Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato
para el acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2019-2020

FÍSICA

1. La aceleración de la gravedad en la superficie de Urano tiene un valor de 8.9 m/s^2. Calcule:
   a. El radio medio de Urano. (0.75 puntos)
   b. El peso en Urano de un objeto cuyo peso en la superficie de la Tierra es 1100 N. (0.75 puntos)
   c. La velocidad de escape de la superficie de Urano. (1 punto)

Datos: G = 6.67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}; R_T = 6370 km, $M_T = 5.98\times10^{24}$ kg; $M_U = 8.68\times10^{25}$ kg

---

SOLUCIÓN

a.

$$g_{\mathrm{U}} = \frac{GM_{\mathrm{U}}}{R_{\mathrm{U}}^2} \Longrightarrow R_U = \sqrt{\frac{GM_{\mathrm{U}}}{g_{\mathrm{U}}}} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times8.68\times10^{25}}{8.9}} \Longrightarrow R_{\mathrm{U}} = 2.55\times10^7\ \mathrm{m}$$

---

b.

$$g_T = \frac{GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}^2} = 9.8\ \mathrm{m/s^2}; \qquad P_{\mathrm{U}} = m\,g_{\mathrm{U}} = \frac{P_{\mathrm{T}}}{g_{\mathrm{T}}}g_{\mathrm{U}} = \frac{1100}{9.8}\times8.9 \Longrightarrow P_{\mathrm{U}} = 999\ \mathrm{N}$$

---

c.

$$\frac{1}{2}m\,v_{\mathrm{escape}}^2 - \frac{GM_{\mathrm{U}}m}{R_{\mathrm{U}}} = 0 \ \Longrightarrow\ v_{\mathrm{escape}}^2 = \frac{2GM_{\mathrm{U}}}{R_{\mathrm{U}}} = 2g_{\mathrm{U}}R_{\mathrm{U}} \ \Longrightarrow\ v_{\mathrm{escape}} = \sqrt{2g_{\mathrm{U}}R_{\mathrm{U}}}$$

$$v_{\mathrm{escape}} = \sqrt{2\times8.9\times2.55\times10^7} = 2.13\times10^4\ \mathrm{m/s}$$

2. Un satélite para comunicaciones se encuentra describiendo una órbita circular alrededor de la Tierra con una velocidad de 6000 m/s. Calcule:
   a. ¿A qué distancia sobre la superficie de la Tierra se desplaza el satélite? (0.75 puntos)
   b. ¿A qué velocidad se desplazaría si estuviera moviéndose en torno a Venus describiendo una órbita circular a una distancia de 900 km sobre la superficie de dicho planeta? (0.75 puntos)
   c. La distancia entre los centros de Venus y la Tierra es de 0.27 UA. ¿En qué punto de la recta que los une la intensidad del campo gravitatorio terrestre anularía a la del venusiano? Dibuja ambos campos en dicho punto (1 punto)

   Datos: $G = 6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5.98\times10^{24}$ kg; $R_V = 6052$ km; $M_V = 4.87\times10^{24}$ kg; 1 UA= $1.50\ \mathrm{x}10^{11}$ m

---

SOLUCIÓN

a.

$$F_\mathrm{G} = F_\mathrm{C} \Longrightarrow \frac{GM_\mathrm{T}m}{R^2} = m\frac{v_\mathrm{orb}^2}{R} \Longrightarrow R = \frac{GM_\mathrm{T}}{v_\mathrm{orb}^2} = \frac{6.67\times10^{-11}\times5.98\times10^{24}}{3.6\times10^7} = 11.08\times10^6\ \mathrm{m}$$

$$d = R - R_\mathrm{T} = 11.08\times10^6 - 6.37\times10^6 \Longrightarrow d = 4.71\times10^6\ \mathrm{m} = 4710\ \mathrm{km}$$

---

b.

