

☞ Opción A. Ejercicio 1

[a] Explique el fenómeno de interferencia entre dos ondas. (1 punto)

Por una cuerda tensa se propagan dos ondas armónicas: $y_1(x, t) = +0,02 \text{ sen}(2\pi t + 20\pi x)$ e $y_2(x, t) = -0,02 \text{ sen}(2\pi t - 20\pi x)$ (expresadas en unidades S.I.). La interferencia de ambas produce una onda estacionaria.

[b] Determine la ecuación de la onda estacionaria resultante. (1 punto)

[c] Calcule la distancia entre dos nodos consecutivos. (0,5 puntos)

$$\text{DATO: } \text{sen } a - \text{sen } \beta = 2 \text{ sen } \frac{a-\beta}{2} \cos \frac{a+\beta}{2}$$

Respuesta

[a] Consulta el libro de texto.

[b] La onda resultante se obtiene mediante: $y(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t)$. Si se saca el factor común se llega a: $y(x, t) = 0,02[\text{sen}(2\pi t + 20\pi x) - \text{sen}(2\pi t - 20\pi x)]$, expresión que se puede simplificar utilizando la relación trigonométrica anterior. Sean

$$\left. \begin{array}{l} a = 2\pi t + 20\pi x \\ \beta = 2\pi t - 20\pi x \end{array} \right\} \text{por lo que } \left. \begin{array}{l} a - \beta = 40\pi x \\ a + \beta = 4\pi t \end{array} \right\}. \text{ En consecuencia, la ecuación de la onda}$$

estacionaria resultante es: $y(x, t) = 0,04 \text{ sen}(20\pi x) \cos(2\pi t)$ (m). Vemos que esta expresión corresponde a un MAS de amplitud variable: $A_T = 0,04 \text{ sen}(20\pi x)$.

[c] La distancia entre dos nodos consecutivos es igual a la mitad de la longitud de onda de las ondas que interfieren. Se sabe que: $\lambda = \frac{2\pi}{k}$; como $k = 20\pi(\text{m}^{-1})$, $\lambda = \frac{2\pi}{20\pi} = 0,1(\text{m})$. Por lo tanto, la distancia pedida vale 0,05 m.

☞ Opción A. Ejercicio 2

[a] Explique el concepto de *campo gravitatorio*. ¿Qué campo creará una partícula? ¿Y varias partículas? (1 punto)

El planeta Júpiter es aproximadamente esférico, de radio $R_J = 7,15 \cdot 10^7$ m, y tiene una masa $M_J = 1,9 \cdot 10^{27}$ kg.

[b] Calcule la aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter. (0,5 puntos)

[c] ¿A qué altura h sobre la superficie de Júpiter se reduce el campo gravitatorio al 20% del valor en la superficie? (1 punto)

Datos: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] La aceleración de la gravedad en la superficie de Júpiter coincide con la intensidad del campo gravitatorio en la misma, esto es, $g_o = G \frac{M_J}{R_J^2} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,90 \cdot 10^{27}}{(7,15 \cdot 10^7)^2} = 24,8 \left(\frac{\text{N}}{\text{kg}} \right)$.

[c] A una distancia r del centro de Júpiter, la intensidad del campo gravitatorio es: $g = G \frac{M_J}{r^2}$; se ha de cumplir que $g = 0,2g_o$, es decir, $G \frac{M_J}{r^2} = 0,2G \frac{M_J}{R_J^2}$; al simplificar los factores comunes se llega a: $r^2 = \frac{R_J^2}{0,2}$; $r^2 = 2,56 \cdot 10^{16}$, $r = 1,6 \cdot 10^8$ (m). La altura pedida es, entonces, $h = r - R_J = 1,6 \cdot 10^8 - 7,15 \cdot 10^7 = 8,85 \cdot 10^7$ (m).

☞ Opción A. Ejercicio 3

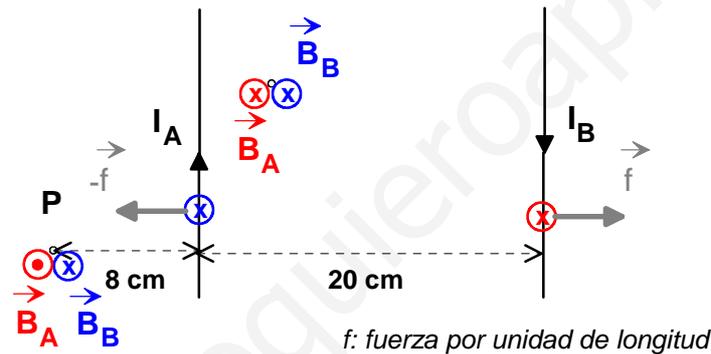
Dos conductores rectilíneos, verticales y paralelos, A a la izquierda y B a la derecha, distan entre sí 20 cm. Por A circula una corriente $I_A = 10$ A hacia arriba. El campo magnético en un punto situado a 8 cm a la izquierda de A es nulo.

