

**SELECTIVIDAD FÍSICA ARAGÓN. 2019. SEPTIEMBRE. A**

1. Un muelle de constante  $k=125 \text{ N/m}$  tiene un extremo fijo y, en el otro, se sujeta una masa  $m = 200 \text{ g}$  que puede deslizar sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Alargando el muelle se desplaza la masa  $12 \text{ cm}$  de la posición de equilibrio, y a continuación se suelta. Determine:

- a) El periodo y la frecuencia angular (o pulsación) del movimiento armónico resultante. Escriba también la ecuación del movimiento tomando como  $t=0$  el instante en el que se ha soltado la masa.
- b) La velocidad máxima de la masa y los valores máximos de la energía cinética y potencial alcanzados durante el movimiento.

a)  $K = 125 \text{ N/m}$ ,  $m = 0,2 \text{ kg}$ ,  $A = 0,12 \text{ m}$ .

$$K = m \cdot \omega^2 \quad \omega = \sqrt{K/m} = \sqrt{125/0,2} = 25 \text{ rad/s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{25} = 0,25 \text{ s}$$

Si el movimiento comienza con la máxima elongación, deducimos que la fase inicial es  $\pi/2 \text{ rad}$ .

$$x = A \text{ sen } (\omega t + \varphi) \quad x = 0,12 \text{ sen } (25t + \pi/2)$$

b)

$$v = \frac{dx}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad v_{max} = A \cdot \omega = 0,12 \cdot 25 = 3 \text{ m/s}$$

$$E_{c_{max}} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_{max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,2 \cdot 3^2 = 0,9 \text{ J} \quad E_{p_{max}} = E_{c_{max}} = 0,9 \text{ J} \quad E_p = \frac{1}{2} \cdot K \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot 125 \cdot 0,12^2 = 0,9 \text{ J}$$

2. a) Explique el concepto de energía potencial gravitatoria. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa  $m$  situada a una distancia  $r$  de otra partícula de masa  $M$ ?

El 4 de octubre de 1957 se lanzó al espacio el primer satélite artificial, el Sputnik, que describió una órbita a 586 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Suponiendo que esta órbita era circular y sabiendo que la masa del Sputnik era 83,6 kg, calcule:

b) El período de rotación del satélite en la órbita que describió alrededor de la Tierra y la velocidad a la que iba el Sputnik.

c) La intensidad del campo gravitatorio en su órbita y la energía mecánica del satélite.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

a) El campo gravitatorio es un campo conservativo. Y como todos los campos conservativos tiene una energía potencial asociada. De tal modo que el trabajo efectuado por la fuerza gravitatoria es igual al incremento de energía potencial cambiado de signo. La energía potencial gravitatoria es la energía que posee un cuerpo por estar situado en una posición determinada dentro de un campo gravitatorio. Su unidad es el julio, J.

La energía potencial que nos piden es igual a:

$$E_p = -G \cdot \frac{M \cdot m}{r}$$

El 4 de octubre de 1957 se lanzó al espacio el primer satélite artificial, el Sputnik, que describió una órbita a 586 km de altura sobre la superficie de la Tierra. Suponiendo que esta órbita era circular y sabiendo que la masa del Sputnik era 83,6 kg, calcule:

b) El período de rotación del satélite en la órbita que describió alrededor de la Tierra y la velocidad a la que iba el Sputnik.

c) La intensidad del campo gravitatorio en su órbita y la energía mecánica del satélite.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ ;  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$ ;  $R_{\text{Tierra}} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

b) Para deducir el periodo de rotación del satélite igualamos la fuerza de atracción gravitatoria con la centrípeta. Tendremos en cuenta que la velocidad del satélite es constante porque su trayectoria es circular.