$$F_\mathrm{G} = F_\mathrm{C} \Longrightarrow \frac{GM_\mathrm{V}m}{R^2} = m\frac{v_\mathrm{orb}^2}{R} \Longrightarrow v_\mathrm{orb} = \sqrt{\frac{GM_\mathrm{V}}{R}} = \sqrt{\frac{6.67\times10^{-11}\times4.87\times10^{24}}{(6.052+0.9)\times10^6}}$$

$$v_\mathrm{orb} = 6840\ \mathrm{m/s}$$

---

c. Asumimos que el origen de coordenadas está situado en el centro de la Tierra. Entonces, en el punto P en el que se anularía el campo gravitatorio se cumple que:

$$g_\mathrm{T} = g_\mathrm{V} \Longrightarrow \frac{GM_\mathrm{T}}{d_\mathrm{T-P}^2} = \frac{GM_\mathrm{V}}{d_\mathrm{V-P}^2} \Longrightarrow \frac{M_\mathrm{T}}{d_\mathrm{T-P}^2} = \frac{M_\mathrm{V}}{d_\mathrm{V-P}^2} \Longrightarrow M_\mathrm{T}\, d_\mathrm{V-P}^2 = M_\mathrm{V}\, d_\mathrm{T-P}^2 \ \ \text{(eq1)}$$

$$d_\mathrm{V-P} + d_\mathrm{T-P} = d_\mathrm{V-T} \Longrightarrow d_\mathrm{V-P} = d_\mathrm{V-T} - d_\mathrm{T-P}$$

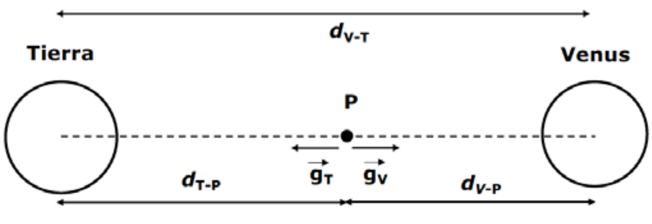
Por tanto, podemos escribir la eq1 de la siguiente forma:

$$\frac{M_\mathrm{T}}{d_\mathrm{T-P}^2} = \frac{M_\mathrm{V}}{(d_\mathrm{V-T}-d_\mathrm{T-P})^2} \Longrightarrow \frac{M_\mathrm{V}}{M_\mathrm{T}} = \frac{(d_\mathrm{V-T}-d_\mathrm{T-P})^2}{d_\mathrm{T-P}^2} \Longrightarrow \frac{d_\mathrm{V-T}-d_\mathrm{T-P}}{d_\mathrm{T-P}} = \sqrt{M_\mathrm{V}/M_\mathrm{T}}$$

$$(d_\mathrm{V-T}-d_\mathrm{T-P}) = \sqrt{M_\mathrm{V}/M_\mathrm{T}}\ d_\mathrm{T-P} \Longrightarrow d_\mathrm{V-T} = \left(\sqrt{M_\mathrm{V}/M_\mathrm{T}}+1\right)d_\mathrm{T-P} \Longrightarrow d_\mathrm{T-P} = \frac{d_\mathrm{V-T}}{\left(\sqrt{M_\mathrm{V}/M_\mathrm{T}}+1\right)}$$

$$d_\mathrm{T-P} = 2.12\times10^{10}\ \mathrm{m};$$

$$\text{siendo:}\quad d_\mathrm{V-T} = 0.27\times1.5\times10^{11} = 4.05\times10^{10}\ \mathrm{m}$$

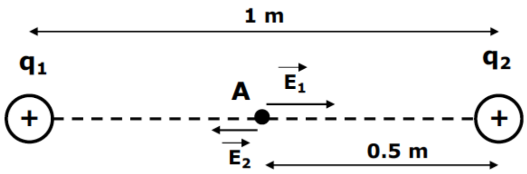


3. Dos cargas puntuales positivas, q_1 = +10 µC y q_2 = +5 µC, están situadas a una distancia mutua de 1 m. Llamemos A al punto medio situado a lo largo de la línea imaginaria que conecta las dos cargas.
   a. Calcule el módulo, la dirección y el sentido del campo eléctrico en el punto A. (1 punto)
   b. Calcule el potencial eléctrico en el punto A. (1 punto)
   c. Si colocamos una carga puntual negativa, q = -2 µC, en el punto A, calcule el módulo, la dirección y el sentido de la fuerza ejercida sobre dicha carga. (0.5 puntos)

Dato: K = 9×10^9 N·m^2·C^{-2}

SOLUCIÓN

a. Consideramos el sentido positivo el que va de q_1 a q_2.