- [a] Calcule la intensidad de corriente que circula por B. ¿En qué sentido circula? (1 punto)
 [b] Explique con ayuda de un esquema si hay algún punto entre los dos conductores donde el campo magnético sea nulo. (0,5 puntos)
 [c] Calcule la fuerza por unidad de longitud que un conductor A ejerce sobre el B. Indique su dirección y sentido. (1 punto)

DATO: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ m kg C}^{-2}$.

Respuesta

- [a] Sea P el punto situado a 8 cm a la izquierda de A. La intensidad del campo magnético debido al conductor A, \vec{B}_A , es un vector perpendicular al plano que contiene a los conductores y con el sentido hacia afuera (regla de la mano derecha). Si el campo magnético total en el punto P ha de ser nulo, la intensidad del campo magnético debido al conductor B, \vec{B}_B , será el vector opuesto a \vec{B}_A , esto significa que se trata de un vector perpendicular al plano que contiene a los conductores y con el sentido hacia adentro (regla de la mano derecha), con lo que la corriente en el conductor B debe ser hacia abajo.



Además, las dos intensidades del campo magnético deben tener el mismo módulo, esto es, $B_A = B_B$; $\frac{\mu_0 I_A}{2\pi r_A} = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi r_B}$; $I_B = \frac{r_B}{r_A} I_A = \frac{28(\text{cm})}{8(\text{cm})} 10 = 35(\text{A})$.

- [b] La figura muestra las intensidades del campo magnético, debidas a ambas corrientes, en un punto cualquiera situado entre los conductores. Se trata de dos vectores de la misma dirección (perpendicular al plano del papel) y sentido (hacia adentro); por lo tanto, es imposible que en esa zona exista un punto donde el campo magnético resultante sea nulo.
- [c] La fuerza que, por unidad de longitud, se ejercen dos corrientes paralelas de intensidades I_A e I_B , separadas una distancia d , está dada por $\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d} = 2 \cdot 10^{-7} \frac{10 \cdot 35}{0,2} = 3,5 \cdot 10^{-4} (\text{N/m})$. La dirección y sentido se muestran en la figura de más arriba: los dos conductores se repelen.

☞ Opción A. Ejercicio 4

[a] Enuncie y explique la *Ley de desintegración exponencial radiactiva*. (1 punto)

El método de datación radiactiva ^{14}C , se emplea para determinar la edad de materiales arqueológicos de origen orgánico. Se basa en el hecho de que el carbono ^{14}C presente en los seres vivos tiene un periodo de semidesintegración de 5570 años.

[b] Calcule la constante de desintegración del ^{14}C y su vida media. (0,5 puntos)

[c] Un fragmento de madera encontrado en un yacimiento arqueológico presenta un contenido de ^{14}C que es el 57% del que poseen las maderas de la zona en la actualidad. Determine la antigüedad del fragmento. (1 punto)

Respuesta

[a] Consulta el libro de Física.

[b] La constante de desintegración está relacionada con el periodo de semidesintegración mediante: $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$, por lo que: $\lambda = \frac{0,693}{5570} = 1,24 \cdot 10^{-4} (\text{año}^{-1})$. Por otro lado, la vida media es la inversa del periodo de semidesintegración: $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{1,24 \cdot 10^{-4}} = 8032,26 (\text{años})$. Observa, como se verá a continuación, que no es imprescindible expresar estas magnitudes en segundos.

[c] El número de núcleos que quedan sin desintegrar al cabo de un tiempo t está dado por: $N = N_0 e^{-\lambda t}$; como $N = 0,57 \cdot N_0$, después de simplificar N_0 , queda: $0,57 = e^{-1,24 \cdot 10^{-4} t}$.

Al aplicar logaritmos neperianos a los dos miembros de la igualdad se obtiene:

$$\ln 0,57 = -1,24 \cdot 10^{-4} t; \quad -0,562 = -1,24 \cdot 10^{-4} t; \quad t = 4532 (\text{años}).$$

Este resultado es coherente con el valor del periodo de semidesintegración; transcurridos 5570 años quedaría el 50% sin desintegrarse. Para que quede el 57% debe pasar menos tiempo.

