FÍSICA

Opción A

1. El planeta Tierra tiene 6370 km de radio y la aceleración de la gravedad en su superficie es 9,8 m/s^2. Calcule:
   a) La densidad media del planeta (0,75 puntos)
   b) La velocidad de escape desde su superficie. (0,75 puntos)

   Datos: Volumen de una esfera = $\frac{4}{3}\pi r^3$; G =6,67·10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}

   A partir de la expresión de la intensidad de campo gravitatorio:

$$g = \frac{GM}{R^2} \rightarrow M = \frac{gR^2}{G} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \rightarrow \rho = \frac{3g}{4\pi RG} = 5506\ Kg/m^3$$

   La velocidad de escape en la superficie terrestre se puede determinar igualando la energía mecánica a cero:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 - G\frac{Mm}{R} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = 11191\ m/s$$

2. Dos cargas eléctricas distantes 3 cm y una con el triple de carga que la otra, se atraen con una fuerza de 30 N.
    a. Razone el signo de las cargas y calcule su valor. (1 punto)
    b. Calcule el potencial en un punto A que diste 3 cm de cada carga, considerando que la que tiene triple de carga es positiva. (1 punto)
    c. En estas condiciones, calcule el trabajo realizado por el campo al llevar una carga de 10^{-6} C desde ese punto A al centro del segmento que une las cargas. Razone el significado de su signo. (1 punto)

Datos: $K = 9 \cdot 10^9$ Nm^2/C^2

Solución:

Para que la fuerza sea atractiva las cargas tienen que ser de signo opuesto.
Denominamos Q al módulo de la carga de mayor valor y q al módulo de la carga de menor valor
La fuerza atractiva actúa en la dirección que une ambas cargas eléctricas y su módulo vienes dado por:

$$F = K\frac{Qq}{r^2} = K\frac{3qq}{0{,}03^2} = 30N$$

De aquí podemos despejar el valor de la carga q

$$q = 10^{-6}C \Rightarrow Q = 3\ 10^{-6}\ C$$

El potencial en el punto de A se obtiene como la suma de los potenciales de cada una de las cargas en dicho punto:

$$V_A = V_{Aq} + V_{AQ} = K\frac{3q}{0{,}03} - K\frac{q}{0{,}03} = K\frac{2q}{0{,}03} = 6\ 10^5 V$$

El trabajo realizado por la fuerza eléctrica, que genera el campo eléctrico de las cargas, para trasladar la carga mencionada viene dado por:

$$W_{A-Centro\ segmento} = q'(-\Delta \mathrm{V}) = \mathrm{q}'(V_A - V_{Centro\ seg})$$

$$V_{Centro\ Seg} = K\frac{2q}{0{,}015} = 1{,}2\ 10^6 V$$

$$W_{A-Centro\ segmento} = 10^{-6}(6-12)10^5 = -0{,}6\ J$$

Un agente externo tiene que aplicar una fuerza para desplazar la carga de 10^{-6} C desde el punto A hasta el centro del segmento que une las cargas.

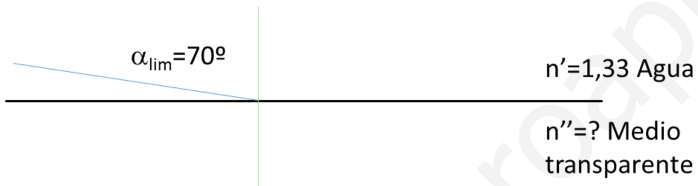
3. Un buceador emite un rayo de luz, utilizando una potente linterna, que incide desde el agua hacia el fondo de la piscina que consiste en un medio transparente. Si el ángulo de incidencia es de 70º el rayo de luz se refleja, pero si el ángulo es menor se refracta.
   a. Calcule el índice de refracción del segundo medio. (1 punto)
   b. Determine el ángulo de incidencia para el cual se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. (1 punto)
   c. El buceador saca parcialmente el brazo extendido fuera del agua (hacia el aire formando con la superficie del agua un ángulo menor de 90º); sin embargo, lo observa doblado. Explique razonadamente y con trazado de rayos la causa (0,75 puntos)
   d. Si el buceador se quitase las gafas bajo el agua tendría una percepción de las imágenes como si fuese hipermétrope. Explique el concepto de hipermetropía y cómo se puede corregir con una lente. (0,75 puntos)

