

☞ Opción A. Ejercicio 1

- [a] ¿Qué es una onda estacionaria? Explique qué condiciones debe cumplirse para que se forme una onda estacionaria en una cuerda con los dos extremos fijos. (1 punto)

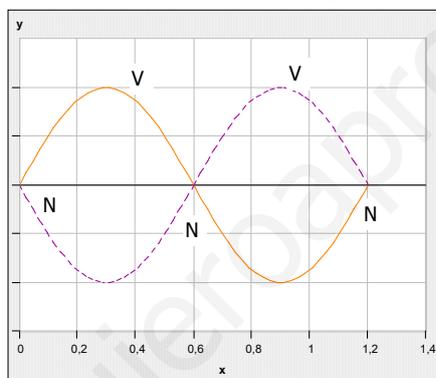
Considere una cuerda de longitud $L = 1,5$ m con ambos extremos fijos. Cuando se excita transversalmente con una frecuencia $f = 100$ Hz se forma una onda estacionaria con dos vientres.

- [b] Calcule la longitud de onda y la velocidad de propagación de ondas en dicha cuerda. (1 punto)
- [c] ¿Para qué frecuencia inferior a la dada se formará onda estacionaria en la cuerda? (0,5 puntos)

Respuesta

- [a] Consulta el libro de Física.

- [b] La onda estacionaria es semejante a la representada seguidamente, con dos vientres:



Se deduce de la misma que la longitud de onda coincide con la longitud de la cuerda: $\lambda = 1,5(m)$. La velocidad de propagación es, entonces, $v = \lambda f = 1,5(m) \cdot 100(Hz) = 150(\frac{m}{s})$.

- [c] La forma de la onda estacionaria nos indica que se trata del 2º armónico. En consecuencia, se formará otra onda estacionaria en la cuerda para la frecuencia fundamental:

$$f_1 = \frac{f_2}{2} = \frac{100(Hz)}{2} = 50(Hz).$$

☞ Opción A. Ejercicio 2

- [a] Explique el concepto de campo gravitatorio. ¿Qué campo creará una partícula? ¿Y varias partículas? (1 punto)

El planeta Marte es aproximadamente esférico, de radio $R_M = 3,39 \cdot 10^6$ m, y el valor de la gravedad en su superficie es $g_M = 3,71$ m/s².

- [b] Calcule la densidad media del planeta Marte y la velocidad de escape desde su superficie. (1 punto)

- [c] Calcule a qué altura sobre la superficie de Marte el valor de la gravedad se reduce a la mitad. (0,5 puntos)

Dato: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻².

Respuesta

[a] Véase el libro de Física. En el enunciado debería figurar la frase “intensidad del campo gravitatorio”.

[b] Vamos a calcular, en primer lugar, la masa de Marte y su volumen por separado. La intensidad del campo gravitatorio marciano en la superficie del planeta está dada por: $g = G \frac{M_M}{R_M^2}$; se deduce que $M_M = \frac{g \cdot R_M^2}{G} = \frac{3,71 \cdot (3,39 \cdot 10^6)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} = 6,39 \cdot 10^{23} (kg)$. Por otro lado, el volumen de Marte se calcula mediante: $V_M = \frac{4}{3} \pi \cdot R_M^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot (3,39 \cdot 10^6)^3 = 1,63 \cdot 10^{20} (m^3)$.

En consecuencia, la densidad de Marte es $d = \frac{6,39 \cdot 10^{23} (kg)}{1,63 \cdot 10^{20} (m^3)} = 3,92 \cdot 10^3 \left(\frac{kg}{m^3}\right)$.

Otra manera de calcular la densidad es hacerlo algebraicamente:

$$d = \frac{M_M}{V_M} = \frac{g \cdot R_M^2}{G} \cdot \frac{3}{4\pi \cdot R_M^3} = \frac{3g}{4\pi \cdot G \cdot R_M} = \frac{3 \cdot 3,71}{4\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,39 \cdot 10^6} = 3,92 \cdot 10^3 \left(\frac{kg}{m^3}\right).$$

La velocidad de escape desde la superficie de un planeta, de masa M y radio R, está dada por: $v_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2gR} = \sqrt{2 \cdot 3,71 \cdot 3,39 \cdot 10^6} = 5,02 \cdot 10^3 \left(\frac{m}{s}\right)$.

[c] Se ha de cumplir que $g = \frac{1}{2}g_o$, es decir, $G \frac{M_M}{r^2} = \frac{1}{2}G \frac{M_M}{R_M^2}$, de donde se deduce que $r^2 = 2R_M^2$; $r = \sqrt{2} R_M$. Por otro lado, sabemos que $r = R_M + h$, por lo que $h = r - R_M$; al sustituir el valor calculado de r, queda:

$$h = \sqrt{2} R_M - R_M = (\sqrt{2} - 1)R_M = 0,414 \cdot 3,39 \cdot 10^6 = 1,40 \cdot 10^6 (m).$$

☞ Opción A. Ejercicio 3

Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, A a la izquierda y B a la derecha, distan entre sí 20 cm. Por ellos circulan corrientes $I_A > I_B$. Cuando las corrientes circulan en el mismo sentido, el campo magnético en el punto central entre ambas corrientes es de 4 nT, mientras que cuando circulan en sentido opuesto el campo magnético en dicho punto es de 8 nT.

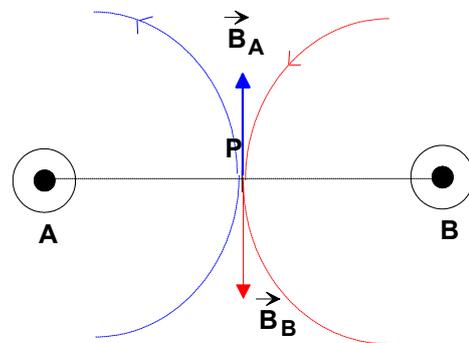
[a] Dibuje un esquema de los campos creados por cada corriente y del campo total para cada uno de los dos casos indicados. (1 punto)

[b] Calcule el valor de I_A e I_B . (1,5 puntos)

Datos: $\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} m \cdot kg \cdot C^{-2}$, $1 \text{ nT} = 10^{-9} T$

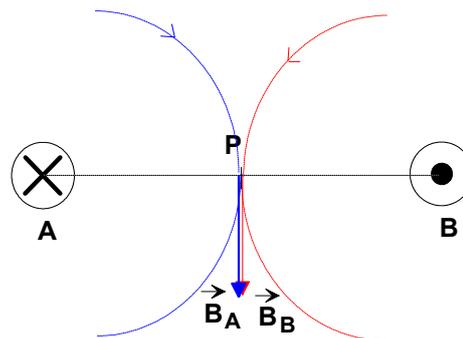
Respuesta

La figura muestra las líneas de fuerza de los campos magnéticos creados por cada una de las corrientes eléctricas en el punto P; también se ha dibujado las intensidades de dichos campos magnéticos. El módulo de la intensidad del campo magnético total es: $B_T(P) = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_A}{0,1} - \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{I_B}{0,1} = \frac{\mu_o}{0,2\pi} (I_A - I_B)$; al sustituir los valores queda: $4 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 10^{-6} (I_A - I_B)$, $2 \cdot 10^{-3} = (I_A - I_B)$. Esta es la primera ecuación.



La figura muestra las líneas de fuerza de los campos magnéticos creados por cada una de las corrientes eléctricas en el punto P; también se ha dibujado las intensidades de dichos campos magnéticos. El módulo de la intensidad del campo magnético total es: $B_T(P) = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi \cdot 0,1} + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi \cdot 0,1} = \frac{\mu_0}{0,2\pi}(I_A + I_B)$; al sustituir los valores queda: $8 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 10^{-6}(I_A + I_B)$, $4 \cdot 10^{-3} = (I_A + I_B)$. Esta es la segunda ecuación.

Al sumar ambas ecuaciones queda: $6 \cdot 10^{-3} = 2I_A$; $I_A = 3 \cdot 10^{-3}(A)$. Al restar de la segunda ecuación la primera se obtiene: $2 \cdot 10^{-3} = 2I_B$; $I_B = 10^{-3}(A)$.



☞ Opción A. Ejercicio 4

- [a] Defina las siguientes magnitudes asociadas a los procesos de desintegración radiactiva: Actividad radiactiva (A), periodo de semidesintegración (T) y vida media (τ). (1,5 puntos)
- [b] El ^{99}Tc es un isótopo radiactivo, emisor de rayos gamma, que cuando se inyecta en el cuerpo humano se concentra en los huesos, por lo que se emplea en técnicas de radiodiagnóstico. Tiene un periodo de semidesintegración de 6 horas. Si se inyecta a un paciente una dosis de ^{99}Tc , ¿al cabo de cuánto tiempo quedará en el organismo sólo el 10% de la cantidad inicial? (1 punto)

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

- [b] Se calcula, en primer lugar, la constante de desintegración: $\lambda = \frac{0,693}{6} = 0,116(h^{-1})$. Por otro lado, la masa del isótopo que queda sin desintegrar al cabo de un tiempo t está dado por: $m = m_0 e^{-\lambda t}$; como $m = \frac{m_0}{10}$, después de simplificar m_0 , queda: $\frac{1}{10} = e^{-0,116t}$. Al aplicar logaritmos neperianos a los dos miembros de la igualdad se obtiene: $\ln(\frac{1}{10}) = -0,116t$; $-2,30 = -0,116t$; $t = 19,8(h)$.

Este resultado es fácil de analizar; una vez transcurridos tres periodos de semidesintegración (18 h), quedará sin desintegrar 1/8 de la muestra, esto es, el 12,5%. Para que quede en el organismo el 10%, hará falta algo más de tiempo.

☞ Opción B. Ejercicio 1

- [a] Escribe la función que describe la elongación de un movimiento armónico simple y comenta el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha función. (1 punto)

Un bloque de masa $M = 0,4$ kg desliza sobre una superficie horizontal sin rozamiento sujeto al extremo de un muelle horizontal. La amplitud del movimiento es $A = 20$ cm y la elongación en el instante inicial es $x = -20$ cm. La energía total es 2 J. Calcule:

- [b] La constante elástica del resorte. (0,5 puntos)
- [c] La función que describe el movimiento del bloque. (1 punto)

 Respuesta

- [a] Consulta el libro de Física.
- [b] La energía mecánica de la partícula está dada por: $E_M = \frac{1}{2}kA^2$, donde k es la constante de muelle y A la amplitud. Se deduce que $k = \frac{2E_M}{A^2} = \frac{2 \cdot 2}{0,2^2} = 100 \left(\frac{N}{m}\right)$.
- [c] La función de la elongación en el movimiento armónico simple es del tipo:
 $x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t + \varphi)$, siendo ω la frecuencia angular y φ la fase inicial. La función estará completamente definida cuando se conozca los valores de estas dos magnitudes. Por un lado, se sabe que la frecuencia angular está relacionada con la constante del muelle y la masa de la partícula: $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{100}{0,4}} = 15,8 \left(\frac{rad}{s}\right)$. Por otro lado, cuando $t = 0$ por lo que $-0,2 = 0,2 \operatorname{sen}(\varphi)$; $\operatorname{sen}(\varphi) = -1$; $\varphi = -\frac{\pi}{2} (rad)$. En consecuencia, la $x = -0,2(m)$
 función de la elongación es: $x(t) = 0,2 \operatorname{sen}\left(15,8t - \frac{\pi}{2}\right) (m)$.

 Opción B. Ejercicio 2

- [a] Explique el concepto de energía potencial gravitatoria. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa m situada a una distancia r de otra partícula de masa M ? (1 punto)
- Fobos es el satélite más grande de Marte. Tiene una masa $m = 1,072 \cdot 10^{16}$ kg y describe una órbita alrededor de Marte, que supondremos circular, a una altura de 5980 km sobre la superficie de Marte. Calcule:
- [b] El periodo de la órbita de Fobos alrededor de Marte. (1 punto)
- [c] Su energía mecánica. (1 punto)

DATO: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$; radio de Marte, $R_M = 3397 \text{ km}$; masa de Marte; $M_M = 6,42 \cdot 10^{23} \text{ kg}$.

 Respuesta

- [a] Véase un libro de Física.
- [b] Si se aplica la 2ª ley de Newton al satélite, dado que la fuerza gravitatoria se comporta como fuerza centrípeta, podemos escribir: $G \frac{M_M m}{r^2} = m\omega^2 r$; por otro lado, sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T}$; de ambas, simplificando la masa de Fobos, se llega a: $G \frac{M_M}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$; $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_M}$; como $r = R_M + h = 3,397 \cdot 10^6 + 5,98 \cdot 10^6 = 9,38 \cdot 10^6 (m)$,
 $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot (9,38 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23}} = 7,61 \cdot 10^8 (s^2)$; el periodo de Fobos es, entonces, $T = 2,76 \cdot 10^4 (s)$.
- [c] La energía mecánica es, por definición, la suma de las energías potencial gravitatoria y cinética¹. En el caso de un satélite en órbita circular se puede demostrar que esa suma vale:
 $E_M(\text{Fobos}) = -\frac{GM_M m}{2r} = -\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6,42 \cdot 10^{23} \cdot 1,072 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 9,38 \cdot 10^6} = -2,45 \cdot 10^{22} (J)$.

¹ Esta información, presente en el enunciado original, se ha omitido aquí.

Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba y comente la Ley de Coulomb. (1 punto)

Tres partículas cargadas $q_1 = 5 \mu C$, $q_2 = -5 \mu C$ y q_3 , de carga desconocida, están situadas en los puntos $q_1: (-1, 1)$, $q_2: (1, 1)$ y $q_3: (-1, 0)$, expresadas en metros.

[b] Determine el valor de la carga q_3 para que una carga situada en el origen de coordenadas no experimente ninguna fuerza neta. (1 punto)

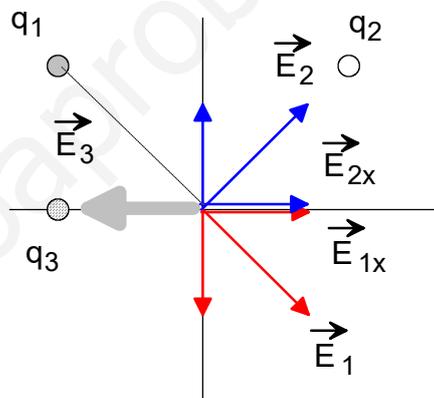
[c] Con el valor de q_3 obtenido en el apartado anterior, calcule el potencial electrostático en el origen debido a las tres cargas. (0,5 puntos)

Datos: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$, $1\mu C = 10^{-6} \text{ C}$?

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] La condición expresada en el enunciado se cumplirá si la intensidad del campo eléctrico resultante en el origen de coordenadas es nula. En primer lugar, se dibuja un esquema con la distribución de las cargas; a continuación se dibuja los vectores de la intensidad de campo eléctrico debidos a las dos cargas dadas; estos vectores tienen el mismo módulo:



$E_1 = E_2 = 9 \cdot 10^9 \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2} = 2,25 \cdot 10^4 (\frac{N}{C})$. Para hacer la suma vectorial descomponemos estos vectores según el sistema de referencia mostrado. Se cumple que las componentes Y se anulan entre sí y que las componentes X son iguales debido a la simetría del sistema; para que la intensidad del campo eléctrico resultante sea nula, la carga q_3 ha de ser **negativa** cumpliéndose además que

$$E_3 = E_{1x} + E_{2x} = 2E_{1x} = 2E_1 \cos 45; \quad 9 \cdot 10^9 \frac{|q_3|}{1} = 4,5 \cdot 10^4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2};$$

$$|q_3| = \frac{4,5 \sqrt{2} \cdot 10^4}{18 \cdot 10^9} = 2,5 \sqrt{2} \cdot 10^{-6} (C). \text{ Finalmente, } q_3 = -2,5 \sqrt{2} \mu C.$$

[c] El potencial electrostático total en el origen es la suma algebraica de los potenciales individuales en dicho punto: $V_T = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} - \frac{2,5 \sqrt{2} \cdot 10^{-6}}{1} \right) = 2,25 \sqrt{2} \cdot 10^4 (V)$.

Opción B. Ejercicio 4

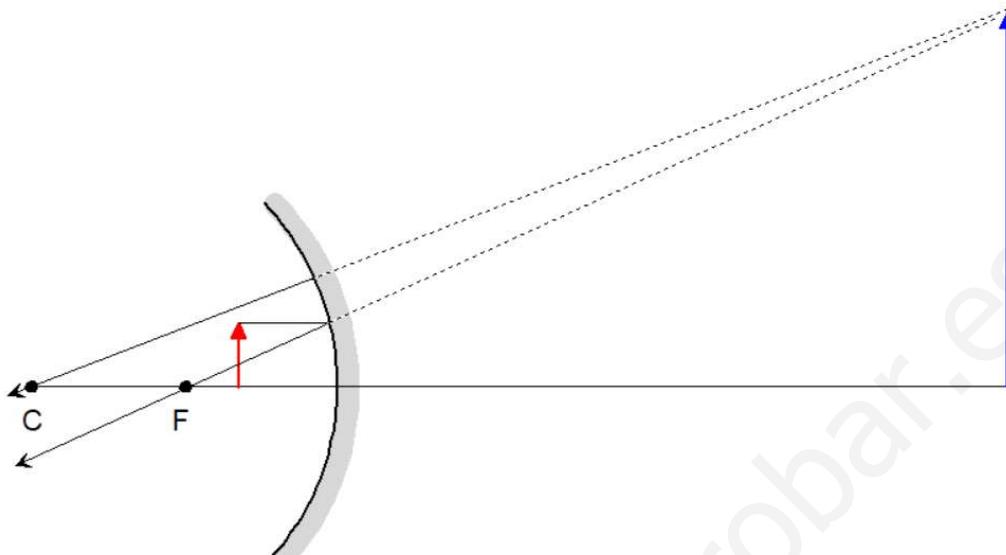
Deseamos utilizar un espejo para observar una pequeña imperfección de nuestra piel. Queremos que la imagen sea virtual, derecha y 5 veces más grande. Colocamos la cara a 25 cm del espejo.

[a] ¿Qué tipo de espejo debemos emplear: convexo, cóncavo o plano? Justifique su elección mediante un trazado de rayos. (1 punto)

[b] Determine la posición de la imagen y el radio de curvatura del espejo. (1 punto)

Respuesta

- [a] El espejo debe ser cóncavo, con el objeto está situado entre el foco y el espejo, para que la imagen sea mayor, derecha y virtual. En efecto,



é

- [b] La posición de la imagen es $s = -25$ cm. Por otro lado, como el aumento lateral 5, se cumple que $-\frac{s'}{s} = 5$; $s' = -5s = 125$ cm. Llevamos estos resultados a la ecuación de los espejos: $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$; $\frac{1}{125} - \frac{1}{25} = \frac{2}{R}$; $\frac{2}{R} = \frac{1-5}{125} = \frac{-4}{125}$; $R = -62,5$ cm.