☞ Opción B. Ejercicio 1

[a] Escriba la ecuación de la elongación de un movimiento armónico simple y comente el significado físico de las magnitudes que aparecen en dicha ecuación. (1 punto)

Un bloque de masa $M = 0,4 \text{ kg}$ desliza sobre una superficie horizontal sin rozamiento sujeto al extremo de un muelle horizontal de constante elástica $k = 10 \text{ N/m}$. Cuando pasa por la posición de equilibrio del sistema masa-muelle lleva una velocidad $v_0 = 1 \text{ m/s}$.

[b] Calcule la frecuencia y la amplitud de las oscilaciones de M . (1 punto)

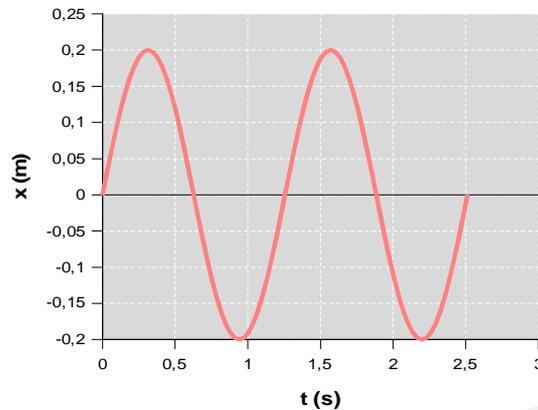
[c] Determine la posición del centro de M en función del tiempo, $x(t)$, a partir del instante ($t = 0$) en que pasa por la posición de equilibrio ($x = 0$) moviéndose hacia la derecha. Represente gráficamente $x(t)$ para dos periodos de oscilación. (1 punto)

Respuesta

[a] Consulta el libro de texto.

[b] La constante elástica del muelle y la frecuencia angular son proporcionales, de acuerdo con la expresión: $k = M\omega^2$; de donde se deduce que $\omega = \sqrt{\frac{k}{M}} = \sqrt{\frac{10(\text{N/m})}{0,4(\text{kg})}} = 5 \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$. La frecuencia es, entonces, $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5}{2\pi} (\text{Hz})$. En la posición de equilibrio el sistema alcanza su máxima rapidez (1 m/s); por lo tanto, $|v_{\max}| = A\omega$; $1 = A \cdot 5$; $A = 0,2 \text{ m}$.

- [c] La ecuación de la posición es del tipo: $x = A \sin(\omega t + \phi)$. Hay que calcular la fase inicial ϕ ; por las condiciones iniciales, se debe cumplir que $0 = A \sin \phi$; $\sin \phi = 0$; $\phi = 0, \pi, \dots$ La solución más sencilla es la primera, por lo que la ecuación de posición es, entonces, $x = 0,2 \sin(5t)(m)$. Su representación gráfica se muestra a continuación:



La ecuación de la velocidad es: $v = \cos(5t)(m/s)$; en el instante $t=0$, el bloque se está moviendo hacia la derecha a 1 m/s.

☞ Opción B. Ejercicio 2

- [a] Explique el concepto de *energía potencial gravitatoria*. ¿Qué energía potencial gravitatoria tiene una partícula de masa m situada a una distancia r de otra partícula de masa M ? (1 punto)

La nave Sputnik 1 fue el primer intento no fallido de poner en órbita un satélite artificial alrededor de la Tierra. Tenía una masa de 83,6 kg y describió una órbita alrededor de la Tierra, que supondremos circular, con un periodo de 96,2 minutos. Calcule:

- [b] La altura sobre la superficie de la Tierra a la que se encontraba el Sputnik 1. (1 punto)
 [c] Su energía mecánica total (energía cinética más potencial). (1 punto)

DATOS: Constante de gravitación universal, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$; radio de la Tierra, $R_T = 6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$; masa de la Tierra, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.