Datos: Considere que el índice de refracción del aire =1; y que el índice de refracción del agua = 1,33

Solución:

a)

Si consideramos que el ángulo límite entre el agua y el segundo medio transparente es 70º



Utilizando la ley de Snell:

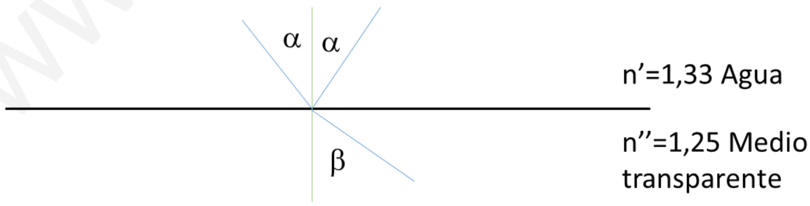
$$n' sen\alpha_{lim} = n'' \Rightarrow n'' = 1,33 sen 70º = 1,25$$

b)

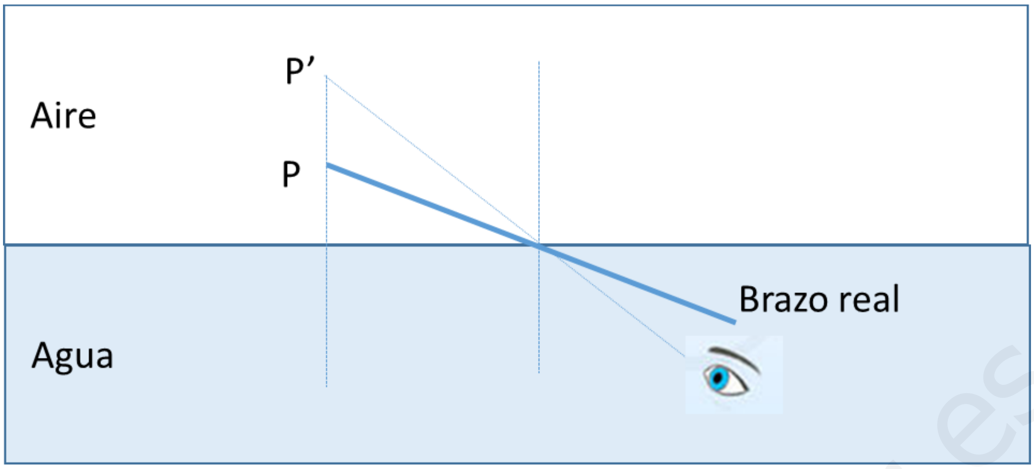
Utilizando de nuevo la ley de Snell:

$$n' sen\alpha = n'' sen\beta \Rightarrow n' sen\alpha = n'' sen(90 - \alpha) \Rightarrow n' sen\alpha = n'' cos\alpha$$

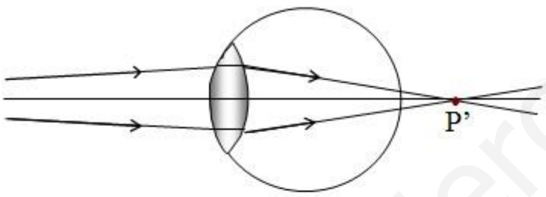
$$\alpha = arctg\left(\frac{n''}{n'}\right) = arctg\left(\frac{1,25}{1,33}\right) = 43,22º$$



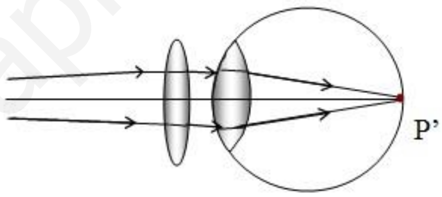
c) La posición aparente del brazo varía ya que el ojo sitúa su posición prolongando en línea recta, hacia atrás, los rayos que le llegan del mismo. Estos rayos de luz han sido refractados al atravesar un medio con otro índice de refracción. El buceador observa el extremo de la mano (punto P) en la posición virtual P’



d) El ojo hipermétrope es el que, en reposo, forma las imágenes detrás de la retina, por lo tanto la imagen que llega y que recibe el cerebro es borrosa. Así, cuando el individuo se acerca más al objeto la visión será aún más borrosa.