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad F_g = F_c \quad \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad \frac{G \cdot M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (6,956 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}} = 5772 \text{ s} \quad v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 6,956 \cdot 10^6}{5772} = 7572 \text{ m/s}$$

c)

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24}}{(6,956 \cdot 10^6)^2} = 8,24 \text{ N/kg}$$

$$Em = Ec + Ep = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \frac{G \cdot M}{r} - \frac{G \cdot M \cdot m}{r} = -\frac{G \cdot M \cdot m}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,98 \cdot 10^{24} \cdot 83,6}{2 \cdot 6,956 \cdot 10^6}$$

$$Em = -2,4 \cdot 10^9 \text{ J}$$

3. a) Escriba y comente la Ley de Coulomb.

Tres cargas eléctricas puntuales y positivas se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $\sqrt{3}$  m. Dos de ellas tienen carga  $q$  y la tercera tiene carga  $2q$ , siendo  $q=10^{-4}$  C. calcule:

b) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto medio del lado en el que se encuentran las cargas más pequeñas (punto P).

c) El trabajo que debe realizarse para trasladar la carga  $2q$  desde el vértice donde se encuentra hasta el punto P.

Dato:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$

a) Ley de Coulomb: Dos partículas cargadas y en reposo se atraen o se repelen con una fuerza eléctrica cuyo valor o módulo es directamente proporcional al producto de los valores absolutos de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Si son del mismo signo se repelen y si son de distinto signo se atraen.

$$\vec{F} = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \qquad F = K \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2}$$

La constante de proporcionalidad  $K$  recibe el nombre de constante eléctrica y su valor en el vacío es  $9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ .

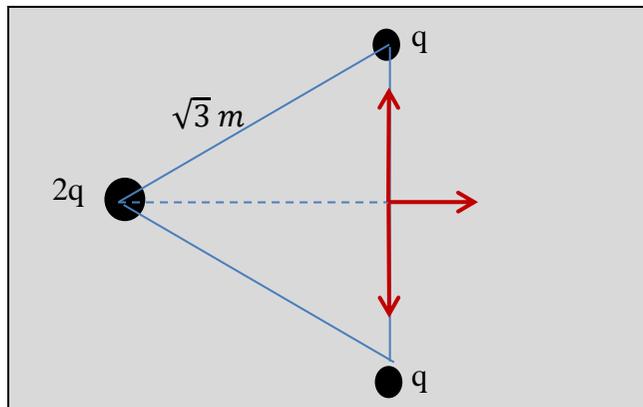
El valor de  $K$  depende del medio que rodea a las cargas. En los medios materiales el valor de  $K$  es menor que en el vacío, de donde se deduce que la fuerza electrostática entre dos cargas cualesquiera  $q_1$  y  $q_2$  situadas a una distancia  $r$  es mayor en el vacío que en cualquier medio material.

Tres cargas eléctricas puntuales y positivas se encuentran situadas en los vértices de un triángulo equilátero de lado  $\sqrt{3}$  m. Dos de ellas tienen carga  $q$  y la tercera tiene carga  $2q$ , siendo  $q=10^{-4}$  C. calcule:

b) El campo eléctrico y el potencial eléctrico en el punto medio del lado en el que se encuentran las cargas más pequeñas (punto P).

c) El trabajo que debe realizarse para trasladar la carga  $2q$  desde el vértice donde se encuentra hasta el punto P.

Dato:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$



$$\text{Pitágoras: } (\sqrt{3})^2 = (\sqrt{3}/2)^2 + h^2 \quad h^2 = 3 - \frac{3}{4} = \frac{9}{4} \quad h = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ m}$$

Como no nos dicen la orientación del triángulo solo calcularé el módulo del campo eléctrico. Los campos eléctricos creados por las cargas  $q$  se anulan entre sí.

$$E = \frac{K \cdot q}{r^2} \quad E = E_3 = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{1,5^2} = 8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$V = V_1 + V_2 + V_3 = K \cdot \left( \frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} \right) = 9 \cdot 10^9 \cdot \left( \frac{10^{-4}}{\sqrt{3}/2} + \frac{10^{-4}}{\sqrt{3}/2} + \frac{2 \cdot 10^{-4}}{1,5} \right) = 3,28 \cdot 10^6 \text{ J/C}$$

c) El trabajo que debe realizarse para trasladar la carga  $2q$  desde el vértice donde se encuentra hasta el punto P.