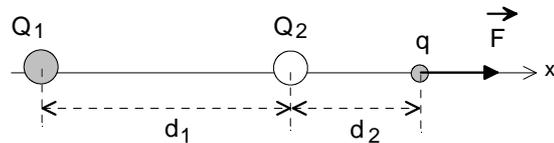
Respuesta

- [a] Véase un libro de Física. La energía potencial gravitatoria se calcula mediante: $E_p = -G \frac{Mm}{r}$ que corresponde a la elección del infinito como nivel de referencia.
- [b] Si se aplica la 2ª ley de Newton a la nave, se puede escribir: $G \frac{M_T m}{r^2} = m \omega^2 r$; por otro lado, sabemos que $\omega = \frac{2\pi}{T}$; de ambas, simplificando la masa del satélite, se llega a: $G \frac{M_T}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$;
 $r^3 = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2}$; $r = \sqrt[3]{\frac{GM_T T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot (96,2 \cdot 60)^2}{4\pi^2}} = 6,95 \cdot 10^6 \text{ m}$. La altura respecto a la superficie terrestre es: $h = r - R_T = 6,95 \cdot 10^6 - 6,37 \cdot 10^6 = 5,8 \cdot 10^5 \text{ m} = 580 \text{ km}$.
- [c] La energía mecánica de un cuerpo que describe una órbita circular se calcula mediante: $E_m = -G \frac{M_T m}{2r}$; así que $E_m = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,97 \cdot 10^{24} \cdot 83,6}{2 \cdot 6,95 \cdot 10^6} = -2,39 \cdot 10^9 (J)$. No hace falta, aunque es muy sencillo, calcular las energías cinética y potencial por separado para a continuación sumarlas.

☞ Opción B. Ejercicio 3

[a] Escriba y comente la Ley de Coulomb. (1 punto)

[b] Sobre el eje x se sitúa una carga $Q_1 = 4 \mu\text{C}$. A una distancia $d_1 = 12 \text{ cm}$ a la derecha de Q_1 colocamos una segunda carga Q_2 , y a una distancia $d_2 = 8 \text{ cm}$ a la derecha de Q_2 se sitúa una tercera carga $q = 3 \mu\text{C}$. La fuerza total que actúa sobre la carga q es $F = 150 \text{ N}$ en el sentido positivo del eje x. Determine el valor (con su signo) de la carga Q_2 . (1 punto)



DATOS: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \text{C}^{-2}$; $1\mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C}$.

Respuesta

[a] Véase el libro de Física.

[b] Calculamos, en primer lugar, la fuerza que la carga Q_1 ejerce sobre la carga q : al aplicar la ley de Coulomb podemos escribir: $F_1 = K \frac{Q_1 q}{(d_1 + d_2)^2}$; $F_1 = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,2^2} = 2,7 \text{ (N)}$. Estas dos cargas se repelen, por lo que F_1 tiene el sentido positivo del eje x. En segundo lugar, como la fuerza total es de 150 N, la fuerza que la carga Q_2 ejerce sobre la carga q es: $F_2 = 150 - 2,7 = 147,3 \text{ (N)}$, que también está dirigida en el sentido positivo del eje x; en consecuencia, la carga Q_2 es positiva. En tercer lugar, se calcula el valor de Q_2 aplicando nuevamente la ley de Coulomb: $F_2 = K \frac{Q_2 q}{(d_2)^2}$; $Q_2 = \frac{F_2 \cdot d_2^2}{K \cdot q} = \frac{147,3 \cdot 0,08^2}{9 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6}} = 34,9 \text{ (C)}$.

☞ Opción B. Ejercicio 4

Disponemos de una lente cuya distancia focal imagen es $f' = -20 \text{ cm}$.

[a] Calcule la potencia de la lente. (0,5 puntos)

[b] Determine la posición y el tamaño de la imagen de un objeto de 5 cm de altura cuando se coloca a 30 cm de la lente. (1 punto)

[c] Compruebe gráficamente sus resultados mediante un trazado de rayos. (0,5 puntos)

Respuesta

[a] La potencia de una lente se calcula mediante: $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,2 \text{ (m)}} = -5 \text{ (D)}$. Se trata de una lente divergente.

[b] La ecuación fundamental de las lentes delgadas es: $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$. En nuestro caso, $f' = -20 \text{ cm}$ y $s = -30 \text{ cm}$, por lo que $\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{-30} + \frac{1}{-20} = \frac{s' - 30}{60} = -\frac{5}{60}$; la posición de la imagen es, entonces, $s' = -12 \text{ cm}$.

Por otro lado, se cumple que $\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$; el tamaño de la imagen es, entonces, $y' = \frac{s'}{s} \cdot y$; $y' = \frac{-12}{-30} \cdot 5 = 2 \text{ (cm)}$. Concluimos que se trata de una imagen virtual, derecha y menor que el objeto.

[c] Comprobación de los resultados:

