EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

LOMCE – JUNIO 2017

FÍSICA

INDICACIONES

Elegir una de las dos opciones. No deben resolverse cuestiones de opciones diferentes.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^8$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 1

1. Un satélite de 500 kg realiza una órbita circular alrededor de la tierra a una altura de 230 km sobre la superficie terrestre. Determina:

a) [1 PUNTO] El periodo del satélite y su velocidad orbital.

b) [0,5 PUNTOS] La energía potencial y mecánica del satélite en la órbita.

c) [0,5 PUNTOS] Describe brevemente el concepto de "potencial gravitatorio".

2. Un rayo de luz monocromática de longitud de onda 200 nm (1nm = 10^{-9} m) en un medio de índice 2.5 alcanza una superficie de separación (plana) con agua (índice 1.33) incidiendo con un ángulo de 30 º respecto a la normal a dicha superficie.

a) [1 PUNTO] Dibujar un esquema, cualitativamente correcto del proceso descrito y calcular el ángulo de refracción que experimenta el rayo.

b) [0,5 PUNTOS] Calcular la longitud de onda de la luz que atraviesa el agua, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.

3. La función trabajo de un cierto metal es $6.0 \cdot 10^{-19}$ J, calcula:

a) [0,5 PUNTOS] La frecuencia umbral.

b) [0,75 PUNTOS] Si se ilumina el metal con una luz incidente de 320 nm (1nm = 10^{-9} m) calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos.

c) [0,75 PUNTOS] Si la longitud de onda de luz incidente se reduce a la mitad, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos?

4. En una cuerda se genera una onda transversal que se traslada a 12 m/s en el sentido negativo del eje x. El foco que origina la onda está situado en x = 0, y vibra con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. El foco se encuentra en la posición de amplitud nula en el instante inicial.

a) [1 PUNTO] Determinar la ecuación de la onda en unidades SI.

b) [1 PUNTO] Calcular la diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 80 cm.

5. Dos cargas puntuales iguales de +2μC se encuentran en los puntos A (0, 2) m y B (0, –2) m. Calcula:

a) [1 PUNTO] El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3, 0) m y D (0,-1) m.

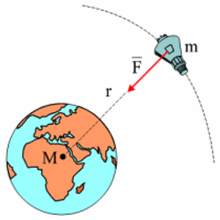
b) [1 PUNTO] Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de +3μC desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C ?

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^8$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^9$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- Un satélite de 500 kg realiza una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de 230 km sobre la superficie terrestre. Determina:

a) **(1 p)** El periodo del satélite y su velocidad orbital.



La fuerza gravitatoria de la Tierra actúa como fuerza centrípeta del movimiento del satélite.

$$r = R_T + h = 6,37.10^6 + 2,3.10^5 = 6,6.10^6\ m$$

$$G\ .\ \frac{M_T\ .\ m}{r^2} = m\ .\ \frac{v_O^2}{r} \Rightarrow v_O = \sqrt{\frac{G\ .\ M_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,7.10^{-11}\ .\ 5,97.10^{24}}{6,6.10^6}} = 7785\ m/s$$

$$T = \frac{2\pi\ .\ r}{v_0} = \frac{2\pi\ .\ 6,6.10^6}{7785} = 5326,8\ s \cong 1,48\ h$$

b) **(0,5 p)** La energía potencial y mecánica del satélite en la órbita.

$$E_p = \frac{-G\ .\ M_T\ .\ m}{r} = \frac{-6,7.10^{-11}\ .\ 5,97.10^{24}\ .\ 500}{6,6.10^6} = -3,03.10^{10}\ J$$

La energía mecánica del satélite, también conocida como energía de enlace, es la suma de las energías cinética y potencial que tiene el satélite en su órbita.

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}\ .\ m\ .\ (v_O)^2 + \left[\frac{-G\ .\ M_T\ .\ m}{r}\right] = \frac{1}{2}\ .\ m\ .\ \left(\sqrt{\frac{G\ .\ M_T}{r}}\right)^2 + \left[\frac{-G\ .\ M_T\ .\ m}{r}\right]$$

$$E_m = -\frac{1}{2}\ .\ G\ .\ \frac{M_T\ .\ m}{r} = -\frac{1}{2}\ .\ 6,7.10^{-11}\ .\ \frac{5,97.10^{24}\ .\ 500}{6,6.10^6} = -1,52.10^{10}\ J$$

c) **(0,5 p)** Describe brevemente el concepto de "potencial gravitatorio".

