diferencia entre una imagen real y una imagen virtual. ¿Es posible que una lente divergente forme una imagen real de un objeto? Razone la respuesta.

**Respuesta:**

a) La imagen real puede ser proyectada sobre una pantalla, mientras que ello no es posible para la imagen virtual. Una lente divergente nunca puede formar una imagen real de un objeto pues la formación de la imagen se produce a partir de la intersección de un rayo procedente del objeto con la **prolongación** del rayo que, procedente de dicho objeto, atraviesa la lente.



22. Un haz de luz incide desde el aire sobre un bloque de vidrio formando un ángulo de  $43^\circ$  con la normal a la superficie de separación de ambos medios. Parte del haz se refleja y parte se refracta, formando los haces reflejado y refractado un ángulo de  $110^\circ$ . Determine la velocidad de la luz en el vidrio.

**Respuesta:**

a) El ángulo de reflexión es igual al de incidencia. Teniendo en cuenta que la suma de los ángulos de reflexión, de refracción y el formado por ambos vale  $180^\circ$ , tendremos:

$$43^\circ + 110^\circ + \alpha_r = 180^\circ \quad \alpha_r = 27^\circ$$

Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 43}{\text{sen } 27} = \frac{n}{1} \quad n = 1,50$$

La velocidad de la luz en el vidrio será:

$$v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8$$

23. Determine la posición y tamaño de la imagen de un objeto de 6 cm de altura cuando se coloca a 40 cm de una lente divergente de focal  $f' = -20$  cm. Realice el trazado de rayos correspondiente.

**Respuesta:**

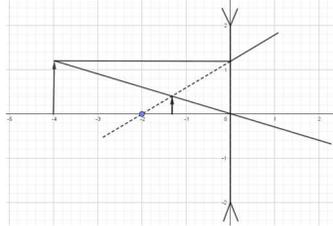
a) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{-0,4} - \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,2} \quad s' = -0,13 \text{ m}$$

El tamaño será:

$$y' = 6 \frac{-0,13}{-0,4} = 1,95 \text{ cm}$$

El diagrama de rayos será el siguiente:



24. Un objeto de altura  $h$  se encuentra a una distancia  $d$  de una lente convergente y se forma una imagen de altura  $h/2$ . Discuta si la imagen es real o virtual, derecha o invertida.

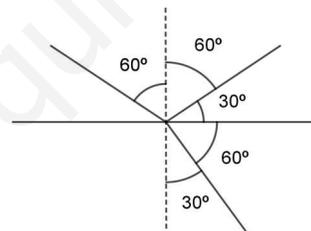
**Respuesta:**

a) La imagen es **real**, puesto que la imagen virtual para una lente convergente es siempre mayor que el objeto. Al ser la altura de la imagen menor que la del objeto, éste se encontrará situado a la izquierda del foco de la lente, con lo que la imagen será **invertida**.

25. Un rayo incide desde el aire sobre un medio con índice de refracción  $n$ . Si el ángulo de incidencia es  $60^\circ$  y el ángulo que forman el rayo reflejado y el transmitido es  $90^\circ$ , ¿cuál es el valor de  $n$ ?

**Respuesta:**

A partir de la siguiente representación gráfica: Veremos que el ángulo de refracción es de  $30^\circ$ . Aplicando



la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } 60}{\text{sen } 30} = \frac{n_2}{1} \quad n_2 = 1,73$$

26. Un coleccionista de minerales utiliza una lupa, de distancia focal 5 cm, para examinarlos con detalle. Calcule la distancia a la que hay que situar los minerales respecto de la lupa si quiere observarlos con un tamaño diez veces mayor. Represente el correspondiente diagrama de rayos. ¿Cuáles son las características de la imagen obtenida?

**Respuesta:**

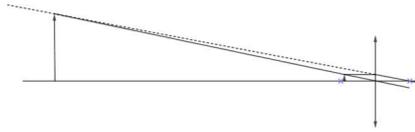
El aumento lateral será:

$$\frac{y'}{y} = 10 = \frac{s'}{s} \quad s' = 10s$$

Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s'} = -\frac{1}{0,05} \quad \frac{1}{s} - \frac{1}{10s} = -20 \quad s = -0,045 \text{ m}$$

La imagen es **mayor, virtual y derecha**.



27. Razone si el siguiente enunciado es verdadero o falso: “El ángulo límite de un material para que se produzca reflexión total es el mismo cuando se incide desde el material hacia el aire que cuando se incide desde el material hacia el agua”.

**Respuesta:**

La afirmación es **incorrecta**, pues para que se produzca la reflexión total, deberá cumplirse que:

$$\frac{\text{sen } \alpha_1}{\text{sen } 90} = \frac{n_{\text{medio}}}{n_{\text{material}}}$$

Al ser el índice de refracción del agua mayor que el del aire, el ángulo límite ( $\alpha_1$ ) variará.

28. Una onda pasa de un medio en el que su velocidad de propagación es  $v_1$  a otro en que la velocidad es  $v_2 > v_1$  ¿Cómo cambian la longitud de onda, la frecuencia y la dirección de propagación?

**Respuesta:**

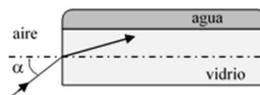
**La frecuencia no varía** al cambiar de medio. La longitud de onda es:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

Con lo que al pasar de un medio con menor a otro con mayor velocidad de propagación de la luz, **la longitud de onda aumenta**. En cuanto a la dirección de propagación, si consideramos un ángulo de incidencia  $\alpha_i$ , **el rayo refractado será tal que  $\alpha_r > \alpha_i$** , en aplicación de la Ley de Snell:

$$\frac{\text{sen } \alpha_i}{\text{sen } \alpha_r} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\frac{c}{v_2}}{\frac{c}{v_1}} = \frac{v_1}{v_2} < 1$$

29. Un rayo de luz incide desde el aire sobre la superficie lateral de un largo bloque rectangular de vidrio ( $n_V = 1,62$ ), sobre el que existe una película de agua ( $n_A = 1,33$ ). Determine el máximo valor del ángulo para que el rayo se refleje completamente en la cara superior del bloque.



**Respuesta:**

Aplicando por dos veces la Ley de Snell:

$$\text{Aire} - \text{vidrio} : \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \alpha_r} = \frac{1,62}{1} \quad (*)$$

$$\text{Vidrio} - \text{agua}; \frac{\text{sen}(90 - \alpha_r)}{\text{sen } 90^\circ} = \frac{1,33}{1,62} \quad \alpha_r = 34,82^\circ$$

Sustituyendo en (\*):

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } 34,82^\circ} = 1,62 \quad \alpha = 67,67^\circ$$

30. Se desea proyectar un objeto sobre una pantalla situada a 36 cm del mismo y para ello se dispone de una lente de distancia focal 8 cm. Determine en qué posiciones se debe situar dicha lente y en cuál de ellas se obtiene una imagen de mayor tamaño que el objeto.

**Respuesta:**

La distancia entre el objeto y la pantalla, utilizando el criterio de signos (positivo para distancias a la derecha de la lente, y negativo para distancias situadas a la izquierda de la misma) es:  $0,36 = -s + s'$ , . De esta forma,  $s' = 0,36 + s$ . Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s} - \frac{1}{s + 0,36} = -\frac{1}{0,08} \quad s = \begin{cases} -0,12 \text{ m} \\ -0,24 \text{ m} \end{cases}$$

La imagen será tanto mayor cuanto menor sea la distancia entre el objeto y el foco de la lente, por tanto, la imagen de mayor tamaño se formará al situar el objeto a **12 cm de la lente**.

## 4. Electromagnetismo.

1. Una espira cuadrada de 5 cm de lado, se encuentra inicialmente en un campo magnético uniforme de 1,2 T perpendicular a ella. Calcule el flujo magnético en la espira y exprese el resultado en unidades del S.I. Razone cómo cambiaría el valor de este flujo si se modificara la orientación de la espira respecto del campo. b) Si en la situación de perpendicularidad entre espira y campo éste se reduce bruscamente, de manera que se anula completamente en un intervalo de 0,01 s, determine la fem inducida en la espira. Represente en un diagrama el campo magnético, la espira y el sentido de la corriente inducida en la misma.

### Respuesta:

- a) El flujo magnético será el siguiente:

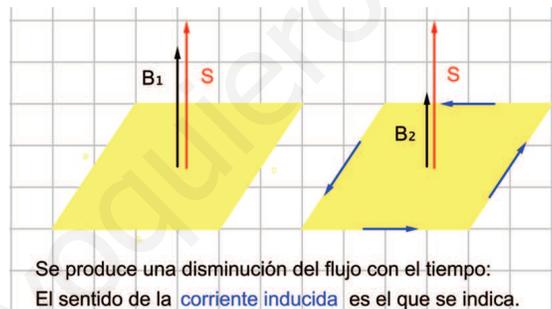
$$\varphi = \vec{B} \cdot \vec{S} = |\vec{B}| |\vec{S}| \cos 0^\circ = (5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 1,2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{wb}$$

Al tratarse de un producto escalar, el flujo variaría con el coseno del ángulo formado entre el campo, B y la superficie de la espira, S.