$$\vec{E}_\mathrm{A} = \vec{E}_{1\mathrm{A}} + \vec{E}_{2\mathrm{A}}$$

$$\left|\vec{E}_\mathrm{A}\right| = \left|\vec{E}_{1\mathrm{A}}\right| - \left|\vec{E}_{2\mathrm{A}}\right| = K\frac{q_1}{d_\mathrm{A}^2} - K\frac{q_2}{d_\mathrm{A}^2} = K\frac{q_1 - q_2}{d_\mathrm{A}^2} = \frac{9\times10^9\times5\times10^{-6}}{(0.5)^2} \Longrightarrow \left|\vec{E}_\mathrm{A}\right| = 1.8\times10^5\ \mathrm{N/C}$$

El campo eléctrico en el punto A es a lo largo de la línea imaginaria que conecta las dos cargas y en el sentido que va de q_1 a q_2. $\vec{E}_\mathrm{A} = 1.8\times10^5\ \vec{\imath}\ (\mathrm{N/C})$

---

b. Consideramos el sentido positivo el que va de q_1 a q_2.

$$V_\mathrm{A} = V_{1\mathrm{A}} + V_{2\mathrm{A}} = K\frac{q_1}{d_\mathrm{A}} + K\frac{q_2}{d_\mathrm{A}} = K\frac{q_1 + q_2}{d_\mathrm{A}} = \frac{9\times10^9\times15\times10^{-6}}{0.5} \Longrightarrow V_\mathrm{A} = 2.7\times10^5\ \mathrm{V}$$

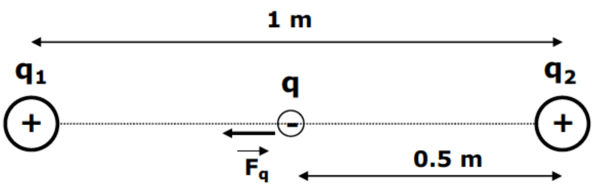
---

c.

$$\vec{F}_\mathrm{q} = q\,\vec{E}_\mathrm{A} = -2\times1.8\times10^{-6}\times10^5 = -0.36\,\vec{\imath}\ (\mathrm{N})$$

$$\left|\vec{F}_\mathrm{q}\right| = 0.36\ \mathrm{N}$$

La fuerza sobre la carga q en el punto A es a lo largo de la línea imaginaria que conecta las cargas y en el sentido que va de q_2 a q_1.

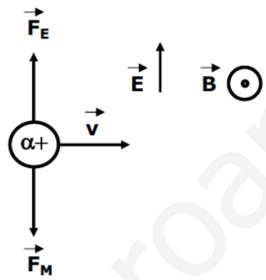


4. Una partícula alfa α viaja en línea recta con velocidad constante y entra en una región donde existen un campo eléctrico y un campo magnético constantes, mutuamente perpendiculares y a su vez perpendiculares a la trayectoria de la partícula alfa. La magnitud del campo eléctrico es de 2×10^5 N/C y la del campo magnético 0.5 T. Calcule:
   a. La velocidad de la partícula alfa si atraviesa dicha región sin modificar su trayectoria. (1 punto)
   b. La diferencia de potencial necesaria para acelerar la partícula alfa desde el reposo hasta esa velocidad. (0.75 puntos)
   c. Cómo se debe modificar el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) para que un electrón acelerado con la misma diferencia de potencial atraviese la región sin modificar su trayectoria. (0.75 puntos)

Datos: $|q_e| = 1.6\times10^{-19}$ C; $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg; $m_\alpha = 6.64\times10^{-27}$ kg

SOLUCIÓN

a.



$$\sum \vec{F} = 0 \implies F_\mathrm{E} = F_\mathrm{M} \implies q_\alpha E = q_\alpha v B \implies v = \frac{E}{B} = \frac{2\times10^5}{0.5} \implies v = 4\times10^5 \text{ m/s}$$

b.

$$E_\mathrm{P} = E_\mathrm{C} \implies q_\alpha V = \frac{1}{2} m_\alpha v^2 \implies V = \frac{m_\alpha v^2}{2 q_\alpha} = \frac{4\times1.67\times10^{-27}\times(4\times10^5)^2}{2\times2\times1.6\times10^{-19}}$$

$$V = 1.67\times10^3 \text{ V} = 1.67 \text{ kV}$$

c.

$$E_\mathrm{P} = E_\mathrm{C} \implies q_\mathrm{e} V = \frac{1}{2} m_\mathrm{e} v^2 \implies v = \sqrt{\frac{2 q_e V}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\times1.6\times10^{-19}\times1.67\times10^3}{9.1\times10^{-31}}} = 2.42\times10^7 \text{ m/s}$$

$$E = vB = 2.4\times10^7\times0.5 = 1.21\times10^7 \text{ N/C}$$

5. Un pescador percibe que su barca se mueve periódicamente arriba y abajo impulsada por las olas en la superficie del mar. La barca tarda 3 s en desplazarse desde el punto más alto al punto más bajo, distantes entre si 60 cm. En un instante dado la distancia entre dos crestas consecutivas de las olas es de 8 m.
   a. Calcule la velocidad a la que se desplazan las olas. (1 punto)
   b. Escribe la ecuación de la onda asociada a las olas en la superficie del mar, considerando que en el instante inicial que se producen las olas, la barca del pescador tiene desplazamiento nulo respecto al mar en calma. (1.5 puntos)

SOLUCIÓN

a. El tiempo que transcurre entre los puntos de máximo y mínimo desplazamiento es la mitad del periodo:

$$\frac{T}{2} = 3\ \text{s} \implies T = 6\ \text{s}; \quad \lambda = 8\ \text{m} \implies v = \frac{\lambda}{T} = \frac{8}{6} = 1.33\ \text{m/s}$$

---

b. Considerando que el sentido de avance de las olas es el OX^+:

$$y(x,t) = A\cos(\omega t - kx + \phi_0) \qquad \text{ó} \qquad y(x,t) = A\,\text{sen}(\omega t - kx + \phi_0)$$

$$A = 0.3\ \text{m};\ \ k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{8} \implies k = \frac{\pi}{4}\ \text{rad/m};\ \ \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}\ \text{rad/s}$$

$$y(x,t) = 0.3\cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}x + \phi_0\right) \Rightarrow y(0,0) = 0 \Rightarrow 0.3\cos(\phi_0) = 0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2}$$

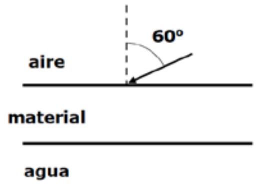
$$y(x,t) = 0.3\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{4}x + \phi_0\right) \Rightarrow y(0,0) = 0 \Rightarrow 0.3\,\text{sen}(\phi_0) = 0 \Rightarrow \phi_0 = 0$$

Luego las posibles soluciones serán:

$$y(x,t) = 0.3\cos\pi\left(\frac{t}{3} - \frac{x}{4} + \frac{1}{2}\right)$$

$$y(x,t) = 0.3\,\text{sen}\,\pi\left(\frac{t}{3} - \frac{x}{4}\right)$$

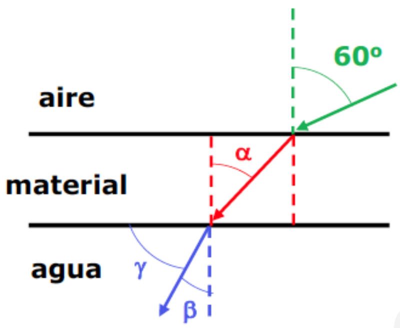
6. Colocamos entre agua y aire un material de caras planas y paralelas que tiene un espesor de 5 cm y un índice de refracción desconocido. Incidimos desde el aire con un rayo de luz monocromática de 520 nm y un ángulo de incidencia de 60º en el material.
   a. Realice el trazado de rayos y determine el ángulo que forma el rayo con la superficie de separación entre el material y el agua (1.5 puntos)
   b. La longitud de onda del rayo en el material y en el agua. (0.5 puntos)
   c. El índice de refracción del material si con un ángulo de incidencia de 80º del rayo desde el agua sobre el material se produce reflexión total interna en el agua. (0.5 puntos)



Datos: n_{agua}=1.33; n_{aire}=1; c = 3×10^8 m·s^{-1}

SOLUCIÓN

a.



$$n_{\text{aire}}\, sen(60^o) = n_{\text{material}}\, sen\,\alpha \;=\; n_{\text{agua}}\, sen\,\beta \Longrightarrow\; sen\,\beta = \frac{n_{\text{aire}}\, sen(60^o)}{n_{\text{agua}}} \Longrightarrow \beta = 40.6^o$$

$$sen\,\alpha = \frac{n_{\text{aire}}\, sen(60^o)}{n_{\text{material}}} \Longrightarrow \alpha = 41.4^o$$