La existencia de una masa M en un punto del espacio hace que, al colocar cualquier otra masa m en un punto de su entorno, ésta adquiera una energía potencial. Es decir, la existencia de una masa M en un punto del espacio dota a los puntos de su alrededor de una propiedad escalar que se pone de manifiesto al poner otra masa a su alrededor, a la que llamamos potencial gravitatorio. Definimos el potencial gravitatorio, V, en un punto como la energía potencial que tendría una partícula de masa unidad colocada en dicho punto.

$$V_x = \frac{E_{p,x}}{m} = -G\ .\ \frac{M}{r_x}\quad (J/kg)$$

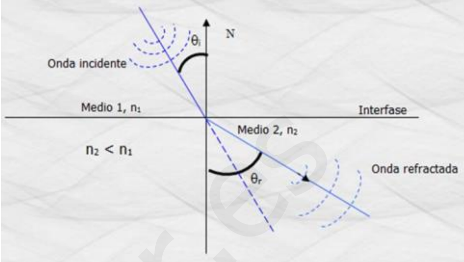
También podemos definir el potencial gravitatorio en un punto del campo gravitatorio como una magnitud escalar que representa el trabajo por unidad de masa que debe realizar una fuerza externa para transportar un cuerpo, a velocidad constante, desde el infinito hasta un punto del campo gravitatorio.

2.- Un rayo de luz monocromática de longitud de onda 200 nm (1nm = 10^{-9} m) en un medio de índice 2,5 alcanza una superficie de separación (plana) con agua (índice 1,33) incidiendo con un ángulo de 30° respecto a la normal a dicha superficie.

a) **(1 p)** Dibujar un esquema, cualitativamente correcto del proceso descrito y calcular el ángulo de refracción que experimenta el rayo.

Cuando un rayo luminoso pasa de un medio transparente de índice de refracción n_1 a otro medio transparente de índice de refracción n_2, sufre un cambio en su dirección de propagación, fenómeno conocido como refracción de la luz. La refracción se rige por la ley de Snell:

$$n_1 \,.\, sen\ \hat{\imath} = n_2 \,.\, sen\ \hat{r}$$



En este caso como $n_1 > n_2$, el ángulo de refracción es mayor que el ángulo de incidencia, por lo que el rayo luminoso se aleja de la normal.

$$2,5 \,.\, sen\ 30° = 1,33 \,.\, sen\ \hat{r} \ \Rightarrow\ \hat{r} = 70°$$

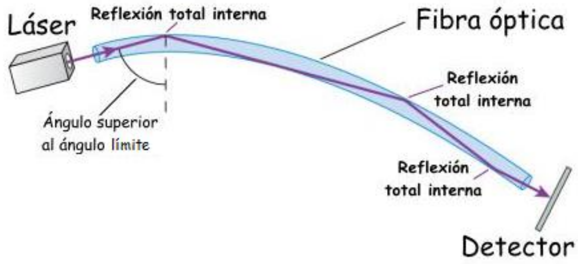
b) **(0,5 p)** Calcular la longitud de onda de la luz que atraviesa el agua, sabiendo que la frecuencia de la luz incidente y la frecuencia de la luz refractada son iguales.

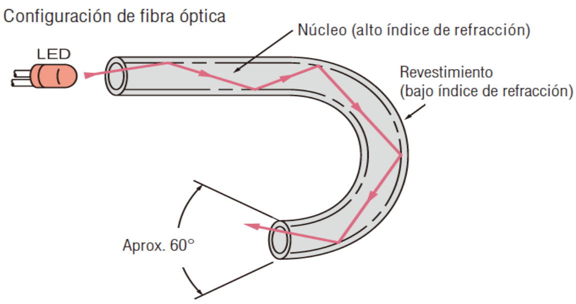
$$f_1 = f_1 \ \Rightarrow\ \frac{v_1}{\lambda_1} = \frac{v_2}{\lambda_2} \ \Rightarrow\ \lambda_2 = \lambda_1 \,.\, \frac{v_2}{v_1} = \lambda_1 \,.\, \frac{\left(\frac{c}{n_2}\right)}{\left(\frac{c}{n_1}\right)} = \lambda_1 \,.\, \frac{n_1}{n_2} = 200 \,.\, \frac{2,5}{1,33} = 375,9\ nm$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente el concepto de ángulo límite y el funcionamiento de la fibra óptica.

