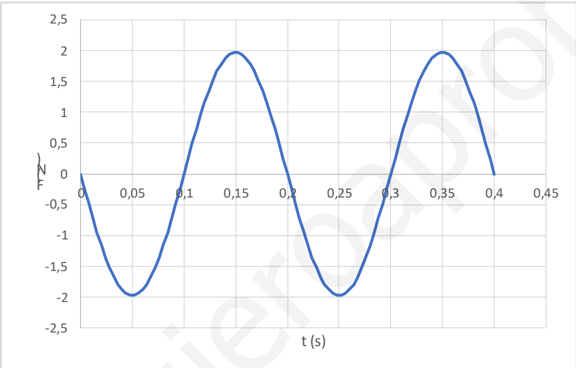
Opción A. Ejercicio 1

Una partícula de masa m = 10 g oscila armónicamente a lo largo del eje OX en la forma $x = A\,sen\omega t$, con A = 0,2 m y $\omega = 10\pi(rad \cdot s^{-1})$.

[a] Determine y represente gráficamente la fuerza que actúa sobre la partícula en función del tiempo para dos periodos completos de la oscilación. *(1 punto)*
[b] Calcule la energía mecánica de la partícula. *(0,5 puntos)*
[c] Determine y represente gráficamente la energía cinética de *m* en función del tiempo para dos periodos completos de la oscilación. *(1 punto)*

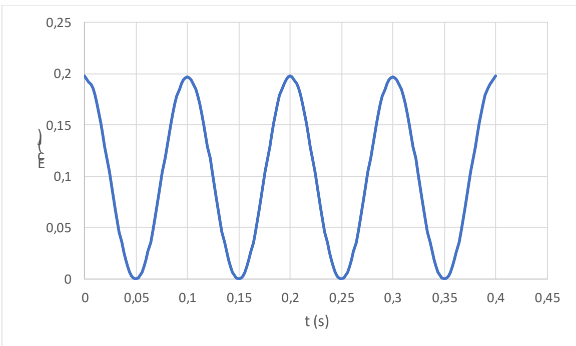
Respuesta

[a] En un MAS la aceleración está relacionada con la elongación mediante: $a = -\omega^2 x$; por otro lado, la 2ª ley de Newton establece que $F = m \cdot a = -m\omega^2 x = -m\omega^2 A\,sen\omega t$. Al sustituir los valores dados queda la función: $F(t) = 0,2\pi^2 sen(10\pi t)$. El periodo de este MAS es $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0,2(s)$, por lo que la representación gráfica debe abarcar el intervalo [0, 0,4] s.



[b] La energía mecánica de la partícula se calcula mediante: $E_M = \frac{1}{2}kA^2$, donde k es la constante recuperadora; como $k = m\omega^2$, queda
$E_M = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \cdot 10^2\pi^2 \cdot 0,2^2 = 0,02\pi^2(J)$.

[c] En primer lugar, se obtiene la expresión de la velocidad como la derivada de la posición con respecto al tiempo: $v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos \omega t$. La energía cinética está dada, entonces, por la función
$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \cos^2\omega t = \frac{1}{2} \cdot 10^{-2} \cdot 10^2\pi^2 \cdot 0,2^2 \cdot \cos^2(10\pi t) = 0,02\pi^2 \cos^2(10\pi t)$.
A continuación se muestra la representación gráfica de esta función:



Se observa que es una función definida positiva y cuyo periodo es la mitad del periodo de oscilación.

☙ Opción A. Ejercicio 2

[a] Momento angular de una partícula respecto de un punto: definición; teorema de conservación. *(1 punto)*

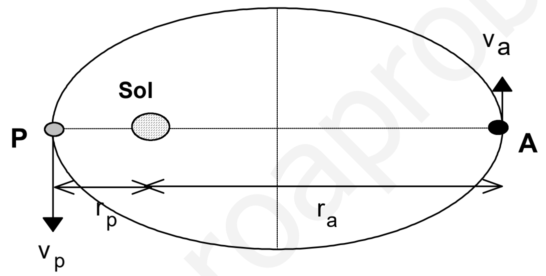
El cometa Halley describe una órbita elíptica de gran excentricidad en torno al Sol. La relación de distancias al Sol en el afelio, R_a, y en el perihelio, R_p, es $R_a/R_p = 62$.

[b] Calcule la relación entre los valores en el afelio y en el perihelio de las siguientes magnitudes del cometa Halley: momento angular respecto al Sol, energía cinética y energía potencial gravitatoria. *(1,5 puntos)*

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] En primer lugar, dibujamos un esquema, muy aproximado, con las posiciones del cometa respecto al Sol:



El cometa evoluciona sometido a la acción de una fuerza central; en consecuencia, el momento angular de Halley respecto al Sol se conserva, por lo que el cociente entre los momentos angulares en el afelio y en el perihelio es 1.

Por otro lado, tenemos que $R_a m v_a = R_p m v_p$; de donde se deduce que: $\frac{R_a}{R_p} = \frac{v_p}{v_a}$; estos cocientes son iguales a 62. Como en el punto P el cometa se encuentra más cerca del Sol que en el punto A, la rapidez en P es mayor que la rapidez en A. La distancia al Sol y la rapidez del cometa son inversamente proporcionales.

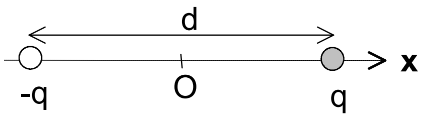
Respecto a la energía cinética tenemos que $\left.\begin{array}{l} E_c(A) = \frac{1}{2} m v_a^2 \\ E_c(P) = \frac{1}{2} m v_p^2 \end{array}\right\} \frac{E_c(A)}{E_c(P)} = \left(\frac{v_a}{v_p}\right)^2 = \left(\frac{1}{62}\right)^2.$

Respecto a la energía potencial se cumple que $\left.\begin{array}{l} E_p(A) = -\frac{GMm}{R_a} \\ E_p(P) = -\frac{GMm}{R_p} \end{array}\right\} \frac{E_p(A)}{E_p(P)} = \frac{R_a}{Rp} = 62.$

Opción A. Ejercicio 3

[a] Explique el concepto de líneas de campo eléctrico y el de superficies equipotenciales. Dibuje las líneas de campo eléctrico y las superficies equipotenciales alrededor de una carga puntual positiva. *(1,5 puntos)*

Un dipolo eléctrico es un sistema formado por dos cargas iguales, pero de signos contrarios. En la figura se muestra un dipolo cuyas cargas, separadas una distancia *d*, se colocan sobre el eje x simétricamente respecto al origen de coordenadas.



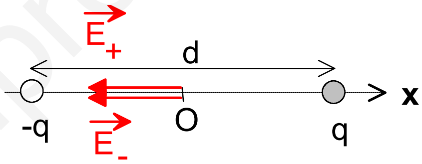
[b] Determine el campo eléctrico (módulo, dirección y sentido) y el potencial eléctrico en el origen de coordenadas. *(1 punto)*

Dato: $K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$, $q = 1\ \mu C$, *d = 1 mm*, $1\ \mu C = 10^{-6}\ C$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Para calcular la intensidad del campo eléctrico en el origen de coordenadas, se dibuja, en primer lugar, los vectores intensidad de campo asociados a las cargas del dipolo. (Estos vectores se han dibujado separados para mayor claridad). Dichos vectores, dada la simetría de la distribución, tienen el mismo módulo: $E_- = E_+ = K\frac{q}{(d/2)^2} = 4K\frac{q}{d^2}$. La intensidad del campo eléctrico resultante tiene un valor que es el doble de dicha magnitud: $E_T = 8K\frac{q}{d^2} = 8 \cdot 9 \cdot 10^9 \frac{10^{-6}}{(10^{-3})^2} = 7,2 \cdot 10^{10} (\frac{N}{C})$. La dirección de la intensidad resultante es el eje x y el sentido hacia la izquierda. En resumen, $\vec{E}_T = -7,2 \cdot 10^{10} \vec{i}\ (\frac{N}{C})$.



A diferencia de la magnitud calculada, el potencial eléctrico es una magnitud escalar y el potencial eléctrico total es la suma de los potenciales individuales; como las cargas son iguales y de signos contrarios y están a la misma distancia del punto O, el potencial eléctrico total es nulo.

Opción A. Ejercicio 4

[a] Enuncie y explique la *Ley de desintegración exponencial radiactiva*. *(1 punto)*

Analizando una muestra de material radiactivo se comprueba que al cabo de un año su actividad es una décima parte de la inicial.

[b] Determine la constante de desintegración del material. *(1 punto)*

[c] Calcule el periodo de semidesintegración. *(0,5 puntos)*

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física. (Me ha gustado lo de *exponencial*).

[b] Se cumple que la actividad del material radiactivo, al cabo de un año, es diez veces inferior a la actividad radiactiva inicial, es decir: $A = \frac{A_o}{10}$. Por otro lado, tenemos que: $A = A_o\, e^{-\lambda t}$,

$\frac{A_o}{10} = A_o\, e^{-\lambda t}$; como t = 1 año, al simplificar dicha igualdad y aplicar logaritmos neperianos a la misma, queda: $-\ln(10) = -\lambda$, el valor de la constante de desintegración es, entonces, $\lambda = \ln(10) = 2,30(año^{-1})$.
El periodo de semidesintegración $T_{1/2}$ está relacionado con la constante de desintegración λ mediante: $T_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda}$, así que $T_{1/2} = \frac{0,693}{2,30} = 0,30(años)$. Se puede analizar este resultado si tenemos en cuenta que, tras tres periodos de semidesintegración (0,90 años) la actividad se habría reducido a la octava parte de la inicial.

Opción B. Ejercicio 1

[a] Explique en qué consiste la *escala decibélica de intensidad acústica (o sonoridad)*. ¿Qué son el umbral de audición y el umbral de dolor? *(1 punto)*

Un altavoz emite en el espacio con una potencia de 1 W uniformemente distribuida en todas las direcciones.

[b] ¿Qué intensidad acústica (medida en dB) recibirá un detector situado a 1 m de distancia del altavoz? ¿A qué distancia habrá que poner el detector paara que mida la mitad de intensidad acústica? *(1,5 puntos)*

Dato: Intensidad umbral del oído humano: $I_o = 10^{-12}\left(\frac{W}{m^2}\right)$.

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física. Conviene distinguir entre *intensidad de la onda sonora* (medida en W/m^2) y *nivel de intensidad sonora* (medido en dB). Los umbrales citados se refieren a la primera.

[b] La intensidad de una onda tridimensional se calcula mediante: $I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2}$, donde P es la potencia y r la distancia a la fuente sonora. En nuestro caso, la intensidad de la onda es: $I = \frac{1(W)}{4\pi(1m)^2} = 7,96 \cdot 10^{-2}\left(\frac{W}{m^2}\right)$, por lo que el nivel de intensidad sonora resulta ser: $\beta = 10\log\frac{I}{I_o} = 10\log\frac{7,96\cdot 10^{-2}}{10^{-12}} = 109(dB)$.
En la segunda pregunta el nivel de intensidad sonora debe ser de 54,5 dB; se calcula entonces a qué intensidad de la onda corresponde mediante $54,5 = 10\log\frac{I}{10^{-12}}$; $5,45 = \log\frac{I}{10^{-12}}$; de la definición de logaritmo se deduce que $10^{5,45} = \frac{I}{10^{-12}}$; $I = 10^{-6,55} = 2,82 \cdot 10^{-7}\left(\frac{W}{m^2}\right)$. Por otro lado, tenemos $r^2 = \frac{P}{4\pi I}$; $r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{1}{4\pi\cdot 2,82\cdot 10^{-7}}} = 531(m)$.

Opción B. Ejercicio 2

Una nave espacial de masa m = 300 kg se encuentra en la superficie de Marte.

[a] Calcule la velocidad de escape de la nave desde la superficie de Marte. *(0,5 puntos)*
Se le comunica a la nave una velocidad vertical inicial de 4 km/s.

[b] Calcule la altura máxima que alcanzará la nave respecto a la superficie de Marte. *(1,5 puntos)*

[c] Calcule el peso de la nave a dicha altura. *(0,5 puntos)*

DATOS: Constante de gravitación universal, G = 6,67·10^{-11} Nm²kg^{-2}; masa y radio de Marte: M_M = 6,42·10^{23} kg, R_M = 3397 km.

Respuesta

[a] La velocidad de escape es la velocidad que hay que comunicar a una partícula en la superficie marciana para que escape de su atracción gravitatoria. Se calcula mediante la aplicación Fde la ley de conservación de la energía mecánica:
$E_{m,\,inicial} = E_{m,\,\infty}$, esto es, $\frac{1}{2}mv_{escape}^2 - G\frac{M_M m}{R_M} = 0$; de donde se deduce que
$v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM_M}{R_M}} = \sqrt{\frac{2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}{3{,}397\cdot 10^6}} = 5,02\cdot 10^3(\frac{m}{s})$.

[b] La nave evoluciona en el campo gravitatorio de Marte, que es un campo conservativo. Se cumple entonces la ley de conservación de la energía mecánica:$E_{m,\,inicial} = E_{m,\,final}$
$\frac{1}{2}mv_o^2 - G\frac{M_M m}{R_M} = 0 - G\frac{M_M m}{r}$; se simplifica la masa m y queda:
$\frac{1}{2}(4\cdot 10^3)^2 - \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}{3{,}397\cdot 10^6} = -\frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 6{,}42\cdot 10^{23}}{r}$; $8\cdot 10^6 - 12,6\cdot 10^6 = -\frac{4{,}28\cdot 10^{13}}{r}$;
$r = \frac{4{,}28\cdot 10^{13}}{4{,}6\cdot 10^6} = 9,3\cdot 10^6(m)$; la altura sobre la superficie es, entonces, $h = r - R_M = 9,3\cdot 10^6 - 3,397\cdot 10^6 = 5,903\cdot 10^6(m)$.

El peso de la nave es la fuerza gravitatoria que Marte ejerce sobre la misma: $F = G\frac{M_M m}{r^2} = 6,67\cdot 10^{-11}\frac{6{,}42\cdot 10^{23}\cdot 300}{(9{,}3\cdot 10^6)^2} = 149(N)$.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba la expresión de la *fuerza de interacción magnética entre corrientes rectilíneas y paralelas.* Explique el significado de cada uno de los términos de la expresión. Basándose en ella, enuncie la definición de *Amperio*. *(1 punto)*

Dos hilos conductores rectos, paralelos y de longitud infinita se encuentran separados una distancia d = 1 m. Por los conductores circulan corrientes en el mismo sentido y la fuerza por unidad de longitud que ejerce un conductor sobre el otro es de 10^{-6} N/m.

[b] Si por el conductor 1 pasa una corriente I_1 = 2 A, calcula la corriente que circula por el conductor 2. *(0,5 puntos)*

[c] Calcule el campo magnético (módulo, dirección y sentido) en el punto P, situado a una distancia d/5 del conductor 2. *(1 punto)*

Dato: : $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}\ m\ kg\ C^{-2}$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

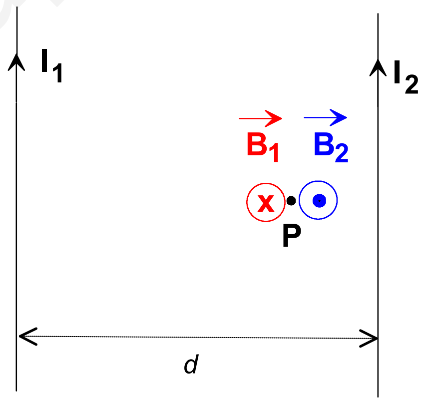
[b] La fuerza que, por unidad de longitud, se ejercen dos corrientes paralelas de intensidades I_1 e I_2, separadas una distancia d, está dada por $\frac{F}{l} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi d}$. Se deduce que la intensidad de corriente en el conductor 2 es: $I_2 = (\frac{F}{l})\frac{2\pi d}{\mu_o I_1} = 10^{-6}\frac{2\pi \cdot 1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2} = 2,5(A)$.

[c] Para calcular dicha magnitud en el punto P, comenzamos dibujando las intensidades del campo magnético, debidas a los dos conductores, en dicho punto. Se trata de vectores perpendiculares al plano del papel con sentidos opuestos, uno hacia adentro y otro hacia afuera. Tienen la misma dirección, se han dibujado separados para mayor claridad. Los módulos de estos vectores son:

$B_1 = 2 \cdot 10^{-7}\frac{2}{0,8} = 5 \cdot 10^{-7}(T)$

$B_2 = 2 \cdot 10^{-7}\frac{2,5}{0,2} = 25 \cdot 10^{-7}(T)$

La intensidad del campo magnético resultante en el punto P vale $2 \cdot 10^{-6}$ (T), su dirección es perpendicular al plano del papel y su sentido hacia afuera.



Opción B. Ejercicio 4

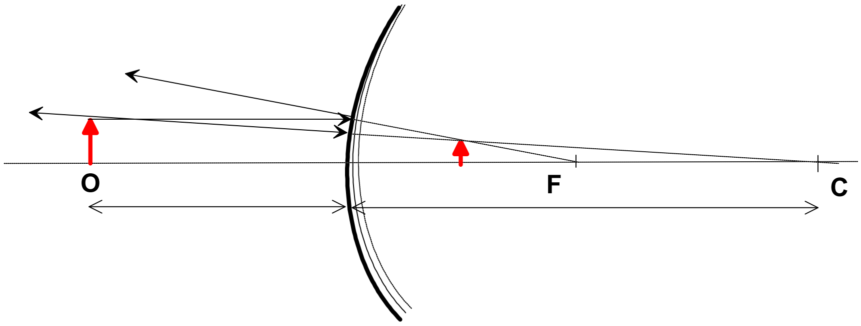
Los espejos de garaje producen siempre una imagen derecha de los objetos, independientemente de su posición respecto al espejo.

[a] ¿Qué tipo de espejo es, convexo o cóncavo? Justifique su respuesta mediante el trazado de rayos.Determine las longitudes de onda del rayo en el agua y en el aceite. *(1,5 puntos)*

[b] Calcule el radio de curvatura de un espejo que permite observar la imagen de un coche, colocado a 3 m de distancia delante del espejo, con la mitad de tamaño que el objeto. *(1 punto)*

Respuesta

[a] El espejo ha de ser convexo que siempre produce una imagen virtual, derecha y de menor tamaño que el objeto, cualquiera que sea su posición.



[b] El aumento en un espejo esférico está dado por $\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$, de donde podemos calcular la posición de la imagen: $s' = \left(\frac{y'}{y}\right)(-s) = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1,5(m)$. Este valor positivo confirma que se trata de una imagen virtual.
Por otro lado, tenemos la ecuación fundamental de los espejos esféricos: $\frac{2}{R} = \frac{1}{s'} + \frac{1}{s}$, de donde se deduce que $\frac{2}{R} = \frac{1}{1,5} + \frac{1}{-3} = \frac{2-1}{3} = \frac{1}{3}$; $R = 6(m)$.