El ángulo pedido es $\gamma = 49.4^o$

b. Utilizamos la letra *f* para la frecuencia para evitar confusiones con la velocidad.

$$c = \lambda_{\text{aire}}\, f; \quad v_{\text{agua}} = \lambda_{\text{agua}}\, f \Longrightarrow n_{\text{agua}} = \frac{\lambda_{\text{aire}}}{\lambda_{\text{agua}}} \Longrightarrow \lambda_{\text{agua}} = 3.91\times 10^{-7}\ \text{m} = 391\ \text{nm}$$

c.

$$n_{\text{agua}}\, sen(80^o) = n_{\text{material}}\, sen(90^o) \Longrightarrow n_{\text{material}} = 1.31$$

7. Conocemos la longitud de onda de los electrones que inciden sobre un material en un experimento de difracción de electrones, $\lambda_e = 1.5\times10^{-10}$ m. Calcule:
   a. La velocidad de los electrones que inciden sobre el material. (1 punto)
   b. Determina la diferencia de energía entre dos niveles atómicos si la radiación emitida tiene la misma longitud de onda que la de los electrones empleados en la difracción (1 punto)
   c. La longitud de onda de De Broglie asociada a una partícula de masa, $m = 5\times10^{-12}$ kg con la misma velocidad que el haz de electrones de los apartados anteriores (0.5 puntos)

Datos: $|q_e| = 1.6\times10^{-19}$ C; $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg; $h = 6.626\times10^{-34}$ J·s; $c = 3\times10^{8}$ m s^{-1}

SOLUCIÓN

a.

$$\lambda_e = \frac{h}{m_e v} \Longrightarrow v = \frac{h}{m_e \lambda_e} = \frac{6.626\times10^{-34}}{9.1\times10^{-31}\times1.5\times10^{-10}} \implies v = 4.85\times10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

---

b. La energía de los fotones emitidos corresponde a la diferencia de energía entre los dos niveles atómicos:

$$\Delta E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \frac{6.626\times10^{-34}\times3\times10^{8}}{1.5\times10^{-10}} \implies \Delta E = 1.33\times10^{-15}\ \mathrm{J}$$

---

c.

$$\lambda_{particula} = \frac{h}{m_{particula} v} = \frac{6.626\times10^{-34}}{5\times10^{-12}\times4.85\times10^{6}} \implies \lambda_{particula} = 2.73\times10^{-29}\ \mathrm{m}$$

8. Se conocen más de 40 isótopos del polonio, todos ellos radioactivos. Uno de ellos, el isótopo ^{210}Po, decae a un isótopo estable del plomo (Pb) emitiendo una partícula alfa con un período de semidesintegración de 138.4 días.
   a. Escriba la reacción nuclear descrita en el enunciado anterior (0.5 puntos)
   Calcule para una muestra radiactiva de ^{210}Po:
   b. La vida media y la constante de desintegración radiactiva. (1 punto)
   c. El número de moles del isótopo radiactivo necesarios para una actividad inicial de 1.75×10^{13} Bq. (1 punto)

Dato: $N_A = 6.022\times10^{23}$ átomos·mol^{-1}

SOLUCIÓN

a.

$$^{210}_{Z}Po \;\rightarrow\; ^{206}_{Z-2}Pb + \alpha$$

---

b. Es conveniente en primer lugar convertir el período de semidesintegración a segundos y luego calcular la vida media, τ y la constante de desintegración, λ:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{ln2} = \frac{138.4 \times 86400}{0.693} \;\Longrightarrow\; \tau = 1.73 \times 10^{7}\text{ s} = 199.7\text{ días}$$

$$\lambda = \frac{1}{\tau} = 5.78 \times 10^{-8}\text{ s}^{-1}$$

---

c. En primer lugar se debe calcular el número de núcleos, *N*, a partir de la actividad inicial, *A*, para luego obtener el número de moles:

$$A = \lambda N \;\Longrightarrow\; N = \frac{A}{\lambda} = \frac{1.75 \times 10^{13}}{5.78 \times 10^{-8}} = 3.03 \times 10^{20}\text{ núcleos}$$

$$nº\ de\ moles = \frac{N}{N_A} = 5 \times 10^{-4}\text{ moles}$$