SELECTIVIDAD FÍSICA CANARIAS. JULIO 2021. OPCIÓN A.

P1.- Un satélite artificial de masa 1000 kg se mueve alrededor de la Tierra siguiendo una órbita circular de 8000 km de radio. Calcule:

a) La velocidad orbital del satélite y el periodo de revolución.

b) La intensidad de campo gravitatorio a dicha altura y la fuerza que ejerce la tierra sobre el satélite.

c) La energía con la que se debe lanzar el satélite desde la superficie de la Tierra para situarlo en la órbita.

Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ unidades SI; $M_T = 5.98\ 10^{24}$ kg $R_T = 6370$ Km

a) Igualamos la fuerza de atracción gravitatoria y la fuerza centrípeta.

$$F_g = F_c \qquad \frac{G \cdot M_T \cdot m_s}{r^2} = \frac{m_s \cdot v^2}{r} \qquad v = \sqrt{G \cdot M_T / r} = \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} / 8 \cdot 10^6} = 7061{,}04\ m/s$$

Como la órbita es circular, la velocidad es constante y podemos aplicar:

$$v = \frac{e}{t} \qquad t = \frac{e}{v} = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi \cdot 8 \cdot 10^6}{7061{,}04} = 7118{,}71\ s$$

b)

$$g = \frac{G \cdot M_T}{r^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24}}{(8 \cdot 10^6)^2} = 6{,}23\ \ m/s^2$$

$$F = m \cdot g = 1000 \cdot 6{,}23 = 6230\ N$$

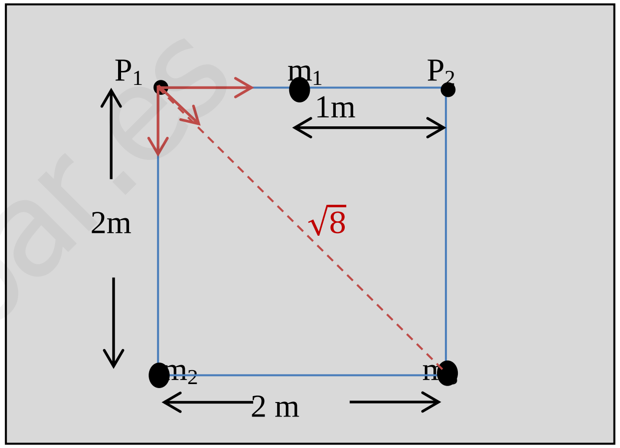
c) La energía con la que se debe lanzar el satélite desde la superficie de la Tierra para situarlo en la órbita.
Datos: $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ unidades SI; $M_T = 5.98\ 10^{24}$ kg $R_T = 6370$ Km

c) La energía que debemos suministrar es la diferencia entre la energía mecánica del satélite en órbita y la energía potencial del satélite en la superficie terrestre.

$$E = Em(órbita) - Ep(superficie) = -\frac{G \cdot M_T \cdot m_s}{2 \cdot r} - \left(-\frac{G \cdot M_T \cdot m_s}{R_T}\right) = G \cdot M_T \cdot m_s \cdot \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2 \cdot r}\right)$$

$$E = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 1000 \cdot \left(\frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6} - \frac{1}{2 \cdot 8 \cdot 10^6}\right) = \boxed{3{,}77 \cdot 10^{10}\ J}$$

P2.-Tres masas puntuales se encuentran distribuidas como indica la figura. Calcule:
a) El vector intensidad de campo gravitatorio en el punto P_1.
b) El potencial gravitatorio en el punto P_2.
c) El trabajo necesario para llevar una masa de 5kg desde el punto P_1 al P_2.
Datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ Nm^2kg^{-2}$; $m_1 = m_2 = 100kg$; $m_3 = 50kg$



a)

$$g_1 = \frac{G\cdot m_1}{r_1^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot100}{1} = 6{,}67\cdot10^{-9}\ N/kg \qquad \overrightarrow{g_1} = 6{,}67\cdot10^{-9}\,\vec{\imath}\ N/kg$$

$$g_2 = \frac{G\cdot m_2}{r_2^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot100}{4} = 1{,}67\cdot10^{-9}\ N/kg \qquad \overrightarrow{g_2} = -1{,}67\cdot10^{-9}\,\vec{\jmath}\ N/kg$$

$$g_3 = \frac{G\cdot m_3}{r_3^2} = \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot50}{8} = 4{,}17\cdot10^{-10}\ N/kg \qquad \overrightarrow{g_{3x}} = 4{,}17\cdot10^{-10}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\,\vec{\imath}\ N/kg = 2{,}95\cdot10^{-10}\vec{\imath}\ N/kg$$

