FÍSICA

1. Suponiendo que la masa de una persona es de 75 kg y que la distancia de la Tierra a la Luna es $D_{T\text{-}L} = 3.84\times10^5$ km, calcule:
   a. La fuerza gravitatoria que ejerce la Luna sobre una persona situada sobre la superficie terrestre. (1 punto)
   b. La relación entre dicha fuerza y la ejercida por la Tierra sobre la misma persona. (0.5 puntos)
   c. Compare los valores de la velocidad de escape en las superficies de la Tierra y de la Luna. (1 punto)

Datos: $G = 6.67\times10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}; $M_L = 7.35\times10^{22}$ kg; $R_L = 1740$ km; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5.98\times10^{24}$ kg

---

SOLUCIÓN

a.

$$F_{\mathrm{L}} = \frac{GM_{\mathrm{L}}m}{(D_{\mathrm{T-L}} - R_{\mathrm{T}})^2} \implies F_{\mathrm{L}} = \frac{6.67\times10^{-11}\times7.35\times10^{22}\times75}{(3.84\times10^8 - 6.37\times10^6)^2} \implies F_{\mathrm{L}} = 2.57\times10^{-3}\ \mathrm{N}$$

---

b.

$$F_{\mathrm{T}} = \frac{GM_{\mathrm{T}}m}{R_{\mathrm{T}}^2} = 735\ \mathrm{N} \implies \frac{F_{\mathrm{L}}}{F_{\mathrm{T}}} = 3.5\times10^{-6}$$

---

c.

$$\frac{1}{2}m\,v_{\text{escape-T}}^2 - \frac{GM_{\mathrm{T}}m}{R_{\mathrm{T}}} = 0 \implies v_{\text{escape-T}}^2 = \frac{2GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}} \implies v_{\text{escape-T}} = \sqrt{\frac{2GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}}}$$

$$\frac{1}{2}m\,v_{\text{escape-L}}^2 - \frac{GM_{\mathrm{L}}m}{R_{\mathrm{L}}} = 0 \implies v_{\text{escape-L}}^2 = \frac{2GM_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}} \implies v_{\text{escape-L}} = \sqrt{\frac{2GM_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}}}$$

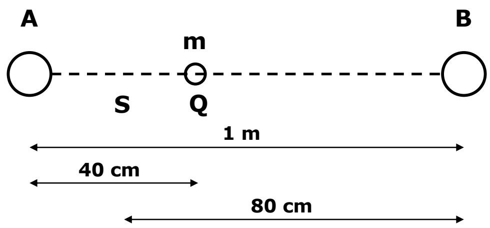
$$\frac{v_{\text{escape-L}}}{v_{\text{escape-T}}} = \frac{\sqrt{\frac{2GM_{\mathrm{L}}}{R_{\mathrm{L}}}}}{\sqrt{\frac{2GM_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{T}}}}} = \sqrt{\frac{M_{\mathrm{L}}R_{\mathrm{T}}}{M_{\mathrm{T}}R_{\mathrm{L}}}} = \sqrt{\frac{7.35\times10^{22}\times6.37\times10^6}{5.98\times10^{24}\times1.74\times10^6}}$$

$$\frac{v_{\text{escape-L}}}{v_{\text{escape-T}}} = 0.212$$

2. Dos esferas A y B, con masas respectivas m_A = 5 kg y m_B = 10 kg, se encuentran en reposo a una distancia entre sus centros de 1 m. Una pequeña bola, de masa m = 100 g, se deja en reposo en un punto Q del segmento que une A con B y a una distancia de 40 cm del centro de A. Asuma que las únicas fuerzas que actúan sobre la bola son las fuerzas gravitatorias debidas a las esferas A y B. Calcule:
   a. La intensidad de campo gravitatorio en el punto Q en que se sitúa inicialmente la bola. (1 punto)
   b. El trabajo realizado por el campo gravitatorio cuando la bola se haya desplazado hasta el punto S del mismo segmento y que dista 80 cm del centro de la esfera B. Razone si este desplazamiento de la bola será espontáneo. (1 punto)
   c. Busque el punto de equilibrio entre ambas esferas para la pequeña bola de masa m. (0.5 puntos)