Se produce reflexión total cuando un rayo procedente de un medio más refringente (mayor índice de refracción) llega a la superficie de separación con un medio menos refringente, de modo que el ángulo de refracción teóricamente sería mayor de 90°. Se llama ángulo límite al ángulo de incidencia para el cual el ángulo de refracción es de 90°. Para ángulos de incidencia mayores que el límite se produce reflexión total.

La fibra óptica es un medio de transmisión empleado habitualmente en redes de datos; un hilo muy fino de material transparente, vidrio o materiales plásticos, con un índice de refracción mayor que el del aire o del recubrimiento, por el que se envían pulsos de luz que representan los datos a transmitir. El haz de luz queda completamente confinado y se propaga por el interior de la fibra con un ángulo de reflexión por encima del ángulo límite de reflexión total, en función de la ley de Snell. La fuente de luz puede ser láser o un LED. Entre las ventajas de la fibra óptica podemos destacar:





- **La velocidad de transmisión de datos por fibra óptica es mucho más rápida. Si en un sistema normal podemos alcanzar una velocidad máxima de apenas 100 Mb/s, en uno de fibra óptica se ha llegado tradicionalmente a 10 Gb/s.**
- **Mejor ancho de banda (cantidad de información que se puede enviar en una misma unidad de tiempo). Si conectas muchos equipos a la vez a una red inalámbrica o red por cable, obtendrías mucha menor velocidad para cada uno, mientras que con la fibra podrías conectar más equipos sin ver limitadas tus opciones.**

- **Las redes por fibra óptica evitan las interferencias electromagnéticas, lo que evitará problemas de bajada de la velocidad, cortes de la conexión, etc.**
- **Más seguridad de red: en una de fibra óptica el intrusismo se detecta con mucha facilidad, por el debilitamiento de la energía lumínica en recepción, de modo que no resulta nada sencillo el robo o intervención en las transmisiones de datos.**

3.- La función trabajo de un cierto metal es 6,0.10^{-19} J, calcula:

a) **(0,5 p)** La frecuencia umbral.

$$W_0 = h \,.\, f_0 \;\Rightarrow\; f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{6,0.10^{-19}}{6,6.10^{-34}} = 9,09.10^{14}\ Hz$$

b) **(0,75 p)** Si se ilumina el metal con una luz incidente de 320 nm (1 nm = 10^{-9} m) calcular la velocidad máxima de los electrones emitidos.

Si aplicamos la ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico:

$$E_{fotón\ inc.} = W_0 + \left(E_{C,máx}\right)_{electrón\ emitido} \;\Rightarrow\; E_{C,máx} = E_{fotón\ inc.} - W_0 = h \,.\, \frac{c}{\lambda} - W_0$$

$$E_{C,máx} = 6,6.10^{-34} \,.\, \frac{3.10^8}{3,2.10^{-7}} - 6,0.10^{-19} = 1,875.10^{-20}\ J$$

$$E_{C,máx} = \frac{1}{2} \,.\, m_e \,.\, (v_{máx})^2 \;\Rightarrow\; v_{máx} = \sqrt{\frac{2\,.\,E_{C,máx}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\,.\,1,875.10^{-20}}{9,1.10^{-31}}} = 2,03.10^5\ m/s$$

c) **(0,75 p)** Si la longitud de onda de luz incidente se reduce a la mitad, ¿cuál será la velocidad máxima de los electrones emitidos?

$$E_{fotón\ inc.} = W_0 + \left(E_{C,máx}\right)_{electrón\ emitido} \;\Rightarrow\; E'_{C,máx} = E_{fotón\ inc.} - W_0 = h \,.\, \frac{c}{\lambda'} - W_0$$

$$E'_{C,máx} = 6,6.10^{-34} \,.\, \frac{3.10^8}{1,6.10^{-7}} - 6,0.10^{-19} = 6,375.10^{-19}\ J$$

$$E'_{C,máx} = \frac{1}{2} \,.\, m_e \,.\, (v'_{máx})^2 \;\Rightarrow\; v'_{máx} = \sqrt{\frac{2\,.\,E'_{C,máx}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\,.\,6,375.10^{-19}}{9,1.10^{-31}}} = 1,18.10^6\ m/s$$

4.- En una cuerda se genera una onda transversal que se traslada a 12 m/s en el sentido negativo del eje x. El foco que origina la onda está situado en x = 0, y vibra con una frecuencia de 12 Hz y una amplitud de 4 cm. El foco se encuentra en la posición de amplitud nula en el instante inicial.

a) **(1 p)** Determinar la ecuación de la onda en unidades SI.