$$\overrightarrow{g_{3y}} = -2{,}95\cdot10^{-10}\vec{\jmath}\ N/kg \qquad \vec{g} = (6{,}67\cdot10^{-9} + 2{,}95\cdot10^{-10})\,\vec{\imath} + (-1{,}67\cdot10^{-9} - 2{,}95\cdot10^{-10})\vec{\jmath}\ N/kg$$

$$\vec{g} = (6{,}97\cdot10^{-9}\vec{\imath} - 1{,}97\cdot10^{-9}\,\vec{\jmath})\,N/kg$$

b) El potencial gravitatorio en el punto P_2.
c) El trabajo necesario para llevar una masa de 5kg desde el punto P_1 al P_2.

b)

$$V(P_2) = V_1 + V_2 + V_3 = -G \cdot \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3}\right) = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{100}{1} + \frac{100}{\sqrt{8}} + \frac{50}{2}\right) = -1{,}07 \cdot 10^{-8}\ J/kg$$

c)

$$V(P_1) = V_1 + V_2 + V_3 = -G \cdot \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \frac{m_3}{r_3}\right) = -6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \left(\frac{100}{1} + \frac{100}{2} + \frac{50}{\sqrt{8}}\right) = -1{,}12 \cdot 10^{-8}\ J/kg$$

El trabajo necesario para transportar la masa de 5 kg es igual a la diferencia de energía potencial entre el punto final y el inicial.

$$E = \Delta Ep = m \cdot \Delta V = m \cdot [V(P_2) - V(P_1)] = 5 \cdot (-1{,}07 \cdot 10^{-8} + 1{,}12 \cdot 10^{-8}) = 2{,}5 \cdot 10^{-9}\ J$$

El campo hace un trabajo de $-2{,}5 \cdot 10^{-9}\ J$

P3.- Un objeto es proyectado, por una lente delgada, sobre una pantalla situada a 3m de la lente. La imagen del objeto resulta ser 4 veces mayor que el objeto.
a) ¿De qué tipo de lente se trata? Dar las características de la imagen.
b) Calcule las distancias objeto e imagen y la potencia de la lente.
c) Construya el diagrama de rayos asociado a esta situación.

s' = 3 m, y'/y = - 4

a) Las lentes divergentes crean imágenes virtuales que no se pueden proyectar en una pantalla, por lo que deducimos que la lente es convergente. La imagen es mayor, invertida y real.

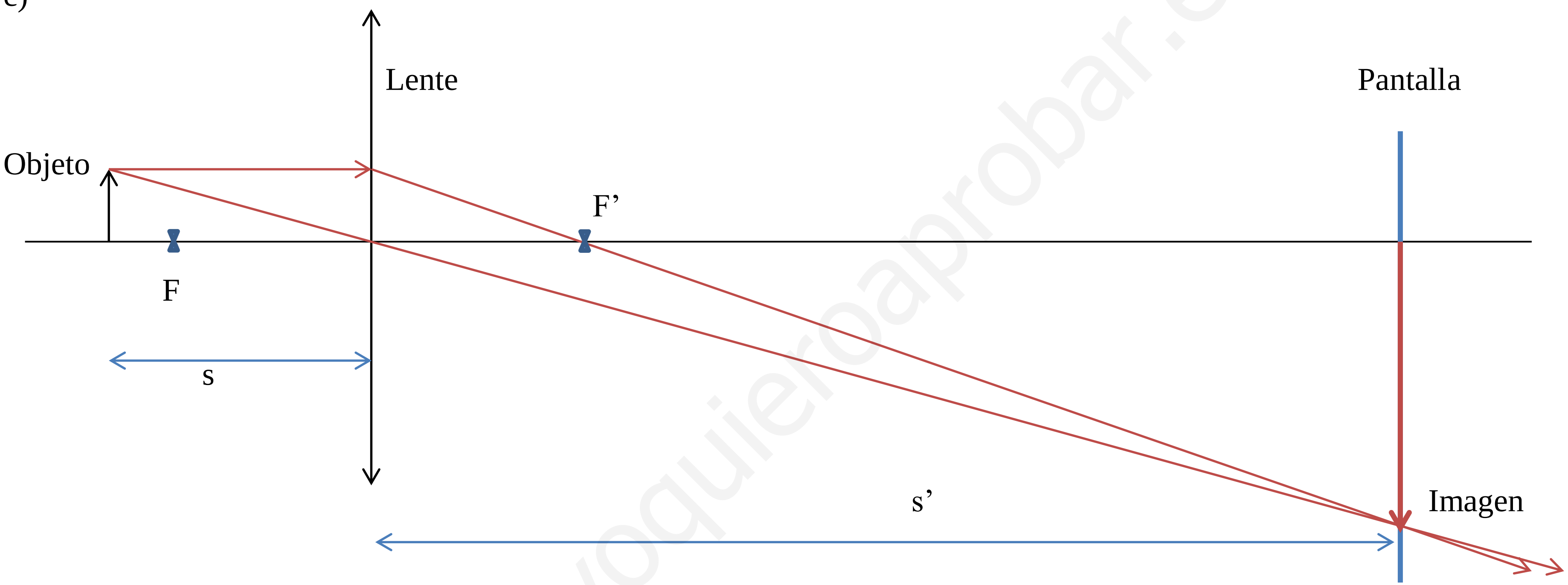
b)

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \qquad -4 = \frac{3}{s} \qquad s = -\frac{3}{4} = -0{,}75\ m$$

$$\frac{1}{f'} = P = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{3} - \frac{1}{-0{,}75} = \frac{1}{3} + \frac{1}{0{,}75} = \frac{0{,}75 + 3}{3 \cdot 0{,}75} = \frac{3{,}75}{2{,}25} = 1{,}67\ dioptrías \qquad f' = \frac{1}{1{,}67} = 0{,}6\ m$$

c) Construya el diagrama de rayos asociado a esta situación.

c)

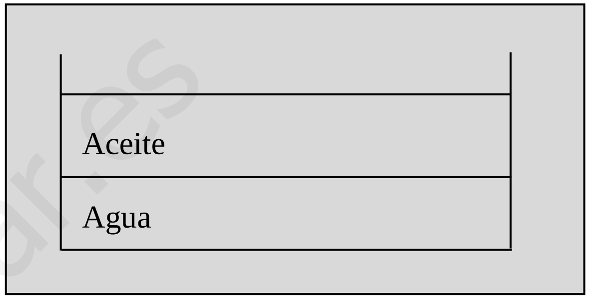


P4.- Un recipiente contiene agua y aceite. Calcule:

a) El ángulo de refracción de un rayo de luz que, procedente del fondo del recipiente, incide en la capa de aceite con un ángulo de 40º.

b) El ángulo de incidencia de un rayo de luz para que, incidiendo desde el aceite hacia el agua, se produzca la reflexión total.

c) Las frecuencias del haz de luz en el agua y en el aceite, si su longitud de onda es de 450 nm.



DATOS: n_{agua}=1,33; n_{aceite}= 1,45; 1nm = 10^{-9}m; c= $3 \cdot 10^{8}$ m/s.

a) Aplicamos la segunda ley de Snell de la refracción.

$$\frac{sen\ i}{sen\ r} = \frac{n_2}{n_1} \qquad r = arc\ sen\left(seni \cdot \frac{n_{agua}}{n_{aceite}}\right) = arc\ sen\ \left(sen40 \cdot \frac{1{,}33}{1{,}45}\right) = 36{,}13°$$

b) Lo que nos preguntan es el ángulo. Aplicamos de nuevo la segunda ley de Snell de la refracción, teniendo en cuenta que el ángulo de refracción es 90º.

$$\frac{senL}{sen90} = \frac{1{,}33}{1{,}45} \qquad L = arc\ sen\ \left(\frac{1{,}33}{1{,}45}\right) = 66{,}53°$$

c) La longitud de onda de la luz cambia al pasar de un medio a otro, por lo tanto deberían decirnos a qué medio corresponde esa longitud de onda. Supongo que se refiere al aire. La frecuencia de la luz no se modifica al cambiar de medio.

$$c = \lambda \cdot f \qquad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^{8}}{450 \cdot 10^{-9}} = 6{,}67 \cdot 10^{14}\ Hz$$

C1.- Un cohete tiene una longitud de 100 m cuando es observado en reposo respecto de un observador situado en la rampa de lanzamiento. Calcule la longitud del cohete, respecto del mismo observador, cuando el cohete viaja a una velocidad de 200 000 km/s.