Calculamos el potencial eléctrico creado por las dos cargas  $q$  en los puntos inicial y final de la trayectoria de  $2q$ .

$$V_i = V_1 + V_2 = 2V_1 = 2 \cdot K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1}\right) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \left(\frac{10^{-4}}{\sqrt{3}}\right) = 1,039 \cdot 10^6 \text{ J/C}$$

$$V_f = V_1 + V_2 = 2V_1 = 2 \cdot K \cdot \left(\frac{q_1}{r_1}\right) = 2 \cdot 9 \cdot 10^9 \left(\frac{10^{-4}}{\sqrt{3}/2}\right) = 2,078 \cdot 10^6 \text{ J/C}$$

El trabajo externo que se debe realizar para trasladar la carga es igual al incremento de la energía potencial de la carga  $2q$ . El trabajo efectuado por el campo eléctrico tiene el mismo valor absoluto, pero signo opuesto.

$$W = q_3 \cdot \Delta V = 2 \cdot 10^{-4} \cdot (2,078 \cdot 10^6 - 1,039 \cdot 10^6) = 207,8 \text{ J}$$

$$W_c = -207,8 \text{ J}$$

4. a) Enuncie y explique la Ley de desintegración exponencial radiactiva.

Un gramo de unos restos óseos contiene  $9,5 \times 10^8$  átomos de carbono 14 (C-14). El análisis de una muestra actual de características similares revela que en el momento de la muerte de los animales los huesos tenían  $6,9 \times 10^9$  átomos de C-14 por cada gramo.

b) Calcule la constante de desintegración y determine la antigüedad de los restos si sabemos que el período de semidesintegración del C-14 es de 5730 años.

La actividad de una muestra radiactiva es proporcional al número de núcleos radiactivos y a una constante radiactiva ( $\lambda$ ) que solo depende de la naturaleza del núcleo considerado. También podemos definirla como la velocidad con la que disminuye el número de núcleos radiactivos.

$$A = \lambda \cdot N \qquad A = -\frac{dN}{dt}$$

La actividad, A, es el número de desintegraciones que se producen en la unidad de tiempo. Su unidad es el Bq.  $\lambda$ , es la constante radiactiva y representa la probabilidad de que se desintegre un núcleo en la unidad de tiempo. Su unidad es el  $s^{-1}$ .

N, es el número de núcleos radiactivos.

Si integramos la segunda ecuación podemos llegar a:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

Donde  $N_0$  es el número inicial de núcleos radiactivos. Sustituyendo N por  $N_0/2$ , el tiempo, al que llamamos periodo de semidesintegración,  $T_{1/2}$ , es igual a:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Un gramo de unos restos óseos contiene  $9,5 \times 10^8$  átomos de carbono 14 (C-14). El análisis de una muestra actual de características similares revela que en el momento de la muerte de los animales los huesos tenían  $6,9 \times 10^9$  átomos de C-14 por cada gramo.

b) Calcule la constante de desintegración y determine la antigüedad de los restos si sabemos que el período de semidesintegración del C-14 es de 5730 años.

b)  $N = 9,5 \times 10^8$  átomos,  $N_0 = 6,9 \times 10^9$  átomos,  $\lambda?$ ,  $t?$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{5730} = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ años}^{-1} = \frac{1,21 \cdot 10^{-4}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 3,84 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1}$$

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad \ln(N/N_0) = -\lambda t \quad t = -\frac{\ln(N/N_0)}{\lambda} = -\frac{\ln(9,5 \cdot 10^8 / 6,9 \cdot 10^9)}{1,21 \cdot 10^{-4}} = 16387 \text{ años}$$

**SELECTIVIDAD FÍSICA ARAGÓN. 2019. SEPTIEMBRE. B.**

1. Las cuerdas de una guitarra vibran entre dos puntos fijos. Considere que la cuerda de una guitarra mide 0,65 m de longitud y vibra con una frecuencia fundamental de 440 Hz.

a) ¿Cuál es la longitud de onda del armónico fundamental? Calcule la velocidad de propagación de las ondas que, por superposición, han generado la onda estacionaria de la cuerda.

b) Calcule la frecuencia del segundo armónico y dibuje el perfil de su onda estacionaria indicando en qué posiciones de la cuerda se localizan nodos y vientres.