Ojo hipermétrope: el cristalino forma la imagen P’ de un punto P muy alejado en un punto detrás de la retina



Ojo hipermétrope con corrección: una lente convergente acerca más los rayos y el cristalino forma la imagen en la retina

4. Calcule los valores de los números atómico y másico del Rh en la siguiente reacción e indica el tipo al que pertenece: (0,75 puntos)

$$^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \rightarrow Rh + ^{133}_{49}In + 3^{1}_{0}n$$

Sabiendo que la pérdida de masa del plutonio en esta reacción nuclear es del orden del 0,05%, calcule la energía en julios desprendida al utilizar 10Kg de plutonio. (1,25 puntos)

Datos: $c = 3\cdot10^8$ m/s

Solución:

Se trata de una reacción de fisión nuclear con neutrones.

Considerando que el número de nucleones se conserva:

$$239+1=A_{Rh} + 133 + 3 \rightarrow A_{Rh}=104$$
$$94+0=Z_{Rh} + 49 + 0 \rightarrow Z_{Rh}=45$$

Considerando la equivalencia entre masa y energía:

$$\Delta E = \Delta m\, c^2 = 0{,}0005\ x\ 10Kg\ x\ 9\ 10^{16} = 4{,}5\ 10^{14} J$$

Opción B

1. Dos masas de 5000 y 15000 kg distan 2 metros entre sus centros. Determine y discuta la posición del punto o puntos en que la intensidad del campo gravitatorio es nula. ¿En ese lugar cuál es el potencial del campo? (1,5 puntos)

Datos: G = $6{,}67\cdot 10^{-11} Nm^2Kg^{-2}$

Solución:

El vector intensidad del campo gravitatorio debido a las dos masas sólo se puede anular completamente en una posición entre el eje que une ambas masas (que vamos a considerar como el eje x).

Igualando los módulos de la intensidad del campo gravitatorio debidos a cada una de las masas y considerando el origen de coordenadas en la posición de la masa de 5000 Kg, podemos determinar la posición en la que la intensidad del campo gravitatorio total es nula.

$$g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{Gm_1}{x^2} = \frac{Gm_2}{(2-x)^2}$$
$$\Rightarrow (m_1 - m_2)x^2 - 4xm_1 + 4m_1 = 0$$
$$\Rightarrow (5000 - 15000)x^2 - 20000x + 20000 = 0$$

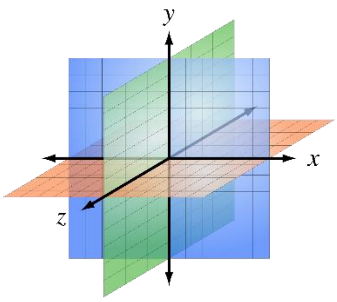
x=0,73m

El potencial gravitatorio en ese punto será:

$$V = \frac{-Gm_1}{x} + \frac{-Gm_2}{(2-x)}\frac{J}{Kg} = \frac{-G5000}{0{,}73} + \frac{-G15000}{(2-0{,}73)}\frac{J}{Kg} = -1{,}24\ 10^{-6}\frac{J}{Kg}$$

2. Una carga eléctrica de $5 \cdot 10^{-6}$ C se mueve en el seno de un campo magnético $\vec{B} = 5 \cdot 10^{-3}\,\vec{j}$ (T) con velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^{3}\,\vec{i}$ (m/s).
   a. Calcule la trayectoria (radio de curvatura) que tendría si su masa es 5 ng (1,5 puntos).
   b. Calcule el campo eléctrico que se debe aplicar (módulo, dirección y sentido), para que la carga siga con trayectoria rectilínea. (1,5 puntos)

Solución:
Utilizando el siguiente sistema de coordenadas:



La fuerza que siente la carga eléctrica viene dada por la fuerza de Lorentz.

$$\vec{F} = q(\vec{v}x\vec{B}) = qvB\vec{k}$$

La carga describe una órbita circular en el plano xz en el sentido de las agujas del reloj.