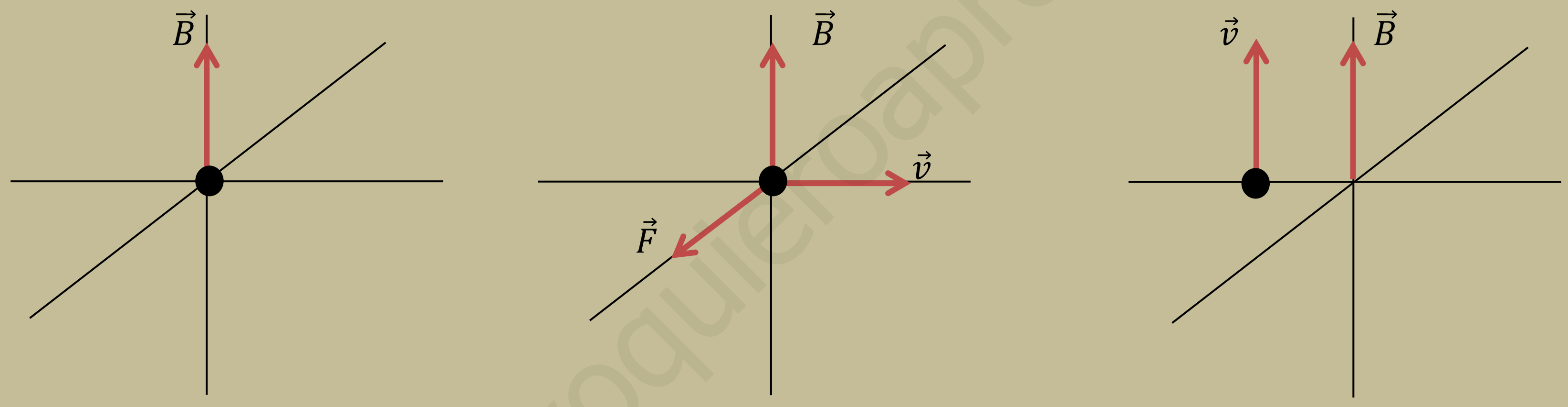
Se produce una contracción de la longitud para el observador en reposo.
L es la longitud respecto del observador de la rampa de lanzamiento.
L0 es la longitud del cohete observado en reposo.
γ = es el coeficiente de Lorentz.

$$L = \frac{L_0}{\gamma} = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 100 \cdot \sqrt{1 - \frac{(2 \cdot 10^8)^2}{(3 \cdot 10^8)^2}} = 74{,}54\ m$$


Hendrik Antoon Lorentz

C2.- Tres partículas cargadas positivamente se encuentran en una región del espacio donde hay definido un campo magnético uniforme. Una de las partículas se encuentra en reposo mientras que las otras dos están en movimiento: una con el vector velocidad perpendicular al campo magnético y la otra con el vector velocidad paralelo. Dibuje para cada una de las partículas los vectores velocidad, campo magnético y fuerza magnética.

Partícula en reposo.	v y B perpendiculares	v y B paralelos



No hay fuerza ni velocidad	Aplicamos la regla de la mano izquierda	No hay interacción. No hay fuerza.

Tenemos en cuenta:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \, x \, \vec{B}$$

C3.- Enuncie la ley de fuerzas de Coulomb e indique, en el Sistema Internacional, las unidades de todas las magnitudes que intervienen.

Ley de Coulomb: Dos partículas cargadas y en reposo se atraen o se repelen con una fuerza eléctrica cuyo valor o módulo es directamente proporcional al producto de los valores absolutos de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Si son del mismo signo se repelen y si son de distinto signo se atraen.

$$\vec{F} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \qquad\qquad F = K \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

F, es la fuerza de interacción entre las cargas. Su unidad en el S.I. es el Newton, N.
La constante de proporcionalidad K recibe el nombre de constante eléctrica y su valor en el vacío es $9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2.
El valor de K depende del medio que rodea a las cargas. En los medios materiales el valor de K es menor que en el vacío, de donde se deduce que la fuerza electrostática entre dos cargas cualesquiera q_1 y q_2 situadas a una distancia r es mayor en el vacío que en cualquier medio material.
q_1 y q_2 son las cargas y su unidad en el S.I. es el culombio, C.
r es la distancia que separa ambas cargas y su unidad en el S.I. es el metro, m.

C4.- Un onda se propaga según la ecuación y(x,t) = 0,5 sen(0,628 t - 0,785 x). Calcule la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda.

Comparamos la ecuación que nos dan con la ecuación general de una onda.
y(x,t) = 0,5 sen(0,628 t - 0,785 x) y = A sen (ωt – kx)

Deducimos los siguientes valores:

A = 0,5 m. ω = 0,628 Rad/s. k = 0,785 Rad/m.