La ecuación general de una onda armónica que se desplaza en el sentido negativo del eje X:

$$y\,(x;t) = A \,.\, sen\ (\omega \,.\, t + k \,.\, x + \varphi_0) = A \,.\, sen\ \left(2\pi f \,.\, t + \frac{2\pi}{\lambda} \,.\, x + \varphi_0\right)$$

A partir de la velocidad de propagación y de la frecuencia podemos obtener la longitud de onda:

$$v = \lambda \,.\, f \;\Rightarrow\; \lambda = \frac{v}{f} = \frac{12}{12} = 1\ m$$

Por lo tanto:

$$y\,(x;t) = 0,04 \,.\, sen\ \left(2\pi \,.\, 12 \,.\, t + \frac{2\pi}{1} \,.\, x + \varphi_0\right) = 0,04 \,.\, sen\ (24\pi \,.\, t + 2\pi \,.\, x + \varphi_0)\ \ (m;s)$$

Para establecer el valor de φ_0, sabemos que y (x = 0; t = 0) = 0

$$y\,(0;0) = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 0,04 \,.\, sen\,(\varphi_0) \;\Rightarrow\; \varphi_0 = \begin{cases} 0\ rad \\ \pi\ rad \end{cases}$$

Como no tenemos datos acerca de la velocidad, no podemos discriminar entre ambos valores de la fase inicial, de modo que si tomamos arbitrariamente el valor $\varphi_0 = 0\ rad$, la ecuación de la onda es:

$$y\,(x;t) = 0,04\ .\ sen\,(24\pi\ .\ t + \ 2\pi\ .\ x)\ \ (m;s)$$

b) **(1 p)** Calcular la diferencia de fase de oscilación entre dos puntos de la cuerda separados 80 cm.

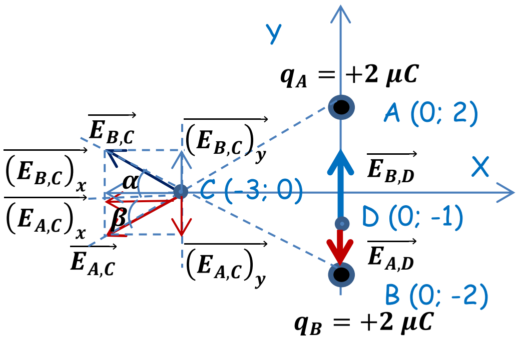
$$\Delta\varphi = \ (24\pi\ .\ t + \ 2\pi\ .\ x_2) - \ (24\pi\ .\ t + \ 2\pi\ .\ x_1) = 2\pi\ .\ (x_2 - \ x_1) = 2\pi\ .\ \Delta x = 2\pi\ .\ 0,8 = 1,6\pi\ rad$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi}\quad \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{2\pi\ .\ \Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\ .\ 0,8}{1} = \ 1,6\pi\ rad$$

5.- Dos cargas puntuales iguales de +2 μC se encuentran en los puntos A (0; 2) m y B (0; -2) m. Calcula:

a) **(1 p)** El vector campo y el potencial electrostático en los puntos C (-3; 0) m y D (0: -1) m.



$$r_{A,C} = \ r_{B,C} = r = \ \sqrt{2^2 + \ 3^2} = \ \sqrt{13}\ \ m$$

$$r_{A,D} = 3\ \ m$$

$$r_{B,D} = 1\ \ m$$

$$\alpha = \ \beta = arctg\ \left(\frac{2}{3}\right) = 33,7°$$

Punto C

En el punto C se da una situación de simetría, ya que al ser q_A = q_B y $r_{A,C}$ = $r_{B,C}$, el módulo del campo eléctrico creado por ambas cargas es igual, por lo que al hacer la descomposición del vector las componentes verticales se anulan entre sí (vectores iguales de sentido contrario) y el campo total es la suma de las dos componentes horizontales que también son iguales.

$$\vec{E}_C = \vec{E}_{A,C} + \ \vec{E}_{B,C} = 2\ .\ (\vec{E}_{A,C})_x = -2\ .\ K\ .\frac{q_A}{(r_{A,C})^2}\ .\ \ cos\,\alpha\ \ \vec{\imath} = \ -2\ .\ 9.10^9\ .\frac{2.10^{-6}}{(\sqrt{13})^2}\ .\ \ cos\,33,7°\ \ \vec{\imath}$$

$$\vec{E}_C = -2303,9\ \ \vec{\imath}\ \ N/C$$

A la hora del cálculo del potencial eléctrico también se da la misma simetría, cargas iguales y distancias iguales.

$$V_C = \ V_{A,C} + \ V_{B,C} = 2\ .\ V_{A,C} = 2\ .\ K\ .\ \frac{q_A}{r_{A,C}} = \ 2\ .\ 9.10^9\ .\ \frac{2.10^{-6}}{\sqrt{13}} \ = \ 9984,6\ \ V$$

Punto D

$$\vec{E}_D = \vec{E}_{A,D} + \ \vec{E}_{B,D} = K\ .\frac{q_A}{(r_{A,D})^2}\ .\ \ (-\vec{\jmath}\,) + \ \ K\ .\frac{q_B}{(r_{B,D})^2}\ .(\vec{\jmath}\,) = K\ .\ q\ .\ \left(\frac{-1}{(r_{A,D})^2} \ + \ \frac{1}{(r_{B,D})^2}\right)\ \ \vec{\jmath}$$

$$\vec{E}_D = 9.10^9\ .\ 2.10^{-6}\ .\ \left(\frac{-1}{(3)^2}\ + \ \frac{1}{(1)^2}\right)\ \ \vec{\jmath} = 16000\ \ \vec{\jmath}\ \ N/C$$

$$V_D = \ V_{A,D} + \ V_{B,D} = K\ .\left(\frac{q_A}{r_{A,C}} + \frac{q_B}{r_{B,C}}\right) = \ K\ .\ q\ .\ \left(\frac{1}{r_{A,C}} + \frac{1}{r_{B,C}}\right) = 9.10^9\ .\ \ 2.10^{-6}\ .\ \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{1}\right) \ = 24000\ \ V$$

b) **(1 p)** Calcula el trabajo necesario para trasladar una carga de +3 μC desde el infinito al punto C e interpreta el signo. ¿Y para trasladar esa carga entre D y C?

$$(W_{\infty \to C})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_{\infty} - V_C) = 3.10^{-6}.\ (0 - 9984,6)\ =\ -0,03\ J$$

Proceso no espontáneo. Para trasladar la carga es necesaria una fuerza externa. El trabajo realizado por esta fuerza queda almacenado en la carga trasladada en forma de energía potencial electrostática.

$$(W_{D \to C})_{F\ eléctrica} = q'.\ (V_D - V_C) = 3.10^{-6}.\ (24000 - 9984,6)\ =\ 0,042\ J$$

Proceso espontáneo. El trabajo realizado por la fuerza eléctrica para trasladar la carga supone una disminución de la energía potencial electrostática de ésta.

OPCIÓN DE EXAMEN Nº 2

1. En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 20 m se sitúan dos masas puntuales de 30 kg cada una.

a) [0,75 PUNTOS] Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el vértice libre C del triángulo.

b) [0,5 PUNTOS] Calcular la fuerza sobre una masa puntual de 10 kg, situada en ese vértice libre.

c) [0,75 PUNTOS] Hallar el potencial gravitatorio en dicho vértice libre C.

2. Supongamos un sistema óptico consistente en una lente divergente delgada que tiene una distancia focal en valor absoluto de 8 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen que se obtiene de un objeto de altura 2.5 cm que se sitúa a una distancia de 12 cm de la lente:

a) [0,75 PUNTOS] Cualitativamente mediante trazado de rayos.

b) [0,75 PUNTOS] Cuantitativamente mediante el uso de las fórmulas correspondientes.

c) [0,5 PUNTOS] Demuestra razonadamente el tipo de imagen se obtiene con una lente divergente. ¿Qué problema de visión corrige?

3. Una muestra de una sustancia radiactiva presenta una actividad inicial de $6.2 \cdot 10^7$ Bq y de $1.6 \cdot 10^7$ Bq cuando han transcurrido 12 días.

a) [1 PUNTO] Calcular la constante de desintegración y el periodo de semidesintegración de dicha sustancia

b) [1 PUNTO] La actividad de una segunda muestra de la misma sustancia es de $2.8 \cdot 10^8$ Bq cuando han transcurrido 20 días. Hallar cuántos núcleos radiactivos había inicialmente en esta segunda muestra.

Datos: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

4. En una cuerda se propaga una onda armónica transversal cuya ecuación (en unidades del SI) viene dada por la siguiente función:

$$y\,(x,\,t) = 20 \text{ sen} \left(-\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}x\right)$$

a) [1 PUNTO] Determinar la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

b) [1 PUNTO] Razonar el sentido de propagación de la onda y hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de $\pi/2$ rad.

5. Un campo magnético espacialmente uniforme y que varia con el tiempo según la expresión $B(t) = 2.4 \cos(4\,t)$ (en unidades del S.I.) atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 15 cm.

a) [1 PUNTO] Determinar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

b) [0,5 PUNTOS] Hallar la fuerza electromotriz máxima.

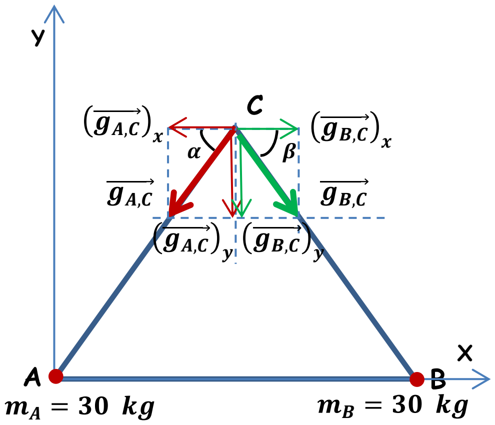
c) [0,5 PUNTOS] Explicar brevemente el principio de inducción de Faraday.

CONSTANTES FÍSICAS			
Velocidad de la luz en el vacío	$c = 3.0\ 10^{8}$ m s^{-1}	Masa del protón	$m_{p+} = 1.7\ 10^{-27}$ kg
Constante de gravitación universal	$G = 6.7\ 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}	Masa del electrón	$m_{e-} = 9.1\ 10^{-31}$ kg
Constante de Coulomb	$k = 9.0\ 10^{9}$ N m^2 C^{-2}	Carga del protón	$q_{p+} = 1.6\ 10^{-19}$ C
Constante de Planck	$h = 6.6\ 10^{-34}$ J s	Carga del electrón	$q_{e-} = -1.6\ 10^{-19}$ C
Radio de la Tierra	$R_T = 6370$ km	Masa de la Tierra	$M_T = 5.97{\cdot}10^{24}$ kg

Nota: estas constantes se facilitan a título informativo.

1.- En dos de los vértices, A y B, de un triángulo equilátero de lado 20 m se sitúan dos masas puntuales de 30 kg cada una.

a) **(0,75 p)** Dibujar y calcular el vector campo gravitatorio producido por cada una de estas dos masas y el total en el vértice libre C del triángulo.



$$r_{A,C} = r_{B,C} = r = 20\ m$$

$$\alpha = \beta = 60°$$

$$\vec{g}_{A,C} = G\,.\,\frac{m_A}{r^2}\,.\,(-\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{g}_{A,C} = 6,7.10^{-11}\,.\,\frac{30}{20^2}\,.\,(-\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{g}_{A,C} = -2,51.10^{-12}\ \vec{\imath} - 4,35.10^{-12}\,\vec{\jmath}\ \ N/kg$$

$$\vec{g}_{B,C} = G\,.\,\frac{m_B}{r^2}\,.\,(\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{g}_{B,C} = 6,7.10^{-11}\,.\,\frac{30}{20^2}\,.\,(\cos 60°\ \vec{\imath} - sen\ 60°\ \vec{\jmath})$$

$$\vec{g}_{B,C} = -2,51.10^{-12}\ \vec{\imath} - 4,35.10^{-12}\,\vec{\jmath}\ \ N/kg$$

$$\vec{g}_C = \vec{g}_{A,C} + \vec{g}_{B,C} = -8,70.10^{-12}\,\vec{\jmath}\ \ N/kg$$

Las componentes del vector $\vec{g}_C$ dependen de los vértices elegidos, pero el módulo no.

b) **(0,5 p)** Calcular la fuerza sobre una masa puntual de 10 kg, situada en ese vértice libre.

$$\vec{F} = m\,.\,\vec{g} = 10\,.\,(-8,70.10^{-12}\,\vec{\jmath}) = -8,70.10^{-11}\,\vec{\jmath}$$

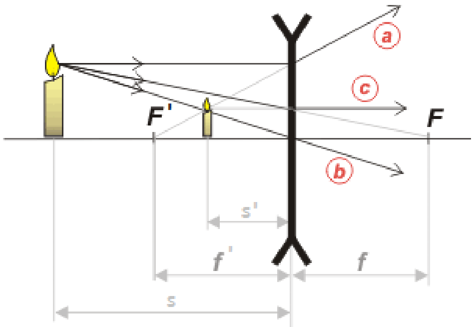
Las componentes del vector $\vec{F}$ dependen de los vértices elegidos, pero el módulo no.

c) **(0,75 p)** Hallar el potencial gravitatorio en dicho vértice libre C.

$$V_C = V_{A,C} + V_{B,C} = -G\,.\left(\frac{m_A}{r_{A,C}} + \frac{m_B}{r_{B,C}}\right) = -2\,.\,\frac{G\,.\,m}{r} = -2\,.\,\frac{6,7.10^{-11}\,.\,30}{20} = -2,01.10^{-10}\ J/kg$$

2.- Supongamos un sistema óptico consistente en una lente divergente delgada que tiene una distancia focal en valor absoluto de 8 cm. Determina la posición, tamaño y naturaleza de la imagen que se obtiene de un objeto de altura 2,5 cm que se sitúa a una distancia de 12 cm de la lente:

a) **(0,75 p)** Cualitativamente mediante trazado de rayos.



Se trata de una imagen virtual (se forma por delante de la lente), derecha y de menor tamaño que el objeto.

b) **(0,75 p)** Cuantitativamente mediante el uso de las fórmulas correspondientes.

Al tratarse de una lente divergente la distancia focal imagen, f', es negativa.

Aplicando la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-12} = \frac{1}{-8} \quad \Rightarrow \quad s' = -4,8\ cm$$

La imagen es virtual ya que se forma delante del espejo (distancia imagen negativa).

Aplicando la ecuación del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \Rightarrow \quad y' = y\,.\left(\frac{s'}{s}\right) = 2,5\,.\left(\frac{-4,8}{-12}\right) = 1\ cm$$

La imagen es derecha (objeto e imagen tienen el mismo signo) y de menor tamaño que el objeto.

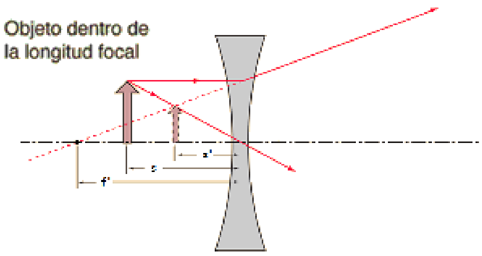
c) **(0,5 p)** Demuestra razonadamente el tipo de imagen se obtiene con una lente divergente. ¿Qué problema de visión corrige?

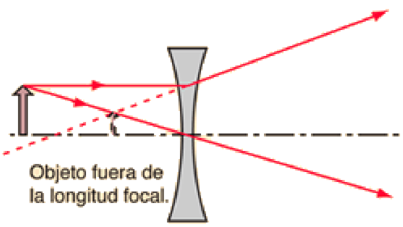
En una lente divergente $f' < 0$, y teniendo en cuenta que $s < 0$, al aplicar la ecuación de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

s' es siempre negativa, es decir, que la imagen se forma siempre por delante de la lente, por lo que este tipo de lentes siempre forma imágenes virtuales.

También se puede demostrar gráficamente:





Este tipo de lentes se utilizan para corregir la miopía, defecto visual por el que el cristalino no enfoca sobre la retina los rayos paralelos procedentes de un objeto lejano, formándose la imagen por delante de la retina. La lente forma una imagen virtual de los objetos lejanos en el punto remoto del ojo miope, lo que permite al cristalino enfocarlos correctamente en la retina.