Datos: G = 6.67×10^{-11} N·m^2·kg^{-2}

SOLUCIÓN



---

a. Consideramos que las tres masas se encuentran a lo largo del eje X y como sentido positivo el que va del punto A al B:

$$g_{\mathrm{AQ}} = \frac{Gm_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AQ}}^2} \quad g_{\mathrm{BQ}} = \frac{Gm_{\mathrm{B}}}{d_{\mathrm{BQ}}^2} \implies \vec{g}_{\mathrm{Q}} = \vec{g}_{\mathrm{AQ}} + \vec{g}_{\mathrm{BQ}} \implies g_{\mathrm{Q}} = G\left(-\frac{m_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AQ}}^2} + \frac{m_{\mathrm{B}}}{d_{\mathrm{BQ}}^2}\right)$$

$$g_{\mathrm{Q}} = 6.67\times10^{-11}\times\left(-\frac{5}{0.4^2} + \frac{10}{0.6^2}\right) = -2.32\times10^{-10}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}} \text{ (en sentido hacia A)}$$

---

b.

$$W_{\mathrm{Q}\to\mathrm{S}} = -\Delta E_{\mathrm{P}} = E_{\mathrm{PQ}} - E_{\mathrm{PS}}$$

$$E_{\mathrm{PQ}} = -Gm\left(\frac{m_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AQ}}} + \frac{m_{\mathrm{B}}}{d_{\mathrm{BQ}}}\right) \quad E_{\mathrm{PS}} = -Gm\left(\frac{m_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AS}}} + \frac{m_{\mathrm{B}}}{d_{\mathrm{BS}}}\right) \implies W_{\mathrm{Q}\to\mathrm{S}} = Gm\left(\frac{m_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AS}}} + \frac{m_{\mathrm{B}}}{d_{\mathrm{BS}}} - \frac{m_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AQ}}} - \frac{m_{\mathrm{B}}}{d_{\mathrm{BQ}}}\right)$$

$$W_{\mathrm{Q}\to\mathrm{S}} = 6.67\times10^{-11}\times0.1\times8.33 = 5.6\times10^{-11}\ \mathrm{J}$$

El trabajo es positivo, luego la bola se desplaza de manera espontánea bajo la acción de la fuerza del campo gravitatorio.

---

c. Supongamos que el punto de equilibrio es un punto P, y d_{AP} la distancia entre la esfera A y el punto P:

$$\sum \vec{F} = 0 \implies \vec{F}_{\mathrm{A}} + \vec{F}_{\mathrm{B}} = 0 \implies \frac{-Gm\,m_{\mathrm{A}}}{d_{\mathrm{AP}}^2} + \frac{Gm\,m_{\mathrm{B}}}{(1-d_{\mathrm{AP}})^2} = 0 \implies d_{\mathrm{AP}} = \frac{1}{\left(1+\sqrt{m_{\mathrm{B}}/m_{\mathrm{A}}}\right)}$$

$$d_{\mathrm{AP}} = 0.414\ \mathrm{m}$$

3. Dos cargas puntuales con cargas q_1 = +10 μC y q_2 = -40 μC se disponen en el vacío en posiciones fijas separadas 1 m una de otra. Determinar:
   a. Un punto A donde se anule el campo eléctrico. (1 punto)
   b. Un punto B donde sea nulo el potencial eléctrico. (0.75 puntos)
   c. El trabajo para trasladar un protón desde el punto A al punto B. (0.75 puntos)

Datos: K = 9×10^9 N·m^2·C^{-2}; $|q_e| = 1.6\times10^{-19}$ C; $m_p = 1.7\times10^{-27}$ kg

---

SOLUCIÓN

a. Si suponemos que la carga q_2 está a la derecha de la carga q_1, el campo eléctrico se anulara en algún punto A situado a la izquierda de la carga q_1.