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0{,}785} = 8m \qquad \omega = 2\pi \cdot f \rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{0{,}628}{2\pi} = 0{,}1\ Hz \qquad v = \lambda \cdot f = 8 \cdot 0{,}1 = 0{,}8\ m/s$$

SELECTIVIDAD FÍSICA CANARIAS. JULIO 2021. OPCIÓN B.

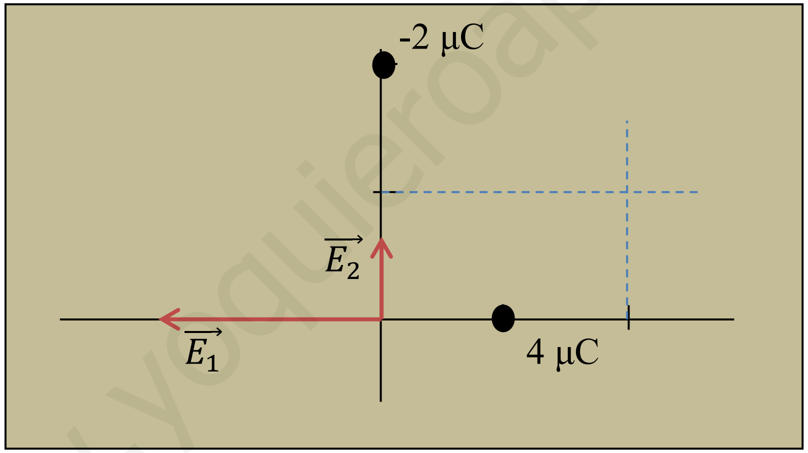
P1.-Dos cargas eléctricas puntuales de 4μC y -2μC se encuentran situadas en los puntos (1,0) y (0,2), respectivamente, donde las coordenadas x e y de dichos puntos vienen dadas en metros. Calcule:

a) El potencial eléctrico en el punto (2,1).

b) El vector intensidad de campo electroestático en el punto (0,0).

c) El trabajo necesario para llevar una carga de -1C desde el punto (0,0) al (2,1). Explique el significado del signo del trabajo.

Dato: $K=9\cdot10^9\ Nm^2C^{-2}$.



a)

$$V(2,1) = V_1 + V_2 = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} - \frac{2 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}}\right) = 17406\ J/C$$

b) El vector intensidad de campo electroestático en el punto (0,0).
c) El trabajo necesario para llevar una carga de -1C desde el punto (0,0) al (2,1). Explique el significado del signo del trabajo.
Dato: $K=9\cdot10^9\ Nm^2C^{-2}$.

b)

$$E_1 = K \cdot \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-6}}{1} = 36000\ N/C \qquad \overrightarrow{E_1} = -36000\,\vec{\imath}\ N/C$$

$$E_2 = K \cdot \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{4} = 4500\ N/C \qquad \overrightarrow{E_2} = 4500\,\vec{\jmath}\ N/C$$

$$\vec{E} = (-36000\,\vec{\imath} + 4500\,\vec{\jmath}\,)\,N/C$$

c)

$$V(0,0) = V_1 + V_2 = K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2}\right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left(\frac{4 \cdot 10^{-6}}{1} - \frac{2 \cdot 10^{-6}}{2}\right) = 27000\ J/C$$

$$E = \Delta Ep = q \cdot \Delta V = q \cdot [V(2,1) - V(0,0)] = -10^{-6} \cdot (17406 - 27000) = 9{,}59 \cdot 10^{-3}\ J$$

El valor positivo indica que la carga tiene más energía potencial en el punto final que en el inicial y por lo tanto hay que aportar energía.

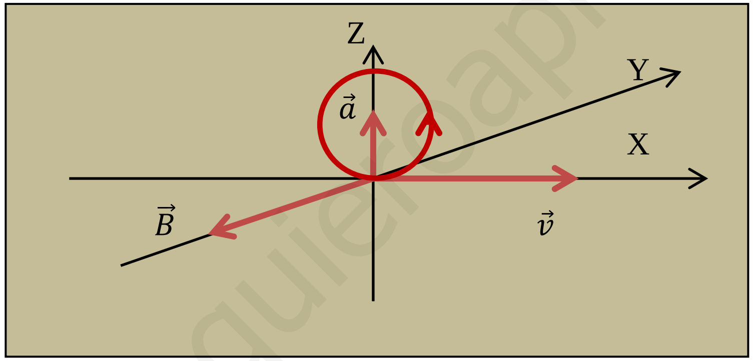
P2.- Un electrón entra con una velocidad $\vec{v} = 5 \times 10^4\ \vec{\imath}$ (m/s) en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -2{,}5\ \vec{\jmath}$ (T). Para el instante de entrada, determine:

a) La fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón y el vector aceleración.

b) La energía cinética.

c) El radio de la trayectoria que describe el electrón al moverse en interior del campo. Dibuje la trayectoria, el vector campo magnético, así como su velocidad y aceleración en un punto arbitrario de la trayectoria.