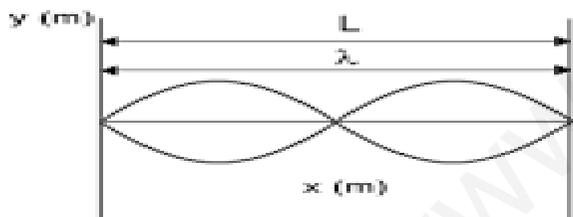
a) Cuando la cuerda vibra con su frecuencia fundamental, la longitud de onda es el doble de la longitud de la cuerda.

$$\lambda = 2 \cdot L = 2 \cdot 0,65 = 1,3 \text{ m} \qquad v = \lambda \cdot f = 1,3 \cdot 440 = 572 \text{ m/s}$$

b)

En el segundo armónico la longitud de onda es igual a la longitud de la cuerda.

$$\lambda = 0,65 \text{ m} \qquad v = \lambda \cdot f \qquad f_2 = \frac{572}{0,65} = 880 \text{ Hz}$$



Los nodos se encuentran en los puntos:  $0 \text{ m}$ ,  $0,325 \text{ m}$  y  $0,65 \text{ m}$

Los vientres se encuentran en los puntos:  $0,1625 \text{ m}$  y  $0,4875 \text{ m}$

2. a) Enuncie y explique las leyes de Kepler.

b) La Tierra y Venus describen órbitas en torno al Sol, siendo el radio medio de la órbita de Venus 0,72 veces el radio orbital de la Tierra. Suponiendo válida la aproximación de órbitas circulares, calcule la duración del año 'venusiano'.

c) Determine la relación de las velocidades orbitales y el cociente entre los momentos angulares de la Tierra y de Venus, con respecto al centro del Sol.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $M_{\text{Venus}} = 4,87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , año terrestre = 365 días.

**Primera Ley de Kepler (Ley de las órbitas)** Todos los planetas describen en torno al Sol órbitas elípticas, estando el Sol situado en uno de los focos de las elipses. Según esta ley, en realidad todas las órbitas planetarias son rigurosamente elípticas, pero solamente las órbitas de Mercurio y de Plutón poseen una excentricidad o achatamiento elevado. Las órbitas de los demás planetas poseen una excentricidad o achatamiento pequeño, por lo que pueden ser consideradas aproximadamente circulares, estando el Sol situado en el centro de las circunferencias.

**Segunda Ley de Kepler (Ley de las áreas)** El área barrida por el vector de posición de cada planeta respecto al Sol es directamente proporcional al tiempo transcurrido. Su expresión matemática es:  $\Delta S = v_a \cdot \Delta t$ . La constante de proporcionalidad  $v_a$  tiene un valor determinado para cada planeta, se denomina velocidad areolar y representa el área barrida por el vector de posición del planeta por unidad de tiempo.

El significado o consecuencia de esta Ley es que la velocidad lineal escalar o celeridad de cada planeta es mayor cuando el planeta está cerca del Sol y menor cuando el planeta está lejos del Sol. De esta forma, para una órbita elíptica la celeridad del planeta es máxima en el Perihelio, P, y mínima en el Afelio, A. Si la órbita se supone circular, la celeridad del planeta es constante.

**Tercera Ley de Kepler (Ley de los periodos)** Los cuadrados de los periodos de revolución de los planetas, en torno al Sol, son directamente proporcionales a los cubos de los radios medios de sus órbitas respecto al Sol. Su expresión matemática es:

$$T^2 = K \cdot r_m^3$$

$$\text{órbita elíptica: } T^2 = K \cdot a^3$$

$$\text{órbita circular: } T^2 = K \cdot r^3$$

Donde  $a$  es el semieje mayor de la elipsis y  $r$  el radio de la circunferencia.

b) La Tierra y Venus describen órbitas en torno al Sol, siendo el radio medio de la órbita de Venus 0,72 veces el radio orbital de la Tierra. Suponiendo válida la aproximación de órbitas circulares, calcule la duración del año ‘venusiano’.

c) Determine la relación de las velocidades orbitales y el cociente entre los momentos angulares de la Tierra y de Venus, con respecto al centro del Sol.