El radio de la trayectoria de la carga se determina igualando la fuerza de Lorentz a la fuerza centrípeta.

$$qvB = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{qB} = \frac{5\ 10^{-12} 5\ 10^{3}}{5\ 10^{-6}\ 5\ 10^{-3}} = \frac{25\ 10^{-9}}{25\ 10^{-9}} = 1\ m$$

Si aplicamos un campo eléctrico adicional para compensar la anterior fuerza:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q(\vec{v}x\vec{B}) = 0 \Rightarrow qE = qvB\ (\vec{E}\ en\ el\ sentido - \vec{k})$$

$$\vec{E} = vB\ (-\vec{k})\frac{N}{C} = 5\ 10^{3} 5\ 10^{-3}(-\vec{k})\frac{N}{C} = 25(-\vec{k})\frac{N}{C}$$

3. Una onda unidimensional, armónica y transversal se propaga por una cuerda en la dirección positiva del eje *X*. Su amplitud es A = 0,3 m, su frecuencia es f = 20 Hz y su velocidad de propagación es de 12 m/s.
   a. Calcule el valor de la longitud de onda (0,5 puntos).
   b. Escriba la ecuación de la onda, si y(x=0, t=0)=0, calculando razonadamente el valor de todas las magnitudes que aparecen en ella (1,5 puntos).
   c. Determine la expresión de la velocidad de un punto de la cuerda y calcule su valor máximo (1 punto).
   d. Si la cuerda tiene una longitud de 1 m, y una densidad lineal de 0,3 g/cm, determine la energía transmitida por la onda. (0,5 punto)

Solución:
El valor de la longitud de onda se determina a partir de la relación entre velocidad de propagación, longitud de onda y frecuencia:

$$v = \lambda v \Rightarrow \lambda = \frac{12\ m/s}{20\ Hz} = 0{,}6\ m$$

La ecuación de onda se puede expresar con seno o coseno en función del desfase (para seno sería *n*π; para coseno sería (2*n*+1)π/2 (siendo *n* un número entero)).

La solución como ejemplo se pone en función del seno:

La ecuación de onda es de carácter sinusoidal ya que y(0,0)=0

$$y(x,t) = 0{,}3\ m\ sen(wt - kx)$$

Donde

$$\omega = 2\pi f = 40\pi\ rad/s$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0{,}6} m^{-1}$$

$$y(x,t) = 0{,}3\ sen(40\pi t - \frac{2\pi}{0{,}6} x)$$

La expresión de la velocidad de un punto de la cuerda se obtiene derivando la ecuación de onda con respecto del tiempo:

$$y' = \frac{dy(x,t)}{dt} = 0{,}3\ w\ cos(wt - kx) = 12\pi \cos(40\pi t - \frac{2\pi}{0{,}6} x)$$

El valor máximo se obtiene cuando el coseno toma valor 1.

$$y'_{max} = 0{,}3w = 12\pi \frac{m}{s} = 37{,}7\ m/s$$

La energía transmitida por la onda viene dada por la siguiente expresión:

$$E = \frac{1}{2} m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} L\rho_L \omega^2 A^2 = 0{,}5\ x\ 1\ x\ 0{,}03\ x\ 1600\pi^2 x\ 0{,}09 = 2{,}16\pi^2 J = 21{,}32\ J$$

4. Determine la energía de la primera transición de la serie de Lyman, de la serie de Balmer y de la serie de Paschen para el átomo de hidrógeno. (1,5 punto)
   Indique de forma razonada en que zona del espectro electromagnético se encuentra cada una. Considere que una transición pertenece a la región del ultravioleta, otra a la región del visible y otra a la región del infrarrojo (0,5 punto)
   Datos: c= 3 10^8 m/s; h=6,63 10^{-34} Js; R (Cte de Rydberg) = 10967757 m^{-1}.

Solución:

En el átomo de hidrógeno se cumple:

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Donde R es la Cte. De Rydberg, n es el número cuántico principal del estado de menor energía, m es el número cuántico principal del estado de mayor energía, y λ es la longitud de onda de la transición entre el estado m y el estado n.

La serie Lyman incluye las transiciones desde estados superiores al estado n=1

La primera transición será desde m=2 a n=1:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 1{,}64\ 10^{-18} J.$$

Transición en la región del ultravioleta (corresponde al mayor salto energético)

La serie Balmer incluye las transiciones desde estados superiores al estado n=2

La primera transición será desde m=3 a n=2:

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 3{,}03\ 10^{-19} J.$$

Transición en la región del visible (corresponde a una región intermedia entre UV e IR)

La serie Paschen incluye las transiciones desde estados superiores al estado n=3.

La primera transición será desde m=4 a n=3;

$$E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = 1{,}06\ 10^{-19} J.$$

Transición en la región del infrarrojo (corresponde al menor salto energético)