$$E_{1\mathrm{A}} + E_{2\mathrm{A}} = 0 \;\Rightarrow\; K\frac{q_1}{d_\mathrm{A}^2} + K\frac{q_2}{(d_\mathrm{A}+1)^2} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{q_1}{d_\mathrm{A}^2} = -\frac{q_2}{(d_\mathrm{A}+1)^2}$$

$$q_1(d_\mathrm{A}+1)^2 = -q_2 d_\mathrm{A}^2 \;\Rightarrow\; 1(d_\mathrm{A}+1)^2 = 4d_\mathrm{A}^2 \;\Rightarrow\; d_\mathrm{A}+1 = 2d_\mathrm{A} \;\Rightarrow\; d_\mathrm{A} = 1\ \mathrm{m}$$

---

b. El potencial eléctrico se anulará en un punto situado a la izquierda de la carga q_1, y en otro punto situado entre ambas cargas:

$$V_{1\mathrm{B}} + V_{2\mathrm{B}} = 0 \;\Rightarrow\; K\frac{q_1}{d_\mathrm{B}} + K\frac{q_2}{d_\mathrm{B}+1} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{q_1}{d_\mathrm{B}} = -\frac{q_2}{d_\mathrm{B}+1}$$

$$q_1(d_\mathrm{B}+1) = -q_2 d_\mathrm{B} \;\Rightarrow\; 1(d_\mathrm{B}+1) = 4d_\mathrm{B} \;\Rightarrow\; 3d_\mathrm{B} = 1 \;\Rightarrow\; d_\mathrm{B} = 0.33\ \mathrm{m}$$

$$V_{1\mathrm{B}} + V_{2\mathrm{B}} = 0 \;\Rightarrow\; K\frac{q_1}{d_\mathrm{B}} + K\frac{q_2}{1-d_\mathrm{B}} = 0 \;\Rightarrow\; \frac{q_1}{d_\mathrm{B}} = -\frac{q_2}{1-d_\mathrm{B}}$$

$$q_1(1-d_\mathrm{B}) = -q_2 d_\mathrm{B} \;\Rightarrow\; 1(1-d_\mathrm{B}) = 4d_\mathrm{B} \;\Rightarrow\; 5d_\mathrm{B} = 1 \;\Rightarrow\; d_\mathrm{B} = 0.2\ \mathrm{m}$$

---

c.

$$E_{PA} = q_p(V_{A1}+V_{A2}) = Kq_p\left(\frac{q_1}{d_{A1}} + \frac{q_2}{d_{A2}}\right) = 9\times10^9 \times 1.6\times10^{-19} \times 1\times10^{-5} \times \left(1 - \frac{4}{2}\right)$$

$$E_{PA} = -1.44\times10^{-14}\ \mathrm{J}$$

$$E_{PB} = q_p(V_{B1}+V_{B2}) = 0$$

$$W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -\Delta E_\mathrm{P} = E_\mathrm{PA} - E_\mathrm{PB} \;\Rightarrow\; W_{\mathrm{A}\to\mathrm{B}} = -1.44\times10^{-14}\ \mathrm{J}$$

W < 0, luego se debe realizar trabajo externo para trasladar al protón del punto A al punto B.

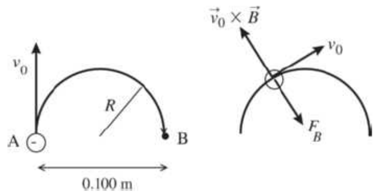
4. Un electrón se mueve con velocidad constante $v_0 = 1.41\times10^6$ m/s a lo largo del eje +y. Calcule:
   a. El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que habría que aplicar para que el electrón describiera una trayectoria circular de diámetro 10 cm en sentido horario. (1 punto)
   b. El módulo, la dirección y el sentido de la fuerza que actúa sobre el electrón. (0.75 puntos)
   c. Calcule el radio de la trayectoria y el sentido de giro de un protón bajo la acción del mismo campo magnético. (0.75 puntos)

Datos: $|q_e| = 1.6\times10^{-19}$ C; $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg; $m_p = 1.7\times10^{-27}$ kg

---

SOLUCIÓN

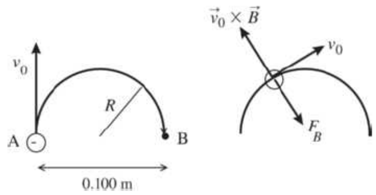
a. El sentido del campo magnético debe ser a lo largo del eje +z.



$$F_{\mathrm{M}} = F_{\mathrm{C}} \implies |q_{\mathrm{e}}|v_0 B = m_{\mathrm{e}}\frac{v_0^2}{R} \implies B = \frac{m_{\mathrm{e}}v_0}{|q_{\mathrm{e}}|R} = \frac{9.1\times10^{-31}\times1.41\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}\times0.05} = 1.6\times10^{-4}\ \mathrm{T}$$

---

b. Un electrón tiene carga negativa, luego el sentido de la fuerza es opuesto al del producto vectorial de la velocidad por el campo magnético.



$$F_M = |q_{\mathrm{e}}|v_0 B = 1.6\times10^{-19}\times1.41\times10^{6}\times1.6\times10^{-4} = 3.6\times10^{-17}\ \mathrm{N}$$

---

c. El sentido de giro del protón bajo la acción del mismo campo magnético será ahora antihorario puesto que la carga del protón es positiva y el sentido de la fuerza es el mismo que el del producto vectorial de la velocidad por el campo magnético.

$$B = \frac{m_{\mathrm{p}}v_0}{|q_{\mathrm{e}}|R} \implies R = \frac{m_{\mathrm{p}}v_0}{|q_{\mathrm{e}}|B} = \frac{1.7\times10^{-27}\times1.41\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}\times1.6\times10^{-4}} \implies R = 94\ \mathrm{m}$$

5. Nos encontramos situados cerca de un pájaro que emite sonido con una potencia constante y lo consideramos como una fuente puntual. Si nos movemos a otra posición situada al doble de distancia respecto del pájaro:
   a. ¿Qué relación existe entre la intensidad de la onda sonora que percibimos en la posición inicial y la percibida en la posición final? (0.75 puntos)
   b. ¿Cuántos decibelios decrece la intensidad sonora (sonoridad) al cambiar de posición? (0.75 puntos)

   Energía de las ondas de radio:
   c. Determine la relación entre la energía de una onda de radio de una emisora FM que emite a 104 MHz con la de una emisora AM que emite a 160 kHz. (1 punto)

Dato: $h = 6.626 \times 10^{-34}$ J·s

SOLUCIÓN

a. (i) $P_1 = P_2$ $\quad I_1 S_1 = I_2 S_2$ $\qquad I_1 \times 4\,\pi\, r_1^2 = I_2 \times 4\,\pi\, r_2^2$

Las ondas sonoras son ondas esféricas, luego:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} = \frac{(2r_1)^2}{r_1^2} \implies I_1 = 4I_2$$

---

b.

$$dB_1 = 10\,\log\frac{I_1}{I_0} \qquad dB_2 = 10\,\log\frac{I_2}{I_0}$$

$$dB_1 - dB_2 = 10 \times \left(\log\frac{I_1}{I_0} - \log\frac{I_2}{I_0}\right) = 10 \times \log\frac{I_1}{I_2} = 10 \times \log 4 \implies dB_1 - dB_2 = 6.02 \text{ dB}$$

---

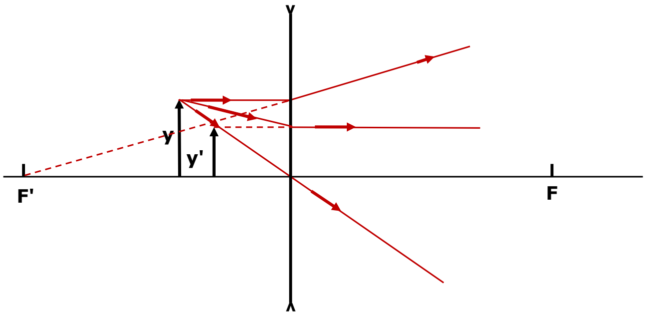
c. $E_1 = h\,\nu_1$ $\qquad E_2 = h\,\nu_2$

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\nu_1}{\nu_2} = \frac{104 \times 10^6}{160 \times 10^3} \implies E_1 = 650\,E_2$$

6. Un objeto de 7 cm de altura se coloca 10 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de distancia focal 25 cm.
   a. Dibuje el diagrama de rayos principales mostrando la formación de la imagen. (1.5 puntos)
   b. Determine: la posición, la orientación, el tamaño y la naturaleza de la imagen. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.



---

b.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \implies \frac{1}{s'} - \frac{1}{(-0.1)} = \frac{1}{(-0.25)} \implies \frac{1}{s'} = -14 \implies s' \cong -7\text{ cm} \ \ (\text{imagen virtual})$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \implies y' = \frac{-1/_{14}}{-1/_{10}} y \implies y' = \frac{5}{7} y \quad (\text{Derecha})$$

$$y' = \frac{5}{7} y = \frac{5}{7} \times 7 \implies y' = 5\text{ cm} \quad (\text{Menor})$$

7. Un electrón posee una energía cinética de 25 eV. Calcule:
   a. La longitud de onda asociada al electrón. (1 punto)
   b. La longitud de onda de un fotón con la misma energía de 25 eV. (1 punto)
   c. La longitud de onda de De Broglie asociada a una partícula de masa, *m* = 0.005 μg con la misma velocidad que el electrón de los apartados anteriores (0.5 puntos)

Datos: $m_e = 9.1\times10^{-31}$ kg; $h = 6.626\times10^{-34}$ J·s; $|q_e| = 1.6\times10^{-19}$ C

SOLUCIÓN

a.

$$E_{\mathrm{C}} = \frac{1}{2} m_{\mathrm{e}} v_{\mathrm{e}}^2 \;\Longrightarrow\; v_{\mathrm{e}} = \sqrt{\frac{2E_{\mathrm{C}}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \times 25 \times 1.6 \times 10^{-19}}{9.1 \times 10^{-31}}} = 2.96 \times 10^{6}\ \mathrm{m/s}$$

$$\lambda_{\mathrm{e}} = \frac{h}{m_{\mathrm{e}} v_{\mathrm{e}}} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 2.96 \times 10^{6}} \;\Longrightarrow\; \lambda_{\mathrm{e}} = 2.46 \times 10^{-10}\ \mathrm{m}$$

---

b.

$$E = \frac{hc}{\lambda} \;\Longrightarrow\; \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{25 \times 1.6 \times 10^{-19}} \;\Longrightarrow\; \lambda = 4.97 \times 10^{-8}\ \mathrm{m}$$

---

c.

$$\lambda_{\text{particula}} = \frac{h}{m_{\text{particula}} v} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{5 \times 10^{-12} \times 2.96 \times 10^{6}} \;\Longrightarrow\; \lambda_{\text{particula}} = 4.48 \times 10^{-29}\ \mathrm{m}$$

8. El isótopo más común del uranio ($Z = 92$) es el ^{238}U, tiene un periodo de semidesintegración de 4.47×10^{9} años y decae a ^{234}Th mediante emisión de una partícula alfa.
   a. Escriba la reacción de decaimiento prevista para el ^{238}U señalando el número atómico del Torio. (1 punto)
   b. Calcule la constante de desintegración radiactiva. (1 punto)
   c. Determine el tiempo que debe transcurrir para que la actividad de una muestra de un mineral que contiene ^{238}U se reduzca a la mitad. (0.5 puntos)

Dato: $N_A = 6.022\times10^{23}$ átomos·mol^{-1}

SOLUCIÓN

a. La reacción será:

$$^{238}_{92}U \;\rightarrow\; ^{234}_{90}Th + \alpha$$

---

b. Es conveniente en primer lugar convertir el período de semidesintegración a segundos y luego calcular la constante de desintegración, λ:

$$T_{1/2} = 4.47\times10^{9}\times365\times86400 = 1.41\times10^{17}\ \mathrm{s} \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{Ln2}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{1.41\times10^{17}}$$

$$\lambda = 4.91\times10^{-18}\ \mathrm{s}^{-1}$$

---

c. La actividad final, A, es la mitad de la inicial, A_0, por tanto:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = \frac{A_0}{2} \;\Rightarrow\; e^{-\lambda t} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; e^{\lambda t} = 2 \;\Rightarrow\; \lambda t = Ln2 \;\Rightarrow\; t = \frac{Ln2}{\lambda} = T_{1/2} = 1.41\times10^{17}\ \mathrm{s}$$