Datos:  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .  $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;  $M_{\text{Venus}} = 4,87 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , año terrestre = 365 días.

b) Igualamos la fuerza gravitatoria y la fuerza centrípeta. Tenemos en cuenta que la velocidad orbital es constante.

$$F_g = F_c \quad \frac{G \cdot M \cdot m}{r^2} = \frac{m \cdot v^2}{r} \quad v^2 = G \cdot M / r \quad v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r^3}{G \cdot M}}$$

$$\frac{T_{\text{Venus}}}{T_{\text{Tierra}}} = \frac{\sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r_v^3}{G \cdot M}}}{\sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot r_T^3}{G \cdot M}}} = \sqrt{\frac{r_v^3}{r_T^3}} = \sqrt{\frac{(0,72 \cdot r_T)^3}{r_T^3}} = \sqrt{0,72^3} \quad T_{\text{Venus}} = \sqrt{0,72^3} \cdot 365 = 223 \text{ días}$$

c)

$$\frac{v_T}{v_V} = \frac{\sqrt{G \cdot M / r_T}}{\sqrt{G \cdot M / r_V}} = \sqrt{r_V / r_T} = \sqrt{0,72 \cdot r_T / r_T} = 0,85$$

El momento angular de los planetas que giran alrededor de un punto es:  $L = m \cdot r \cdot v$

$$\frac{L_T}{L_V} = \frac{M_T \cdot r_T \cdot v_T}{M_V \cdot r_V \cdot v_V} = \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot r_T}{4,87 \cdot 10^{24} \cdot 0,72 \cdot r_T} \cdot 0,85 = 1,45$$

3. a) Escriba la expresión de la Fuerza de Lorentz que actúa sobre una partícula de carga  $q$  que se mueve con velocidad  $\vec{v}$  en una región donde hay un campo magnético  $\vec{B}$ . Explique las características de esta fuerza.

Un protón que lleva una velocidad de  $1,00 \times 10^5$  m/s según el sentido positivo del eje  $x$  entra en un espectrómetro de masas en el que hay un campo magnético  $\vec{B} = 1,00 \times 10^{-2} T \vec{k}$ .

b) Calcule la fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre el protón. Determine el radio de su trayectoria.

c) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) necesario para que, si entra un electrón con la misma velocidad que el protón en el espectrómetro, describa la misma trayectoria.

Datos:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ ; carga del protón  $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; carga del electrón  $q_e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; masa del electrón  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ; masa del protón  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

a) Una carga que se mueve en el seno de un campo magnético, sufre una fuerza que viene dada por la expresión de Lorentz y que es el producto de la carga por el producto vectorial de la velocidad por el campo magnético:

$$\vec{F} = q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

La fuerza es perpendicular a los dos vectores velocidad y campo magnético.

Al ser perpendicular a la trayectoria, la fuerza no realiza trabajo, por lo que la velocidad de la carga permanece constante.

Cuando la velocidad y el campo tienen la misma dirección la fuerza ejercida por el campo es nula, por lo que la carga realiza un movimiento rectilíneo y uniforme.

Si la velocidad y el campo son perpendiculares, la fuerza hace que la trayectoria sea circular.

Si la trayectoria y el campo forman un ángulo distinto a los citados, la trayectoria es helicoidal, ya que la velocidad se puede descomponer en una componente perpendicular y otra paralela al campo.

El sentido de giro se deduce con la regla de la mano izquierda. El sentido de giro es el opuesto si la carga es negativa.