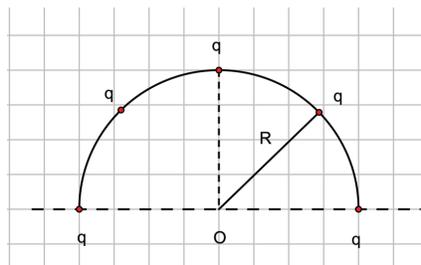
- b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = -\frac{0 - 3 \cdot 10^{-3}}{0,01} = 0,3 \text{ V}$$

Siendo la representación gráfica la siguiente:



2. Cinco cargas iguales q de  $3 \mu\text{C}$  se sitúan equidistantes sobre el arco de una semicircunferencia de radio 10 cm, según se observa en la figura.



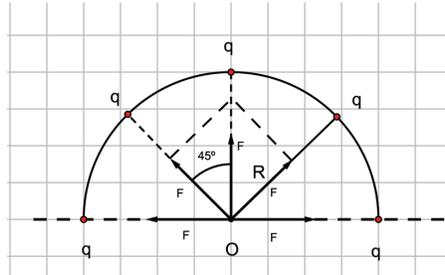
Si se sitúa una carga Q de  $-2 \mu\text{C}$  en el centro de curvatura O del arco: a) Calcule la fuerza sobre Q debida a las cinco cargas q. b) Calcule el trabajo que ha sido necesario para traer la carga Q desde un punto muy alejado hasta el punto O donde se encuentra. Interprete el signo del resultado.

### Respuesta:

a) El módulo de cada una de las fuerzas es el mismo, y tiene un valor:

$$|\vec{F}| = \frac{Kqq'}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,1^2} = 5,4 \text{ N}$$

La distribución de fuerzas puede apreciarse en la siguiente imagen:



Como puede verse, las dos fuerzas horizontales se anulan entre sí, mientras que la suma de las componentes horizontales de las otras tres fuerzas es nula. Según el dibujo, podremos escribir que:

$$\vec{F} = (F \cos 45 + F \cos 45 + F) \vec{j} = 13,04 \vec{j}$$

b) El trabajo vendrá expresado por:  $W = q(V_\infty - V_o)$ . El potencial en el infinito será cero, mientras que en punto  $O$  tendrá el valor:

$$V_o = 5 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,1} = 1,35 \cdot 10^6$$

Por tanto, el trabajo necesario para trasladar la carga negativa desde el infinito hasta el punto  $O$  valdrá:

$$W = q(V_\infty - V_o) = -2 \cdot 10^{-5}(0 - 1,35 \cdot 10^6) = 27 \text{ J}$$

El signo positivo del trabajo nos indica que éste ha sido realizado por el campo eléctrico.

3. Considere una espira circular de radio  $R = 5 \text{ cm}$  que es atravesada por un campo magnético perpendicular al plano de la espira, y cuyo módulo varía con el tiempo de acuerdo a la siguiente expresión:  $B(t) = 10 + 5t^2 - t^3$  (S.I.). Determine la f.e.m. inducida en la espira en el instante  $t = 3 \text{ s}$ .

**Respuesta:**

La fuerza electromotriz inducida es:

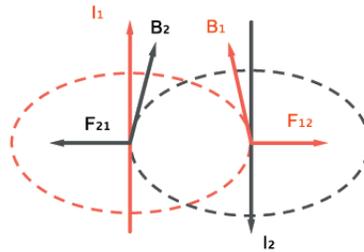
$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(\vec{B} \cdot \vec{S})}{dt} = -\frac{d[\pi \cdot 0,05^2 \cdot (10 + 5t^2 - t^3)]}{dt} = -0,025\pi t + 0,0075\pi t^2$$

Para  $t = 3 \text{ s}$ , tendremos:  $\varepsilon = -0,075\pi + 0,0675\pi = -0,0075\pi \text{ V}$

4. Se tienen dos conductores rectilíneos e indefinidos, dispuestos paralelamente, por los que circulan corrientes eléctricas de la misma intensidad y de sentido contrario. Realice un esquema explicativo de la fuerza que actúa sobre cada conductor. ¿Cuál es el módulo de la fuerza por unidad de longitud sobre cada conductor?

**Respuesta:**

a) El esquema es el siguiente:



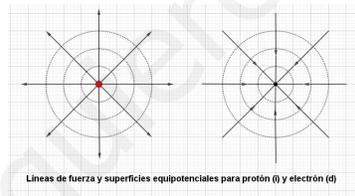
El módulo de la fuerza por unidad de longitud tiene el valor:

$$\frac{F}{L} = \frac{\mu I_1 I_2}{2\pi r}$$

5. a) Explique qué son las líneas de campo y las superficies equipotenciales para el campo eléctrico y qué relación existe entre ambas. b) Explique qué diferencia hay entre las líneas del campo eléctrico creado por un protón y el creado por un electrón. ¿Y entre las superficies equipotenciales? Represente las líneas del campo y las superficies equipotenciales en ambos casos.

**Respuesta:**

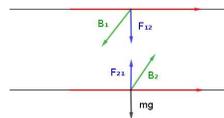
a) b) La representación de las líneas de fuerza y las superficies equipotenciales para un protón y un electrón son, respectivamente:



6. Por dos cables horizontales paralelos, cuya masa por unidad de longitud es  $60 \text{ kg km}^{-1}$ , situados uno sobre otro y separados 1 cm, circulan corrientes iguales y del mismo sentido. a) Si el cable inferior estuviese sustentado únicamente por la fuerza atractiva del otro cable, determine el valor de la intensidad que tendría que circular por los cables. b) Calcule el vector campo magnético creado por ambos cables en un punto situado 2 cm por debajo del cable inferior, si la corriente en cada cable es 10 A.

**Respuesta:**

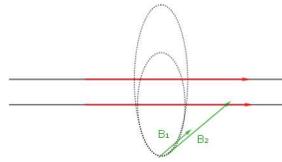
a) Las fuerzas que cada conductor ejerce sobre el otro están representadas en la siguiente imagen:



La fuerza por unidad de longitud sobre el cable inferior se igualará al peso de 1 m de longitud de dicho cable, con lo cual, tendremos:

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = mg \quad \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I^2}{2\pi \cdot 0,01} = 0,060 \cdot 9,8 \quad I = 171,46 \text{ A}$$

b) De la siguiente representación gráfica:



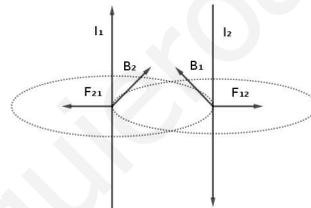
Podemos deducir que el módulo del campo magnético en dicho punto será la suma de los módulos del campo magnético creado por cada una de las corrientes, es decir:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2}} + \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10}{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-2}} = 1,67 \cdot 10^{-4} \text{T}$$

7. a) Por dos conductores rectilíneos de gran longitud y paralelos, distantes entre sí 40 cm, circulan corrientes de 10 y 20 A en sentidos contrarios. Calcule la fuerza por unidad de longitud que ejercen entre sí y represéntela mediante un diagrama. b) ¿Puede ser cero la fuerza sobre una partícula cargada que se mueve en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme? ¿Y si en la región considerada existiera sólo un campo eléctrico uniforme? ¿Y si hubiera un campo magnético uniforme además de un campo eléctrico uniforme en dicha región? Razone las respuestas.

**Respuesta:**

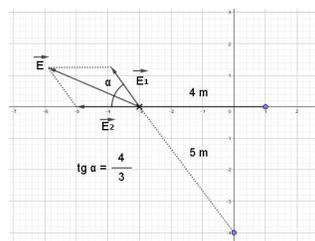
- a) La representación gráfica es la siguiente:



8. Dos cargas puntuales iguales de  $2 \mu\text{C}$  se encuentran, respectivamente, en los puntos A (1, 0) y B (0, -4), donde las coordenadas vienen dadas en el S.I. a) Calcule el campo eléctrico en el punto C (-3, 0) y el trabajo necesario para trasladar una carga de  $1 \mu\text{C}$  desde un punto infinitamente alejado hasta el punto C. Interprete el signo. b) En una región del espacio el campo eléctrico es nulo. ¿Qué puede decirse del potencial eléctrico en dicha región? Si en esta región existe un campo magnético uniforme y un electrón entra en ella con una cierta velocidad ¿qué puede decirse de ésta mientras el electrón se mueve dentro de la región? ¿Y de su energía cinética? Razone las respuestas.

**Respuesta:**

- a) El campo eléctrico en el punto C puede verse en la siguiente representación gráfica:



9. a) Tres cargas iguales, cada una de  $2 \mu\text{C}$ , están situadas en los vértices de un triángulo equilátero de  $20 \text{ cm}$  de lado. Calcule la energía potencial electrostática de cualquiera de las cargas. b) El campo magnético a  $4 \text{ cm}$  de un alambre recto muy largo es  $3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ . ¿Cuál es la intensidad de la corriente que circula por el alambre? c) Indique de forma razonada si es correcta la siguiente afirmación: “La fuerza electromotriz inducida en un circuito es proporcional al flujo magnético que lo atraviesa”.

**Respuesta:**

- a) La energía potencial de una cualquiera de las cargas es:

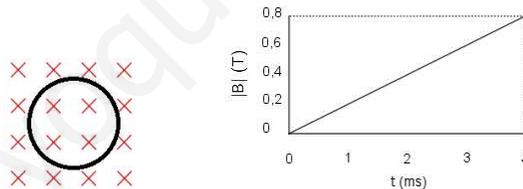
$$U = \frac{Kqq'}{r} = 0,18 \text{ J}$$

- b) A partir de la expresión del campo magnético creado por la corriente que circula por el conductor:

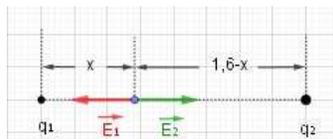
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad 3 \cdot 10^{-5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I}{2\pi \cdot 0,04} \quad I = 6 \text{ A}$$

- c) La frase no es correcta, puesto que la fuerza electromotriz inducida es igual a la variación con el tiempo del flujo del campo magnético sobre el circuito.

10. a) Dos cargas puntuales  $q_1 = -2 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -5 \mu\text{C}$  se encuentran situadas sobre el eje X en los puntos  $x_1 = 0 \text{ m}$  y  $x_2 = 1,6 \text{ m}$ , respectivamente. Determine el punto o puntos en los que el campo eléctrico creado por ambas cargas es cero. Realice un esquema ilustrativo. b) Una partícula con carga eléctrica  $Q$  entra en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme. Justifique razonadamente en qué condiciones la trayectoria es rectilínea y en cuáles es circular. c) Una espira de radio  $20 \text{ cm}$  se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme. El campo es perpendicular al plano de la espira como se muestra en la figura. Si el valor del campo magnético varía en el tiempo conforme a la gráfica dada, determine el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira y el sentido de giro de la corriente en  $0 < t < 4 \text{ ms}$ .

**Respuesta:**

- a) El campo eléctrico sólo podrá ser nulo en un punto del segmento que une a ambas cargas, como se puede deducir del siguiente diagrama:



Donde se cumple:

$$\frac{K \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{x^2} = \frac{K \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{(1,6 - x)^2}$$

- b) Para que la trayectoria sea circular, el campo magnético debe ser perpendicular a la trayectoria de la partícula cargada. Por el contrario, la trayectoria rectilínea implica que la trayectoria es paralela al

campo magnético, ya que la fuerza sobre la carga eléctrica viene dada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

c) De la gráfica se deduce que la relación entre el módulo de B y el tiempo es:  $B = 200.t$ . La fuerza electromotriz inducida es:

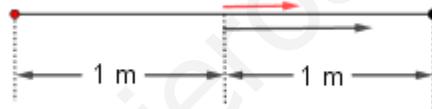
$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d(\pi r^2 B)}{dt} = -\frac{d(0,1256 \cdot 200 t)}{dt} = -25,12 \text{ V}$$

La fuerza electromotriz inducida es independiente del intervalo de tiempo. El sentido de giro de la corriente será tal que el campo magnético creado por la espira se oponga al campo magnético existente, por lo que el sentido de la corriente será antihorario.

11. a) Considere dos cargas de  $+1 \mu\text{C}$  y  $-2 \mu\text{C}$  separadas dos metros en el vacío. Represente el vector campo eléctrico creado por cada una de las cargas en el punto medio de la línea que une ambas cargas y calcule el campo eléctrico total en ese punto. b) ¿Es posible que un campo magnético B no ejerza ninguna fuerza sobre un electrón que se mueve en su seno? ¿Y si fuera un campo eléctrico? Razone ambas respuestas. c) Una espira cuadrada de 10 cm de lado está contenida en un plano perpendicular a un campo magnético cuyo módulo varía con el tiempo de la forma  $B = 3,6 - 0,1 t^2$  (S.I.). Determine el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante en el que el flujo es nulo.

**Respuesta:**

a) La representación gráfica es la siguiente:



El campo eléctrico en el punto medio del segmento (suponiendo éste situado sobre el eje X) será:

$$\vec{E} = \left( \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6}}{1^2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{1^2} \right) \vec{i} = 2,7 \cdot 10^4 \vec{i} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

b) La fuerza que ejerce un campo magnético sobre un electrón es:  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ , por lo que no se ejercerá fuerza sobre el electrón **cuando la trayectoria de éste sea paralela al campo magnético**. En el caso de un campo eléctrico, la fuerza es  $\vec{F} = q\vec{E}$ , por lo que el campo eléctrico **siempre ejercerá una fuerza** sobre el electrón.

c) La fem inducida sobre la espira es:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d[(3,6 - 0,1t^2)0,1^2]}{dt} = 2 \cdot 10^{-3} t$$

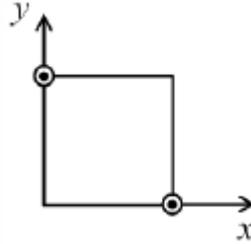
El flujo sea nulo para un tiempo t:

$$0 = (3,6 - 0,1t^2)0,1^2 \quad t = 60 \text{ s}$$

Por lo que la fem inducida para ese valor del tiempo es:  $\varepsilon = 0,12 \text{ V}$

12. a) Dos cargas puntuales de  $3 \mu\text{C}$  están en los puntos de coordenadas (0, 3) y (0, -3) (unidades en el S.I.). En el punto (6, 0) existe otra carga de valor Q. Sabiendo que el trabajo que hay que realizar para traer una carga desde el infinito hasta el punto (0, 0) es cero, halle el valor de la carga Q. Considere el origen de potencial en el infinito. b) En dos de los vértices de un cuadrado de 32 cm lado se sitúan dos hilos conductores rectilíneos perpendiculares al plano del papel.

Dichos conductores están recorridos por una intensidad de corriente  $I = 0,2$  A, que se dirige hacia el observador como se muestra en la figura. Determine el valor del campo magnético  $B$  en el origen de coordenadas. Haga un dibujo esquemático. c) ¿Puede ser distinta de cero la fuerza electromotriz inducida sobre una espira en un instante en el que el flujo magnético sea nulo? Razone la respuesta.



**Respuesta:**

a) El trabajo viene dado por la expresión:  $W = q(V_0 - V)$ , siendo  $V_0 = 0$  y:

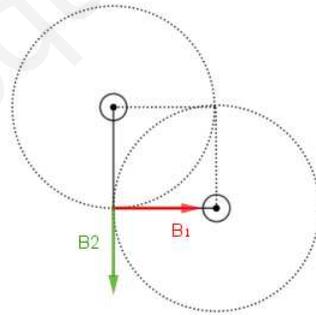
$$V = 2 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{3} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{6}$$

$$0 = q \left( 0 - 2 \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{3} - \frac{9 \cdot 10^9 \cdot Q}{6} \right) \quad Q = -1,2 \cdot 10^{-5} \text{C}$$

b) El campo magnético en el origen de coordenadas será:

$$\vec{B} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,2}{2\pi \cdot 0,32} \vec{i} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,2}{2\pi \cdot 0,32} \vec{j} = 1,25 \cdot 10^{-7} \vec{i} - 1,25 \cdot 10^{-7} \vec{j} \text{ T}$$

Como se puede deducir de la siguiente representación gráfica:



13. Dos cargas puntuales,  $q_1 = 3 \mu\text{C}$  y  $q_2 = -3 \mu\text{C}$ , están situadas en los puntos  $P_1 (0, 3)$  y  $P_2 (0, -3)$ , respectivamente (unidades en el S.I.). Calcule el trabajo necesario para transportar otra carga  $q_3 = 4 \mu\text{C}$  desde el punto  $P_3 (4, 0)$  al punto  $P_4 (-4, 0)$ . Interprete el resultado.

**Respuesta:**

El trabajo necesario para desplazar una carga desde un punto A hasta otro B es:

$$W = q(V_A - V_B)$$

Los respectivos potenciales eléctricos en los puntos  $P_3$  y  $P_4$  son:

$$V_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} + \frac{9 \cdot 10^9 (-3 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0 \text{ V}$$

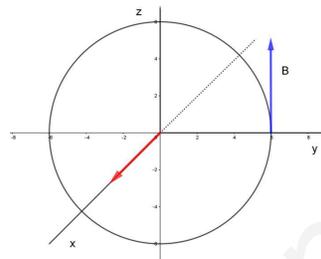
$$V_4 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{3^2 + 4^2}} + \frac{9 \cdot 10^9(-3 \cdot 10^{-6})}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 0 \text{ V}$$

El trabajo necesario será:  $W = 4 \cdot 10^{-6}(0 - 0) = 0 \text{ J}$ . **El trabajo realizado es nulo** pues no existe diferencia de potencial entre los puntos de partida y de llegada, es decir, ambos se encuentran sobre una misma superficie equipotencial.

14. Por un alambre recto y muy largo, situado sobre el eje x, circula una corriente I que crea un campo magnético de intensidad  $(0, 0, 5 \cdot 10^{-5}) \text{ T}$  en el punto  $(0, 6, 0) \text{ cm}$ . Indique razonadamente el sentido de la corriente I que circula por el alambre y determine su intensidad.

**Respuesta:**

A partir de la siguiente representación gráfica: Podemos observar que, al aplicar la regla de la mano



derecha, el sentido de la corriente es el que va dirigido hacia fuera del plano del dibujo (representado en color rojo). La intensidad de la corriente será tal que se cumpla:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \quad 5 \cdot 10^{-5} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} I}{2\pi \cdot 0,06} \quad I = 15 \text{ A}$$

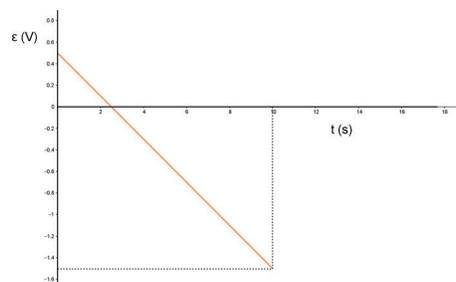
15. El flujo que atraviesa una espira viene dado por  $\phi = (t^2 - 5t) \cdot 10^{-1}$ , en unidades del S.I. Calcule el valor de la fuerza electromotriz inducida en el instante  $t = 2,5 \text{ s}$  y represente gráficamente la dependencia de la fem con el tiempo entre los instantes  $t = 0 \text{ s}$  y  $t = 10 \text{ s}$ .

**Respuesta:**

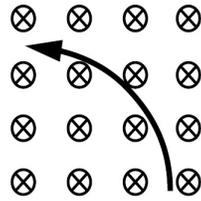
La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = - \frac{d [(t^2 - 5t) \cdot 10^{-1}]}{dt} = -0,2 \cdot t + 0,5 \text{ V}$$

Para  $t = 2,5 \text{ s}$ , tendremos que  $\varepsilon = -0,2 \cdot 2,5 + 0,5 = 0 \text{ V}$ . La representación gráfica es la siguiente:



16. Una partícula de masa m y carga q entra con velocidad v en una zona donde existe un campo magnético uniforme B (perpendicular a v) y describe una trayectoria circular de radio R, como se ve en la figura.



Deduzca la expresión de R en términos de m, q, v y B y determine razonadamente el signo de q.

**Respuesta:**

El módulo de la fuerza ejercida sobre la carga q sería:

$$|\vec{F}| = q|\vec{v}||\vec{B}|\sin 90^\circ = qvB$$

Esta fuerza, perpendicular a la trayectoria, daría lugar a una aceleración centrípeta, de forma que:

$$qvB = \frac{mv^2}{R} \quad R = \frac{mv}{qB}$$

Si tenemos en cuenta que el campo magnético se dirige hacia el interior del plano, y que la trayectoria inicial de la partícula va dirigida inicialmente hacia la parte superior del aquel, la dirección de la fuerza indica que la carga tiene signo **positivo**.

17. Razone si es verdadera o falsa la siguiente afirmación: “La fuerza electromotriz inducida en una espira puede ser nula en todo momento, independientemente de cómo sea la variación temporal del campo magnético de su entorno”.

**Respuesta:**

La fuerza electromotriz inducida viene dada por la ley de Faraday-Henry y Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(|\vec{B}||\vec{S}|\cos\theta)}{dt}$$

Con lo que la frase sería correcta, **siempre y cuando el ángulo formado entre el campo magnético y el vector superficie fuera de 90°**, independientemente de la variación de B con el tiempo.

18. Dos cargas puntuales de  $3\ \mu\text{C}$  se encuentran en los puntos (1, 0) y (0, -4), las coordenadas en unidades del S.I. Calcule el potencial eléctrico en el punto P (3, 0) y el trabajo necesario para trasladar una carga de  $1\ \mu\text{C}$  desde un punto infinitamente alejado hasta el punto P. Interprete el signo del resultado.

**Respuesta:**

El potencial eléctrico en el punto (3,0) será:

$$V = V_1 + V_2 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 18900\ \text{V}$$

El trabajo necesario será:

$$W = 10^{-6}(V_\infty - V) = 10^{-6}(0 - 18900) = -1,89 \cdot 10^{-2}\ \text{J}$$

El signo negativo indica que **el trabajo debe ser realizado por una fuerza externa**, opuesta a la ejercida por el campo eléctrico

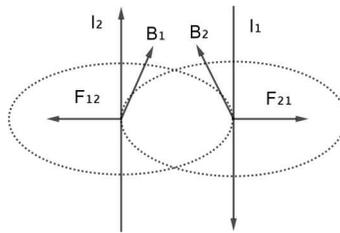
19. Por dos conductores rectilíneos, de gran longitud y paralelos, distantes entre sí 40 cm, circulan corrientes de 10 y 20 A en sentidos contrarios. Determine la fuerza por unidad de longitud que ejercen entre sí y realice un diagrama para justificar la dirección y sentido de dicha fuerza.

**Respuesta:**

La fuerza por unidad de longitud es:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 \cdot 20}{2\pi \cdot 0,4} = 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

El diagrama es el siguiente:



20. En el seno de un campo magnético de 1,5 T se halla una espira circular de 4 cm de radio, siendo el campo magnético perpendicular al plano de la espira y dirigido hacia fuera. Si el campo disminuye linealmente con el tiempo hasta anularse a los 5 s, calcule la fem inducida en la espira e indique el sentido de la corriente inducida.

**Respuesta:**

a) La variación del flujo con respecto al tiempo será:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{0 - 1,5 \cdot \pi \cdot 0,04^2}{5} = 1,51 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

Puesto que el flujo del campo magnético disminuye con el tiempo, la corriente inducida tenderá a aumentar dicho flujo, por lo que, aplicando la regla de la mano derecha, la corriente circulará por la espira en el **sentido contrario** al de las agujas del reloj.

21. En una región del espacio se encuentran dos cargas eléctricas. La primera, de carga positiva, está fija, y la segunda, de carga negativa, se mueve alejándose de la primera. La energía potencial del sistema formado por ambas partículas ¿aumentará, disminuirá o se mantendrá constante? Razone la respuesta.

**Respuesta:**

La energía potencial para un sistema formado por una carga positiva y una negativa es:

$$U = -\frac{Kqq'}{r}$$

Con lo que al aumentar la distancia, **la energía potencial aumentará**.

22. Un electrón, un protón y un neutrón, que se mueven en direcciones paralelas, con velocidades uniformes y la misma energía cinética, entran en una región en la que existe un campo magnético uniforme y perpendicular a sus velocidades. Razone si son ciertos o falsos los siguientes enunciados: a) "Los tres conservan su energía cinética pero sólo el neutrón mantiene el mismo vector velocidad". b) "El electrón y el protón describen ambas trayectorias circulares, siendo el radio de giro menor para este último".

**Respuesta:**

a) La afirmación es **correcta**, ya que el neutrón no se desvía por acción del campo magnético. En los otros casos, la velocidad cambia de dirección, con lo que el vector correspondiente no es constante.

b) Dado que el radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

Con lo que el radio es directamente proporcional a la masa de la partícula, y la afirmación es **incorrecta**.

23. A una distancia  $d = 20$  m de una carga puntual positiva  $q$ , otra carga puntual  $q_0 = 2 \cdot 10^{-6}$  C experimenta una fuerza de magnitud  $F = 15 \cdot 10^{-6}$  N. ¿Qué valor tiene la carga  $q$ ? ¿Qué trabajo será necesario para acercar la carga  $q_0$  a 10 m de la carga  $q$ ? Discútase el signo de este último resultado.

**Respuesta:**

a)

24. Por dos hilos rectilíneos de gran longitud y paralelos, separados una distancia de 10 cm, circulan sendas corrientes de intensidad  $I_1$  e  $I_2$ . El valor del campo magnético en el punto medio entre ambos hilos es  $4 \cdot 10^{-6}$  T si las corrientes circulan en el mismo sentido y  $8 \cdot 10^{-6}$  T si lo hacen en sentidos opuestos. Determine los valores de  $I_1$  e  $I_2$ .

**Respuesta:**

a) El módulo del campo magnético cuando las corrientes son paralelas es:

$$B = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = 4 \cdot 10^{-6}$$

Mientras que cuando circulan en sentido contrario:

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d} = 8 \cdot 10^{-6}$$

Sumando algebraicamente:

$$2 \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Sustituyendo valores, tendremos:

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} I_1}{\pi \cdot 0,05} = 1,2 \cdot 10^{-5} \quad I_1 = 1,5 \text{ A}$$

$$\frac{4\pi \cdot 10^{-7} 1,5}{2\pi \cdot 0,05} - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I_2}{2\pi 0,05} = 4 \cdot 10^{-6}$$

$$2 \cdot 10^{-6} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot I_2}{2\pi 0,05} \quad I_2 = 1 \text{ A}$$

25. Una espira cuadrada de 5 cm de lado se encuentra en un campo magnético uniforme perpendicular al plano de la espira y que varía con el tiempo de acuerdo con la función  $B(t) = 2t^2 - 1$  (S.I.). Determine el valor de la fuerza electromotriz inducida para  $t = 4$  s.

**Respuesta:**

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d[(2t^2 - 1) 0,05^2]}{dt} = -0,01 t \text{ V}$$

Para  $t = 4$  s:  $\varepsilon = -0,04 \text{ V}$

26. Si se conoce el potencial electrostático en un solo punto, ¿se puede determinar el campo eléctrico en dicho punto? Razone la respuesta.

**Respuesta:**

a) El campo eléctrico está relacionado con el potencial por la expresión:

$$E = -\frac{dV}{dr}$$

Por lo que para conocer el campo eléctrico en un punto, deberíamos conocer la expresión que nos da el potencial en función de  $r$ . Si sólo conocemos el valor numérico del potencial, no podemos conocer el valor del campo eléctrico en ese punto.

27. Un electrón, un protón y un neutrón se desplazan con igual velocidad y entran perpendicularmente en un campo magnético uniforme y constante. Compare razonadamente las trayectorias descritas por cada una de las partículas.

**Respuesta:**

**El neutrón no experimenta variación en su trayectoria**, al no poseer carga eléctrica. Las trayectorias del electrón y del protón son **circulares**, con desplazamientos en sentido contrario de una partícula con respecto a otra. Puesto que el radio de la trayectoria es:

$$r = \frac{mv}{qB}$$

El radio de la trayectoria del protón es mayor que el de la trayectoria del electrón, en la relación:

$$\frac{r_p}{r_e} = \frac{m_p}{m_e}$$

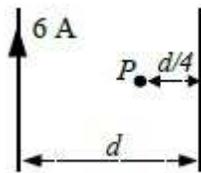
28. El potencial eléctrico en un punto a una distancia  $d$  de una carga puntual  $q$  es 600 V y el módulo del campo eléctrico en dicho punto es 200 N C<sup>-1</sup>. Determine los valores de  $d$  y  $q$ . A.

**Respuesta:**

El potencial y el campo en dicho punto vienen dados respectivamente por:

$$600 = \frac{9 \cdot 10^9 q}{d} \quad 200 = \frac{9 \cdot 10^9 q}{d^2} \quad d = 3 \text{ m} \quad q = 2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

29. Dos hilos conductores rectilíneos, muy largos y paralelos entre sí, están separados una distancia  $d$ . Por el primero de ellos circulan 6 A de corriente eléctrica. Se quiere que el campo magnético total sea nulo en el punto P, situado en el mismo plano que los hilos, entre ambos y a una distancia  $d/4$  del segundo hilo. ¿Cuál debe ser el valor y el sentido de la corriente que circule por el segundo hilo? A.



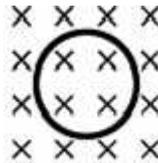
**Respuesta:**

Aplicando la regla de la mano derecha, la corriente que circula por el segundo conductor debe tener el

mismo sentido que la que circula por el primero, de forma que los campos magnéticos en el punto P tengan sentidos opuestos. Por ello, para que el campo sea nulo, debe cumplirse que:

$$\frac{\mu_0 6}{2\pi \frac{3}{4} d} = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{d}{4}} \quad I = 2 \text{ A}$$

30. Una espira circular de 18 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme de 0,1 T. El campo es perpendicular al plano de la espira, como muestra la figura. Si el valor del campo magnético se duplica en un tiempo de 0,3 s, determine el valor de la fuerza electromotriz inducida en la espira y el sentido de giro de la corriente.



**Respuesta:**

La fuerza electromotriz inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{(0,2 - 0,1)\pi \cdot 0,18^2}{0,3} = -0,034 \text{ V}$$

Dado que el flujo del campo magnético aumenta con el tiempo, según la Ley de Lenz, la corriente inducida genera un campo que tiende a oponerse a este aumento de flujo por lo que, aplicando la regla de la mano derecha, la corriente inducida girará en el **sentido contrario al de las agujas del reloj**.

31. Dos cargas eléctricas, que se desplazan a igual velocidad, entran en una región del espacio en la que existe un campo magnético perpendicular a la dirección de su movimiento. Como consecuencia, ambas describen circunferencias de igual radio, pero en sentidos contrarios. Si la masa de la primera es el doble que la de la segunda, deduzca qué relación guardan las cargas de ambas partículas.

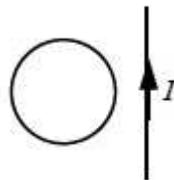
**Respuesta:**

Si igualamos los valores absolutos del radio:

$$\frac{2mv}{q_1 B} = \frac{mv}{q_2 B} \quad q_1 = 2q_2$$

Por otra parte, para que las circunferencias se describan en sentidos contrarios, una de las cargas debe tener sentido contrario al de la otra, es decir:  $q_1 = -2q_2$

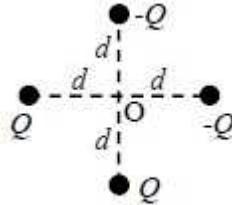
32. B.3) Una espira circular y un hilo rectilíneo muy largo, por el que circula corriente de intensidad I, están en el mismo plano, como se ve en la figura. Si la intensidad I disminuye con el tiempo, indique razonadamente el sentido de la corriente inducida en la espira.



**Respuesta:**

Al disminuir la intensidad de la corriente con el tiempo, también lo hace el campo magnético creado por ella, que ira dirigido en perpendicularmente al plano de la espira y hacia fuera (regla de la mano derecha). La Ley de Lenz establece que la corriente inducida tiende a oponerse a la variación del flujo, por lo que el sentido de la corriente inducida sobre la espira tendrá el sentido **contrario al de las agujas del reloj**.

33. Cuatro cargas puntuales están distribuidas según se muestra en la figura, siendo  $Q = 2 \mu\text{C}$  y  $d = 5 \text{ cm}$ . Determine el vector campo eléctrico y el potencial en el punto O, equidistante de las cuatro cargas.

**Respuesta:**

A partir de la anterior representación gráfica, veremos que los dos campos eléctricos creados por las cargas situadas en el eje X se dirigen desde el punto O hacia la derecha, mientras que los campos creados por las dos cargas situadas en el eje Y se dirigirán desde O hacia arriba. Teniendo en cuenta que los módulos de los cuatro campos eléctricos son iguales entre sí, y de valor:

$$E = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-6}}{0,05^2} = 7,2 \cdot 10^6 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

El campo neto en el punto O será:

$$\vec{E}_{\text{neto}} = 2 \cdot 7,2 \cdot 10^6 \vec{i} + 2 \cdot 7,2 \cdot 10^6 \vec{j} = 1,44 \cdot 10^7 \vec{i} + 1,44 \cdot 10^7 \vec{j} \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$$

El potencial en dicho punto **será cero**, pues los potenciales de las cargas opuestas se anulan entre sí-

34. Un electrón entra en una región donde existe un campo magnético uniforme de dirección perpendicular a su velocidad y módulo  $B = 10^{-3} \text{ T}$ . Calcule la velocidad del electrón si en la zona del campo describe circunferencias de 3 cm de diámetro.

**Respuesta:**

La velocidad del electrón es:

$$v = \frac{qBr}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-2}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 5,27 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

35. Una bobina de 300 espiras circulares de radio  $r = 10 \text{ cm}$  está situada en un campo magnético uniforme, de módulo  $B = 0,9 \text{ T}$ , perpendicular al plano de las espiras. Si el campo disminuye de manera lineal, hasta anularse en un intervalo de 0,3 s, calcule la fuerza electromotriz inducida en la bobina.

**Respuesta:**

La fuerza electromotriz inducida será:

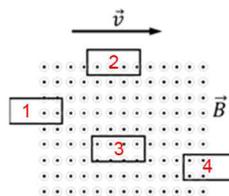
$$\varepsilon = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{300 \cdot 0 \cdot \pi \cdot 0,1^2 - 300 \cdot 0,9 \cdot \pi \cdot 0,1^2}{0,3} = 28,27 \text{ V}$$

36. Discuta la veracidad del siguiente enunciado: “Una partícula cargada puede moverse en una región en la que existen simultáneamente un campo magnético y un campo eléctrico sin experimentar ninguna fuerza neta”.

**Respuesta:**

La afirmación es **correcta** siempre que el campo eléctrico y el campo magnético sean **perpendiculares entre sí**, y de los valores adecuados para que se cumpla que:  $q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$ .

37. Cuatro espiras rectangulares se desplazan en dirección horizontal, hacia la derecha, en una región en la que existe un campo magnético uniforme perpendicular al papel y dirigido hacia fuera. En un determinado instante se encuentran en las posiciones que se observan en la figura. Justifique, para cada una, si en ese instante circula una corriente eléctrica inducida y, en caso afirmativo, explique y represente su sentido.



**Respuesta:**

En las espiras 2 y 3 no hay variación del flujo del campo magnético con el tiempo, por lo que no habrá corrientes inducidas. En la espira 1, el flujo del campo magnético tiende a aumentar, mientras que en la 4 tiende a disminuir, con lo que, teniendo en cuenta la Ley de Lenz, el campo magnético generado tiende a oponerse a la causa que lo produce. En la **espira 1** se producirá una corriente que se desplazará en el **sentido de las agujas del reloj**, mientras en la **espira 4**, el sentido de rotación será el **contrario a las agujas del reloj**.

38. Dos cargas puntuales de  $4 \mu\text{C}$  se encuentran situadas en los puntos A (2, 0) m y B (-2, 0) m. Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga de  $2 \mu\text{C}$  desde el punto C (-1, 0) m hasta el D (0, -3) m. Razone si dicho trabajo se ha realizado a favor o en contra del campo.

**Respuesta:**

E

39. Un protón penetra perpendicularmente a un campo magnético uniforme de 3 T. Si el protón se mueve con una energía cinética de 4 MeV, ¿qué fuerza ejerce el campo sobre el protón?

**Respuesta:**

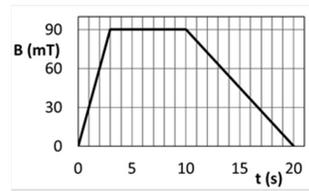
La energía cinética, expresada en J será:

$$E_c = 4 \cdot 10^6 \text{ eV} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} \cdot \text{eV}^{-1} = 6,4 \cdot 10^{-13} \text{ J} = \frac{1}{2} m_p v^2 \quad v = 2,77 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

El módulo de la fuerza ejercida por el campo magnético será:

$$F = qvB = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,77 \cdot 10^7 \cdot 3 = 1,40 \cdot 10^{-11} \text{ N}$$

40. Una espira rectangular, cuyos lados miden 40 cm y 50 cm, respectivamente, se sitúa en una región del espacio en la que existe un campo magnético uniforme cuyo módulo varía con el tiempo según se observa en la figura. Si el plano de la espira es perpendicular a la dirección del campo magnético, determine y represente la variación temporal de la fuerza electromotriz inducida en ella en el intervalo mostrado.

**Respuesta:**

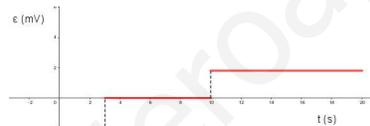
En el intervalo a de 0 a 3 s, el campo magnético será:  $B = 3 \cdot 10^{-2}t$  T; en el intervalo b, de 3 a 10 s, el campo B es constante:  $B = 3 \cdot 10^{-2}$  T, mientras que en el intervalo c, de 10 a 20 s, el campo magnético tendrá la expresión:  $B = 9 \cdot 10^{-2} - 9 \cdot 10^{-3}t$ . La fuerza electromotriz inducida será:

$$\text{Intervalo a: } \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(0,2 \cdot 3 \cdot 10^{-2}t)}{dt} = -6 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

$$\text{Intervalo b: } \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d(0,2 \cdot 3 \cdot 10^{-2})}{dt} = 0 \text{ V}$$

$$\text{Intervalo c: } \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d[0,2(9 \cdot 10^{-2} - 9 \cdot 10^{-3}t)]}{dt} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ V}$$

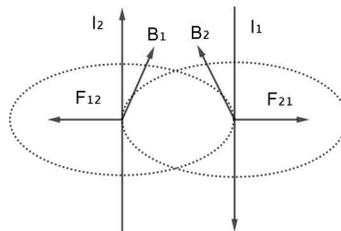
La representación gráfica sería la siguiente:



41. Razone la veracidad o falsedad de la siguiente afirmación: “Dos conductores rectilíneos indefinidos se repelen cuando por ellos circulan corrientes en sentidos opuestos y se atraen si invertimos el sentido de ambas corrientes”.

**Respuesta:**

a) La afirmación es **incorrecta**: los dos conductores se repelen tanto en la situación inicial como si invertimos el sentido de ambas corrientes. En la siguiente representación podemos ver la fuerza entre conductores recorridos por corrientes de sentidos contrarios.



Si invertimos el sentido de ambas corrientes, cambiara el sentido del campo magnético creado por cada una de ellas pero, aplicando la regla de la mano derecha, la fuerza entre los conductores seguirá siendo de repulsión.

42. Por el centro de una espira circular, y en dirección perpendicular al plano de la espira, hay un hilo conductor muy largo por el que circula corriente de intensidad constante. La espira comienza a moverse hacia arriba, manteniéndose su plano siempre perpendicular al hilo. Razone como varía la f.e.m. inducida en la espira.

**Respuesta:**

**No existe fuerza electromotriz inducida**, ya que el flujo del campo magnético es cero, al formar un ángulo de  $90^\circ$  el vector campo creado por el conductor (tangente a la espira) y el vector superficie de la espira:

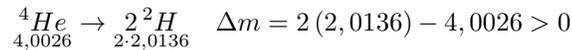
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = BS \cos 90^\circ = 0$$

## 5. Física moderna.

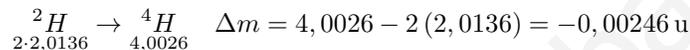
1. a) La masa del núcleo de deuterio es 2,0136 u y la del  ${}^4\text{He}$  4,0026 u. Explique si el proceso por el que se obtendría energía sería la fisión del  ${}^4\text{He}$  en dos núcleos de deuterio o la fusión de dos núcleos de deuterio para dar helio. b) Se acelera un electrón hasta una velocidad de  $300 \text{ m s}^{-1}$ , medida con una incertidumbre del 0,01 % (luego  $\Delta v = 0,03 \text{ m s}^{-1}$ ). ¿Con qué incertidumbre se puede determinar la posición de este electrón?

**Respuesta:**

- a) La reacción de fisión del  ${}^4\text{He}$  en dos núcleos de deuterio  ${}^2\text{H}$  tendría el siguiente balance de masa:



Mientras que para la fusión de dos átomos de deuterio:



En la **fusión** se produce un defecto de masa, por lo que habría producción de energía

- b) Al aplicar el Principio de Incertidumbre de Heisenberg, tendremos:

$$\Delta x \cdot \Delta v \geq \frac{h}{4\pi \cdot m} \rightarrow \Delta x \geq \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,03 \cdot 4\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 1,93 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

2. Explique razonadamente qué aspectos del efecto fotoeléctrico no se podían entender en el marco de la física clásica. b) Un electrón y un neutrón tienen igual longitud de onda de De Broglie. Razone cuál de ellos tiene mayor energía cinética. Dato: masa del neutrón 1,0087 u.

**Respuesta:**

a) La emisión fotoeléctrica se produce solamente a partir de una energía mínima. Determinados tipos de luz no producen emisión fotoeléctrica sobre un material, mientras que otros tipos sí dan lugar a dicha emisión. La explicación está en la teoría cuántica, según la cual, la energía no se absorbe en forma continua, sino en «paquetes» o cuantos de energía.

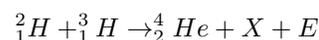
**Respuesta:**

b) La longitud de onda de De Broglie es:  $\lambda = \frac{h}{p}$ , por lo que, a igualdad de  $\lambda$  (y, por tanto, cantidad de movimiento), tendrá mayor velocidad la partícula de menor masa, en este caso, el electrón. La ser la energía cinética:  $E_c = \frac{1}{2} p \cdot v$ , la mayor energía cinética corresponderá al electrón.

3. Complete y explique las siguientes desintegraciones:



4. a) Un protón y un electrón tienen la misma longitud de onda de De Broglie. Calcule la relación entre las energías cinéticas de ambas partículas. b) En la fusión entre deuterio y tritio se origina un núcleo de helio y otra partícula X, y se desprende una energía E.



¿Qué partícula se genera? ¿Cuánto vale E? Datos: masa nuclear neutrón = 1,0087 u; masa nuclear deuterio = 2,0141 u; masa nuclear tritio = 3,0160 u; masa nuclear helio = 4,0039 u;

**Respuesta:**

a) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Al ser iguales las longitudes de onda de De Broglie para el protón y el electrón se deduce que:  $m_p v_p = m_e v_e$  y  $\frac{v_p}{v_e} = \frac{m_e}{m_p}$ . La relación entre las energías cinéticas será:

$$\frac{E_c(p)}{E_c(e)} = \frac{\frac{1}{2} m_p v_p^2}{\frac{1}{2} m_e v_e^2} = \frac{m_p v_p^2}{m_e v_e^2} = \frac{m_p v_p v_p}{m_e v_e v_e} = \frac{v_p}{v_e} = \frac{m_e}{m_p} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31}}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,45 \cdot 10^{-4}$$

b) En la reacción:  ${}^2_1H + {}^3_1H \rightarrow {}^4_2He + X + E$ , la partícula X es un neutrón,  ${}^1_0n$ . Para calcular la energía desprendida, tendremos:

$$E = \Delta mc^2 = (2,0141 + 3,0160 - 4,0039 - 1,0087) 1,66 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2 = 2,61 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

5. a) Explique los tipos de desintegraciones radiactivas. b) Determine el número másico y el número atómico del isótopo que resultará del  ${}^{238}_{92}\text{U}$  después de emitir una partícula  $\alpha$  y dos partículas  $\beta^-$ .

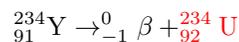
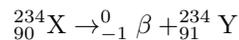
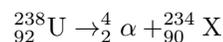
**Respuesta:**

a) Existen tres tipos de desintegraciones nucleares.  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , que podemos esquematizar la la siguiente forma:



En el primer caso, se obtiene un elemento cuyo número atómico es inferior en dos unidades y cuyo número másico es inferior en cuatro unidades al elemento de partida. En la radiación  $\beta$  se obtiene un elemento del mismo número másico, pero de número atómico superior en una unidad al elemento de partida. En la desintegración  $\gamma$ , se obtiene el mismo núcleo de partida, pero en un estado activado. El poder de penetración de la radiación emitida es menor para la radiación  $\alpha$  y mayor para la radiación  $\gamma$ .

b) Las reacciones serán las siguientes:



Es decir, se obtiene un isótopo del uranio.

6. a) Explique dos diferencias entre la fisión y la fusión nuclear. b) Si un electrón y un protón son acelerados mediante la misma diferencia de potencial, ¿qué relación habrá entre sus respectivas longitudes de onda de De Broglie asociadas?

**Respuesta:**

a) La fisión nuclear consiste en la ruptura de un núcleo al ser bombardeado con neutrones, generalmente en otros dos más pequeños, aunque, en ocasiones, se produce un mayor número de núcleos, y la consiguiente liberación de energía debida a la pérdida de masa de los productos de la reacción con respecto a la de los reactivos. Dicha energía se obtiene de la expresión  $E = \Delta m \cdot c^2$ . La fusión, por el

contrario, consiste en la unión de dos o más núcleos para dar un núcleo mayor que los de partida. Se produce, al igual que en la fisión, un desprendimiento de energía debido a la diferencia de masa entre los reactivos y los productos de la reacción.

Una segunda diferencia entre ambos procesos es la cantidad de energía liberada, muy superior en el caso de la fusión, aunque es un tipo de reacción nuclear que presenta grandes dificultades para su realización en forma controlada, al ser necesarias temperaturas sumamente elevadas.

b) Al ser aceleradas ambas partículas por una misma diferencia de potencial, podremos escribir:

$$qV = \frac{1}{2} m_p v_p^2 \quad qV = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \quad \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

de aquí, podemos deducir los siguiente:

$$\frac{m_p v_p^2}{m_e v_e^2} = 1 \implies \frac{m_p v_p}{m_e v_e} = \frac{v_e}{v_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$$

La longitud asociada de onda de De Broglie para cada partícula será:

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v_e} \quad \lambda_p = \frac{h}{m_p v_p} \quad \frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e}$$

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p v_p}{m_e v_e} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}} = \sqrt{\frac{1,67 \cdot 10^{-27}}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 42,81$$

7. Se toma una muestra de madera de un sarcófago antiguo y se mide la actividad del  $^{14}\text{C}$  que queda en ella, obteniéndose un resultado de 14400 desintegraciones al día por cada gramo de muestra. Una muestra actual del mismo tipo de madera presenta 900 desintegraciones por gramo cada hora. Sabiendo que el período de semidesintegración del  $^{14}\text{C}$  es 5730 años, a) Determine la antigüedad del sarcófago. b) Calcule la actividad de la muestra del sarcófago dentro de 1000 años.

**Respuesta:**

a) Debemos, en primer lugar, expresar la actividad en las mismas unidades. para ello, transformaremos las 900 desintegraciones/hora en desintegraciones/día, que corresponderán a:

$$\frac{900 \text{ desintegraciones}}{\text{h}} \frac{24 \text{ h}}{1 \text{ día}} = 21600 \text{ desintegraciones/día}$$

La constante radiactiva tendrá el valor:

$$\lambda = \frac{0,693}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1}$$

Con estos datos, y teniendo en cuenta la expresión:  $A = A_0 e^{-\lambda t}$ , podremos escribir:

$$14400 = 21600 e^{-1,21 \cdot 10^{-4} t}$$

despejando t, se obtiene: **t = 3351 años.**

b) La actividad dentro de 1000 años será:

$$A = 14400 e^{-1,21 \cdot 10^{-4} \cdot 1000} = 12759 \text{ desintegraciones/día}$$

8. a) Calcule la longitud de la onda de De Broglie para una pelota de tenis de 50 g de masa que se lanza a una velocidad de  $80 \text{ m s}^{-1}$ . Interprete el significado del valor obtenido. b) Formule y explique brevemente el principio de incertidumbre de Heisenberg.

**Respuesta:**

- a) La longitud de onda de De Broglie es la siguiente:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{5 \cdot 10^{-2} \cdot 80} = 1,66 \cdot 10^{-34} \text{ m}$$

Esta longitud de onda es demasiado reducida para poder poner de manifiesto propiedades típicamente ondulatorias, como la difracción, puesto que se necesitaría disponer de una rendija de ese orden de magnitud,

b) El Principio de incertidumbre de Heisenberg afirma que no se pueden medir con total precisión y de forma simultánea los valores de la posición y la cantidad de movimiento de una partícula. Dicho principio puede ser expresado matemáticamente en la forma:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi}$$

Siendo  $\Delta p$  y  $\Delta x$  las imprecisiones en la medida de cantidad de movimiento y posición, respectivamente. de esta forma, cuanto mayor sea la precisión en la medida de una de las magnitudes, menor lo será en la medida de la otra.

9. a) Defina: constante de desintegración y periodo de semidesintegración o semivida de una sustancia radiactiva. Indique sus unidades en el Sistema Internacional. ¿Qué relación existe entre ambas magnitudes? b) Si el trabajo de extracción de un metal es 1,5 eV, determine la frecuencia de los fotones con los que habría que iluminar el metal para que la velocidad máxima de los electrones extraídos fuera  $6,5 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ .

**Respuesta:**

a) La constante de desintegración es un coeficiente que relaciona el número de átomos que desaparecen en la unidad de tiempo  $-dN$  con los átomos iniciales,  $N_0$ . Esta constante es característica de cada elemento radiactivo. La expresión es:

$$\lambda = \frac{1}{t} \left( -\frac{dN}{N} \right)$$

Y se expresa en unidades de tiempo<sup>-1</sup>. El periodo de semidesintegración es el tiempo necesario para que se desintegre la mitad de los núcleos de una muestra radiactiva. Se expresa en unidades de tiempo (segundos en el SI).

- b) A partir de la ecuación del efecto fotoeléctrico:

$$h\nu = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2} m v^2 \quad 6,63 \cdot 10^{-34} \nu = 1,5 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} (6,5 \cdot 10^5)^2$$

$$\nu = 6,52 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$$

10. a) Determine la longitud de onda de De Broglie asociada a una pelota de 30 g de masa que tiene una velocidad de  $15 \text{ m s}^{-1}$ . Compare el valor obtenido con el orden de magnitud de la longitud de onda para la radiación visible ( $\lambda = 10^{-7} \text{ m}$ ). ¿Qué consecuencia se deriva? b) Para poner de relieve el efecto fotoeléctrico se comprueba que es preferible que sobre el metal incida luz ultravioleta ( $\lambda_{UV} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ) que luz roja ( $\lambda_R = 7 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ ). ¿A qué es debido?

**Respuesta:**

a) La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{0,03 \cdot 15} = 1,47 \cdot 10^{-33} \text{ m}$$

La longitud de onda de De Broglie es enormemente inferior en el caso de la pelota. Alguna de las propiedades ondulatorias (por ejemplo, difracción) no podría ser puestas de manifiesto debido al valor sumamente pequeño de la longitud de onda.

b) La energía de los fotones incidentes en el caso de la radiación UV es superior a la de los fotones de luz roja. La diferencia entre la energía de dichos fotones y el trabajo de extracción del metal hace que al utilizar radiación UV se consiga que los electrones emitidos adquieran una mayor energía cinética.

11. Un metal se ilumina con radiación de una determinada longitud de onda. Si el trabajo de extracción es de 3 eV y la velocidad máxima de los electrones emitidos es de  $8,392 \cdot 10^5 \text{ m s}^{-1}$ . Calcule: a) La longitud de onda de la radiación incidente y la frecuencia umbral. b) ¿Qué potencial será necesario para detener a los electrones si la frecuencia de la radiación se duplica?

**Respuesta:**

a) La longitud de onda de la radiación incidentes se calcula a partir de la expresión:

$$h\nu = \frac{hc}{\lambda} = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2}mv^2$$

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\lambda} = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31}(8,392 \cdot 10^5)^2$$

Despejando, obtenemos:  $\lambda = 2,485 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ .

b) Para una frecuencia doble, la longitud de onda se reduce a la mitad, por lo que:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,425 \cdot 10^{-7}} = 3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19} \Delta V$$

$$\Delta V = 5,72 \text{ V}$$

12. a) Razone si es verdadera o falsa la afirmación: “La actividad de una muestra radiactiva depende únicamente de su constante de desintegración. Por tanto, es independiente de la masa que se tenga de la sustancia”. b) La semivida o periodo de semidesintegración de un isótopo radiactivo es 10 horas. ¿Qué porcentaje de la masa inicial queda después de 24 horas?

**Respuesta:**

a) La afirmación **no es correcta**, pues la actividad viene dada por:  $A = \lambda N$ , siendo N el número de núcleos de la muestra en un momento dado.

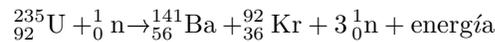
b) A partir de la semivida, podemos determinar la constante de desintegración:

$$\lambda = \frac{0,693}{10} = 0,0693 \text{ h}^{-1}$$

En porcentaje de núcleos restantes se obtiene de:

$$N = N_0 e^{-0,0693 \cdot 24} \quad \frac{N}{N_0} = 0,1895 \text{ (18,95 \%)}$$

13. Un metal, cuyo trabajo de extracción es 2,4 eV, se irradia con luz monocromática. Para cortar el flujo de electrones producidos por efecto fotoeléctrico se necesita un potencial de frenado de 0,7 V. Calcule la longitud de onda de la luz con que se irradia.
14. Una reacción nuclear conocida por su aprovechamiento energético es:



Indique razonadamente si es una reacción de fusión o de fisión y determine la energía desprendida en la reacción por cada átomo de uranio. Expresé el resultado en eV. Nota:  $m({}_{92}^{235}\text{U}) = 235,0439 \text{ u}$ ;  $m({}_{56}^{141}\text{Ba}) = 140,9162 \text{ u}$ ;  $m({}_{36}^{92}\text{Kr}) = 91,9262 \text{ u}$ ;  $m({}_0^1\text{n}) = 1,0087 \text{ u}$

**Respuesta:**

a) Se trata de una reacción de **fisión** pues, a partir de un núcleo pesado, se obtienen dos núcleos más ligeros, aparte de los neutrones emitidos. La energía desprendida en la reacción es la siguiente:

$$\Delta E = 140,9162 + 91,9262 + 3 \cdot 1,0087 - 235,0439 = 0,8246 \text{ u}$$

Teniendo en cuenta que  $1 \text{ u} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , que  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ , y que  $1 \text{ eV} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}$  tendremos que:

$$\Delta E = \frac{0,8246 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 7,7 \cdot 10^8 \text{ eV}$$

15. El carbono-14 ( ${}_{6}^{14}\text{C}$ ) es un emisor  $\beta^-$ . Escriba la ecuación de desintegración correspondiente a dicho elemento y describa brevemente el tipo de radiactividad asociado.

**Respuesta:**

a) La reacción de desintegración es la siguiente:



Donde se puede ver que en la desintegración de un átomo de C 14 se produce un elemento de número atómico superior en una unidad (en este caso, el nitrógeno), un electrón y un antineutrino.

16. El trabajo de extracción de un electrón en cierto metal es 2,29 eV. ¿Cuál será la longitud de onda que debe tener un haz de luz para que, al iluminar con él una superficie de ese metal, la energía cinética máxima de los electrones extraídos sea 0,39 eV?

**Respuesta:**

a) La energía que debe tener el haz de luz incidente es:

$$E = W_{\text{ext}} + E_c = 2,29 + 0,39 = 2,68 \text{ eV}$$

$$E = 2,68 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4,29 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

La longitud de onda se deduce de:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad \lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{4,29 \cdot 10^{-19}} = 4,64 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

17. Un dispositivo usado en radioterapia contiene cierta cantidad de  ${}^{60}\text{Co}$ , emisor gamma cuya semivida o periodo de semidesintegración es 5,27 años. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que solo quede el 40 % del cobalto inicial?

**Respuesta:**

La constante de desintegración se obtiene a partir de:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{5,27} = 0,131 \text{ años}^{-1}$$

Aplicando la ley de la desintegración radiactiva:

$$0,40 N_0 = N_0 e^{-0,131 \cdot t} \quad t = 7 \text{ años}$$

18. Enumere los principales tipos de radiación que se pueden producir en una desintegración radiactiva; exponga la ecuación del proceso de desintegración e indique la partícula asociada y sus características para cada uno de ellos.

**Respuesta:**

Las desintegraciones radiactivas pueden ser de tres tipos:

- a) **Desintegración  $\alpha$** , representada por:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + {}^4_2 \alpha$ . Las partículas  $\alpha$  son núcleos de He. b) **Desintegración  $\beta$** , que se representa por:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} \beta$ . Las emisiones  $\beta$  están formadas por electrones. c) **Desintegración  $\gamma$** , representada por  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_Z X + \gamma$ , siendo  $\gamma$  una radiación electromagnética.

19. Un dispositivo usado en radioterapia contiene 0,20 g de  ${}^{60}\text{Co}$ , emisor gamma de semivida (período de semidesintegración) 5,27 años. ¿Cuánto tiempo debe pasar para que se desintegre el 25 % del cobalto inicial?

**Respuesta:**

- a) La constante de desintegración es:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{5,27} = 0,131 \text{ años}^{-1}$$

Aplicando la ley de la desintegración radiactiva:

$$0,75 \cdot 0,20 = 0,20 \cdot e^{-0,131t} \quad t = 2,20 \text{ años}$$

20. Sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 2 eV incide una radiación de longitud de onda 500 nm. Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos.

**Respuesta:**

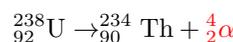
El trabajo de extracción expresado en J es:  $W_{\text{ext}} = 2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

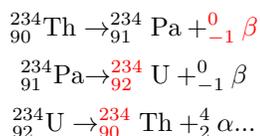
$$\frac{hc}{\lambda} = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2} m v^2$$

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{-7}} = 3,2 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} m \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 \quad v = 4,13 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

21. Complete razonadamente la siguiente serie radiactiva o cadena de desintegración (cada proceso es la secuencia consecutiva del anterior): a)  ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + \dots$  b)  ${}^{234}_{90}\text{Th} \rightarrow {}^{234}_{91}\text{Pa} + \dots$  c)  ${}^{234}_{91}\text{Pa} \rightarrow ? \text{U} + {}^0_{-1}\beta$  d)  $? \text{U} \rightarrow ? \text{Th} + {}^4_2\alpha \dots$

**Respuesta:**





22. Calcule la longitud de onda de De Broglie para un electrón cuya energía cinética es 300 eV.

**Respuesta:**

La velocidad del electrón es:

$$300 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} 9,11 \cdot 10^{-31} v^2 \quad v = 1,026 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 1,026 \cdot 10^7} = 7,09 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

23. El yodo radiactivo,  ${}^{131}\text{I}$ , tiene un período de semidesintegración (semivida) de 8,02 días. Calcule la actividad inicial de 1  $\mu\text{g}$  de dicho isótopo. Expresé el resultado en unidades del S.I. Nota: constante de Avogadro:  $6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

**Respuesta:**

La constante de desintegración será:

$$\lambda = \frac{0,693}{8,02} = 0,0864 \text{ días}^{-1} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

1  $\mu\text{g}$  del isótopo contiene un número de núcleos (suponiendo 131 la masa atómica del isótopo):

$$N_0 = \frac{10^{-6}}{131} 6,022 \cdot 10^{23} = 4,59 \cdot 10^{15} \text{ núcleos}$$

La actividad será:

$$A = \lambda N_0 = 10^{-6} \cdot 4,59 \cdot 10^{15} = 4,59 \cdot 10^9 \text{ Bq}$$

24. Analice la veracidad del siguiente enunciado: “La energía cinética de los electrones arrancados de un metal por efecto fotoeléctrico es directamente proporcional a la intensidad de la luz incidente”.

**Respuesta:**

La afirmación es **incorrecta** pues la intensidad luminosa influye en el número de electrones emitidos, pero no en su energía cinética (que depende de la frecuencia de la radiación incidente).

25. Un haz de luz de 650 nm de longitud de onda incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es 1,20 eV. Calcule la velocidad máxima de los electrones emitidos por efecto fotoeléctrico y su longitud de onda de De Broglie.

**Respuesta:**

Aplicando la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$\frac{hc}{\lambda} = W_{\text{ext}} + \frac{1}{2} m v^2 \quad \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{6,5 \cdot 10^{-7}} = 1,20 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} + \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2$$

Despejando, tendremos que  $v = 5,0 \cdot 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

La longitud de onda de De Broglie será:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 10^5} = 1,46 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

26. A.11) El isótopo uranio  ${}_{92}^{234}\text{U}$  tiene un periodo de semidesintegración (semivida) de  $2,5 \cdot 10^5$  años. Si se parte de una muestra de 10 g de dicha sustancia, determine la masa que quedará sin desintegrar después de  $5 \cdot 10^4$  años.

**Respuesta:**

La constante de desintegración será:

$$\lambda = \frac{0,693}{T} = \frac{0,693}{2,5 \cdot 10^5} = 2,77 \cdot 10^{-6} \text{ años}^{-1}$$

Al cabo de  $5 \cdot 10^4$  años, nos quedará:

$$m = 10 \cdot e^{-2,77 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^4} = 8,70 \text{ g}$$

27. Discuta cuáles de las radiaciones nucleares  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  se ven afectadas por los campos magnéticos.

**Respuesta:**

Se verá afectadas aquellas radiaciones que posean carga eléctrica, es decir, las radiaciones  $\alpha$  y  $\beta$  (siempre que el campo magnético no sea paralelo al movimiento de las partículas que forman dichas radiaciones).

28. Calcule la longitud de onda asociada a un electrón que, partiendo del reposo, es acelerado mediante una diferencia de potencial de 3250 V.

**Respuesta:**

El trabajo realizado sobre el electrón es:

$$W = q\Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 3250 = \frac{1}{2} 9,1 \cdot 10^{-31} v^2 - 0 \quad v = 3,38 \cdot 10^7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

La longitud de onda asociada es:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,38 \cdot 10^7} = 2,16 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

29. Cuando una superficie de un metal es iluminada con luz de  $\lambda = 253,7$  nm el valor del potencial de frenado es 0,24 V. Halle la frecuencia umbral del metal.

**Respuesta:**

Aplicando la ecuación de Einstein para el efecto fotoeléctrico:

$$\frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,537 \cdot 10^{-7}} = 6,63 \cdot 10^{-34} \nu_0 + 0,24 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \quad \nu_0 = 1,12 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$