Datos: q_e= -1,6×10^{-19} C; m_e= 9,11×10^{-31} kg



a)

$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot sen\alpha = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 5 \cdot 10^{4} \cdot 2{,}5 \cdot 1 = 2 \cdot 10^{-14} N \qquad \boxed{\vec{F} = 2 \cdot 10^{-14}\ \vec{k}\ N}$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{2 \cdot 10^{-14}\ \vec{k}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = \boxed{2{,}2 \cdot 10^{16}\ \vec{k}\ m/s^2}$$

b)

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (5 \cdot 10^4)^2 = \boxed{1{,}14 \cdot 10^{-21} J}$$

c) El radio de la trayectoria que describe el electrón al moverse en interior del campo. Dibuje la trayectoria, el vector campo magnético, así como su velocidad y aceleración en un punto arbitrario de la trayectoria.
Datos: q_e= -1,6×10^{-19} C; m_e= 9,11×10^{-31} kg

c)

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot sen\alpha} = \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} 5 \cdot 10^{4} \cdot}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 2{,}5 \cdot 1} = \boxed{1{,}14 \cdot 10^{-7}\, m}$$

P3.- Por una cuerda se propaga una onda cuya ecuación es y(x,t) = 2sen (x+6t), donde x e y vienen expresadas en metros y t en segundos.
a) Calcule la longitud de onda, el periodo y la velocidad con que se propaga.
b) Calcule la velocidad transversal de un punto situado en x = 4 m en el instante t = 5s, así como la velocidad máxima de un punto de la cuerda.
c) Representa gráficamente, para un punto de la cuerda situado en x = 2 cm, la elongación y la velocidad en función del tiempo.

a) De la comparación de la ecuación que nos dan con la ecuación general de la onda deducimos:

$$A = 2\ m \qquad k = 1\ Rad/m \qquad \omega = 6\ Rad/s$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ m \qquad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\ s \qquad v = \frac{\lambda}{T} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6\ m/s$$

b) La velocidad transversal se calcula derivando la elongación con respecto al tiempo. Y sustituimos x por 4 m y t por 5 s.

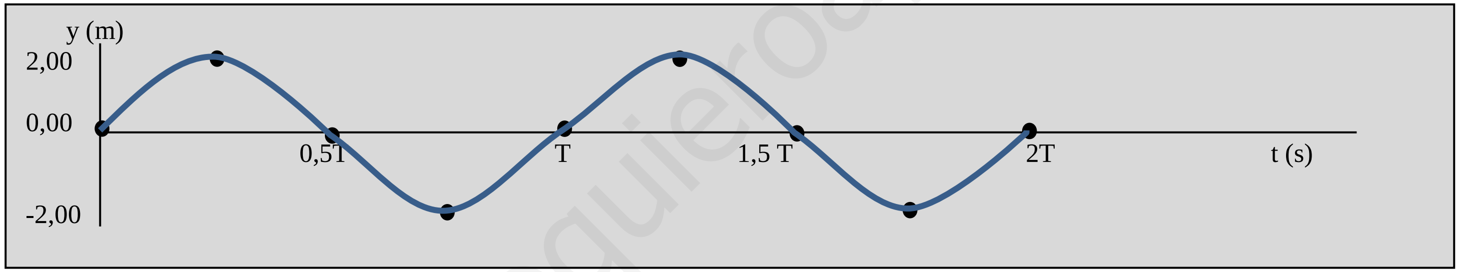
$$v_t = \frac{dy}{dt} = \frac{d[2\ sen\ (x+6t)]}{dt} = 2 \cdot 6 \cdot \cos(x+6t) \qquad v_t = 12 \cdot \cos(4 + 6 \cdot 5) = -10{,}18\ m/s$$

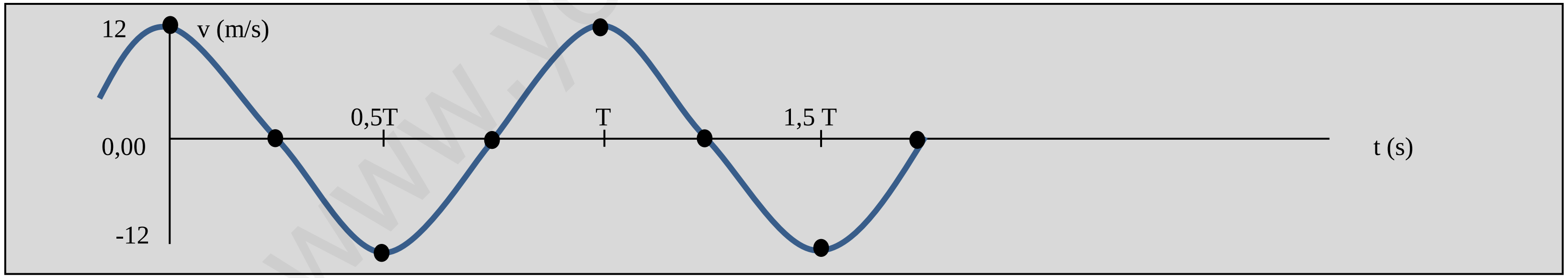
Las velocidad máxima se produce cuando cos (x+6t) = 1. Por lo tanto la velocidad máxima es 12 m/s. Evidentemente también existe la correspondiente velocidad negativa, - 12 m/s.

c) Representa gráficamente, para un punto de la cuerda situado en x = 2 cm, la elongación y la velocidad en función del tiempo.

$y(x,t) = 2sen\,(x+6t)$ x = 0,02 m $y(x,t) = 2sen\,(0{,}02+6t)$ $T = \pi/3$ s A = 2 m
$v = 12\cos\,(x+6t)$ x = 0,02 m $v = 12\cos\,(0{,}02+6t)$

t	0	0,25·T	0,5·T	0,75·T	T	1,25T	1,5T	1,75T	2T
y (m)	0,04	2,00	-0,04	-2,00	0,04	2,00	-0,04	-2,00	0,04
v (m/s)	12,00	-0,24	-12,00	0,24	12,00	-0,24	-12,00	0,24	12,00





P4.-Una onda de amplitud 10 cm se propaga en el sentido positivo del eje x con una velocidad de propagación de 4m/s y un periodo de 0.4 s. En el instante inicial tiene una elongación de 4 cm para x = 0. Calcule:
a) La fase inicial de la onda ¿Cuál es la ecuación de la onda?
b) La diferencia de fase, para un instante dado, entre los puntos x = 0 m y x = 4 m.
c) La velocidad transversal de un punto situado en x = 4 m en el instante t = 5 s.

A = 0,1 m, v = 4 m/s, T = 0,4 s, (t = 0 y x = 0) → y = 0,04 m

a)

$$y = A\,sen\,(\omega t - kx + \varphi_0) \qquad 0{,}04 = 0{,}1\,sen(0 - 0 + \varphi_0) \qquad \varphi_0 = arc\,sen\left(\frac{0{,}04}{0{,}1}\right) = 0{,}41\,Rad$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}4} = 5\pi\ rad/s \qquad v = \frac{\lambda}{T} \quad \lambda = v \cdot T = 4 \cdot 0{,}4 = 1{,}6\,m \qquad k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1{,}6} = 1{,}25\pi\ Rad/m$$

$$y = 0{,}1\,sen\,(5\pi t - 1{,}25\pi x + 0{,}41)$$

b)

Dos puntos separados por una longitud de onda están desfasados en 2π radianes, por tanto la diferencia de fase es:

$$\Delta\varphi = \frac{4}{1{,}6} \cdot 2\pi = 5\pi\,Rad = \pi\,Rad \qquad \textit{Están en oposición de fase.}$$

c)

$$v_t = \frac{dy}{dt} = 0{,}1 \cdot 5\pi \cdot \cos(5\pi t - 1{,}25\pi x + 0{,}41) \quad v_t(x = 4, t = 5) = 0{,}5\pi \cdot \cos(5\pi \cdot 5 - 1{,}25\pi \cdot 4 + 0{,}41) = 1{,}44\ m/s$$

C1.- Dos satélites idénticos están en órbitas circulares de distinto radio alrededor de la Tierra. Razone cuál de los dos se mueve con mayor velocidad ¿Para cuál de los dos será mayor el período?

Igualamos la fuerza gravitatoria que hay entre la Tierra y un satélite con la fuerza centrífuga que éste experimenta.

$$F_g = F_c \qquad \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \qquad v = \sqrt{G \cdot M / r}$$

La velocidad orbital es inversamente proporcional a la raíz cuadrada de del radio de giro. Por lo tanto se mueve a mayor velocidad el que gira más cerca de la Tierra.
Es evidente que si el que gira más alejado, y por lo tanto su órbita es de mayor longitud, tendrá un mayor periodo ya que además su velocidad es menor. También podemos demostrarlo matemáticamente.
Tendremos en cuenta que como la velocidad orbital es constante.

$$v = \frac{e}{t} = \frac{2\pi r}{T} = \sqrt{G \cdot M / r} \qquad \frac{4\pi^2 \cdot r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M}{r} \qquad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}}$$

Hemos demostrado que a mayor radio de giro, mayor es el periodo orbital.
De las ecuaciones anteriores se puede deducir la tercera ley de Kepler.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{G \cdot M} \cdot r^3 \qquad T^2 = K \cdot r^3$$

C2.- Calcule la longitud de onda de De Broglie asociada a las siguientes partículas: un protón con una energía cinética de $2{,}5 \cdot 10^{-12}$ J y una pelota de golf de 50 g que se mueve a una velocidad de 400 m/s. Dato: $m_p = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg.

La longitud de onda asociada a un cuerpo que se mueve con una cierta velocidad viene dada por la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

$$Ec = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}} \qquad \lambda = \frac{h}{m \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot Ec}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot Ec}}$$

$$\lambda(protón) = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-12}}} = \boxed{7{,}28 \cdot 10^{-15} m}$$

$$\lambda(pelota) = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}}{0{,}05 \cdot 400} = \boxed{3{,}315 \cdot 10^{-35}\ m}$$

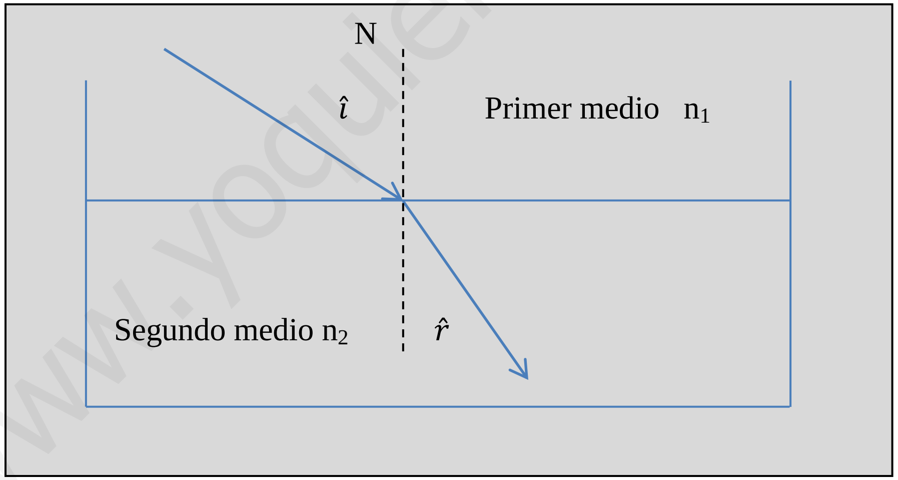
El minúsculo valor de la longitud de onda de la pelota explica que se desprecie la naturaleza ondulatoria de los cuerpos macroscópicos.

C3.- Enuncie las leyes de Snell para la refracción y use un diagrama de rayos para su explicación. Indique las magnitudes que cambian en dicho fenómeno.

1.- La normal y los rayos incidente y refractado se encuentran en el mismo plano.
2.- Cuando un rayo de luz incide sobre la superficie de separación de medios, el cociente entre los senos de los ángulos de incidencia y refracción es constante e igual al cociente entre los índices de refracción del segundo y del primer medio. Matemáticamente:

$$\frac{sen\ i}{sen\ r} = cte = \frac{n_2}{n_1}$$

Al pasar el rayo de luz de un medio a otro cambia la velocidad de la luz y su longitud de onda mientras que su frecuencia permanece constante.



C4.- Calcule la velocidad con que ha de ser lanzado un satélite para colocarlo en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de su superficie igual al radio de ésta.
Datos: $M_T = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg; $R_T = 6370$ Km; $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ Nm^2kg^{-2}.

Aplicamos el principio de conservación entre la superficie terrestre y la órbita. Tendremos en cuenta que la energía mecánica de un satélite en órbita es:

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{G \cdot M}{r} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r}$$

$$Em(superficie) = Em(órbita) \qquad \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{R_T} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2 \cdot 2 \cdot R_T}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot G \cdot M \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{4 \cdot R_T}\right)} = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}98 \cdot 10^{24} \left(\frac{1}{6{,}37 \cdot 10^6} - \frac{1}{4 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6}\right)} = 9691{,}5 \ m/s$$