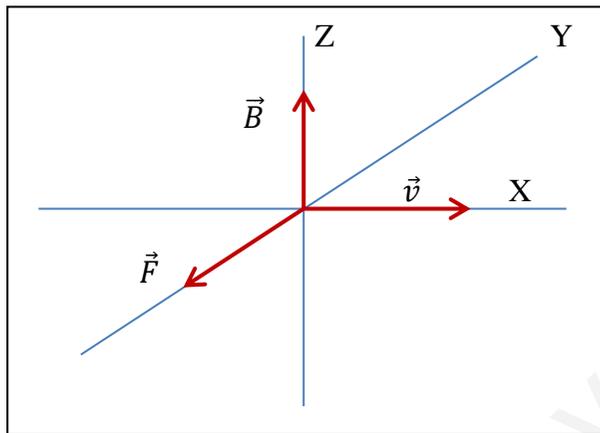
Un protón que lleva una velocidad de  $1,00 \times 10^5$  m/s según el sentido positivo del eje x entra en un espectrómetro de masas en el que hay un campo magnético  $\vec{B} = 1,00 \times 10^{-2} T \vec{k}$ .

b) Calcule la fuerza (módulo, dirección y sentido) que actúa sobre el protón. Determine el radio de su trayectoria.

c) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) necesario para que, si entra un electrón con la misma velocidad que el protón en el espectrómetro, describa la misma trayectoria.

Datos:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ ; carga del protón  $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; carga del electrón  $q_e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; masa del electrón  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ; masa del protón  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

b)



$$F = |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^5 \cdot 0,01 \cdot 1 = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ N} \quad \vec{F} = -1,6 \cdot 10^{-16} \vec{j} \text{ N}$$

La fuerza tiene el sentido negativo del eje Y. Su dirección es la del eje Y.

c) Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) necesario para que, si entra un electrón con la misma velocidad que el protón en el espectrómetro, describa la misma trayectoria.

Datos:  $k = 1/(4\pi\epsilon_0) = 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$ ; carga del protón  $q_p = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; carga del electrón  $q_e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ ; masa del electrón  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ ; masa del protón  $m_p = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$

Las trayectorias de las dos partículas deben tener el mismo radio. Deducimos la expresión del radio de curvatura igualando la fuerza ejercida por el campo magnético y la fuerza centrípeta.

$$F_B = F_c \quad |q| \cdot v \cdot B \cdot \text{sen}\alpha = \frac{m \cdot v^2}{R} \quad R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \text{sen}\alpha}$$

$$R_p = R_e \quad \frac{m_p \cdot v}{|q| \cdot B_1 \cdot \text{sen}\alpha} = \frac{m_e \cdot v}{|q| \cdot B_2 \cdot \text{sen}\alpha} \quad \frac{m_p}{B_1} = \frac{m_e}{B_2} \quad B_2 = \frac{m_e \cdot B_1}{m_p}$$

$$B_2 = \frac{m_e \cdot B_1}{m_p} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 0,01}{1,67 \cdot 10^{-27}} = 5,46 \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Como el electrón tiene carga opuesta al protón, el sentido del campo magnético también debe tener sentido opuesto al inicial para que la fuerza tenga el mismo sentido que el del protón. Debe estar orientado hacia la parte negativa del eje Z.

$$\vec{B}_2 = -5,46 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ T}$$

4.- Cuando colocamos un objeto de 1 cm de altura a 12 cm de un espejo esférico cóncavo se forma una imagen virtual a 24 cm del espejo.

- a) ¿Qué tamaño tendrá la imagen? Calcule el radio de curvatura del espejo y su distancia focal.
- b) Dibuje el trazado de rayos correspondiente a la situación descrita.

a)  $y = 1 \text{ cm}$ ,  $s = -12 \text{ cm}$ ,  $s' = 24 \text{ cm}$  (a la derecha por virtual).

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{24} + \frac{1}{-12} = \frac{1}{24} - \frac{2}{24} = -\frac{1}{24} \quad f' = -24 \text{ cm}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad y' = -y \cdot \frac{s'}{s} = -1 \cdot \frac{24}{-12} = 2 \text{ cm}$$

$$R = 2 \cdot f' = 2 \cdot (-24) = -48 \text{ cm}$$

El radio es negativo porque el espejo es cóncavo. Lo mismo ocurre con la distancia focal imagen.