3.- Una muestra de una sustancia radiactiva presenta una actividad inicial de 6,2.10^7 Bq y de 1,6.10^7 Bq cuando han transcurrido 12 días.

DATOS: 1 Bq = 1 desintegración por segundo.

a) **(1 p)** Calcular la constante de desintegración y el periodo de semidesintegración de dicha sustancia.

$$A = A_0 \,.\, e^{-\lambda\,.\,t} \Rightarrow 1,6.10^7 = 6,2.10^7\,.\,e^{-\lambda\,.\,t} \Rightarrow ln\left(\frac{1,6.10^7}{6,2.10^7}\right) = -\lambda.\,t \Rightarrow \lambda = -\frac{ln\left(\frac{1,6.10^7}{6,2.10^7}\right)}{t}$$

$$\lambda = -\frac{ln\left(\frac{1,6.10^7}{6,2.10^7}\right)}{12} = 0,113\ \ día^{-1} = 1,31.10^{-6}\ \ s^{-1}$$

$$t_{1/2} = \frac{ln\,2}{\lambda} = \frac{ln\,2}{1,31.10^{-6}} = 5,29.10^5\ \ s \cong 6,12\ días$$

b) **(1 p)** La actividad de una segunda muestra de la misma sustancia es de 2,8.10^8 Bq cuando han transcurrido 20 días. Hallar cuántos núcleos radiactivos había inicialmente en esta segunda muestra.

$$A = \lambda.\,N \quad \Rightarrow \quad N = \frac{A}{\lambda} = \frac{2,8.10^8}{1,31.10^{-6}} = 2,14.10^{14}\ \ núcleos$$

$$N = N_0\,.\,e^{-\lambda\,.\,t} \quad \Rightarrow \quad N_0 = \frac{N}{e^{-\lambda\,.\,t}} = \frac{2,14.10^{14}}{e^{-(0,113\,.\,20)}} = 2,05.10^{15}\ \ núcleos$$

4.- En una cuerda se propaga una onda armónica transversal cuya ecuación (en unidades del SI) viene dada por la siguiente función:

$$y\,(x,t) = 20\,.\,sen\,\left(-\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{4}x\right)$$

a) **(1 p)** Determinar la frecuencia, la longitud de onda y la velocidad de propagación.

Si reordenamos la fase de la ecuación de la onda

$$y\,(x,t) = 20\,.\,sen\,\left(\frac{\pi}{4}x - \frac{\pi}{2}t\right)$$

y la comparamos con la ecuación general de una onda

$$y\,(x;t) = A\,.\,sen\,(k\,.\,x - \omega\,.\,t + \varphi_0) = A\,.\,sen\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,.\,x - 2\pi\,.\,f\,.\,t + \varphi_0\right)$$

Por identificación:

$$2\pi\,.\,f = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{1}{4} = 0,25\ \ Hz\,; \qquad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \lambda = 8\ \ m; \quad v = \lambda\,.\,f = 8\,.\,0,25 = 2\ \ m/s$$

b) **(1 p)** Razonar el sentido de propagación de la onda y hallar la distancia a la que se encuentran, en un instante dado, dos puntos de esa cuerda que tienen una diferencia de fase entre ellos de π/2 rad.

Sería suficiente con decir que la onda se desplaza en el sentido positivo del eje X debido al signo (-) en la fase de la onda entre el término espacial y el temporal.

Si lo queremos argumentar de forma más rigurosa. Cada frente de onda tiene una fase distinta pero todos los pertenecientes a mismo frente de onda tienen la misma fase ($kx - \omega t + \varphi_0 = cte$). Si derivamos esta fase respecto de t para hallar la velocidad de propagación:

$$\frac{d\,(kx - \omega t + \varphi_0)}{dt} = k\,.\,v_x - \omega = 0 \ \Rightarrow\ v_x = \frac{\omega}{k} > 0 \ \Rightarrow\ propagación\ en\ el\ sentido\ positivo\ del\ eje\ X$$

Para calcular la distancia que separa dos puntos de la onda con un desfase de π/2 rad,

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\pi}{4}x_2 - \frac{\pi}{2}t\right) - \left(\frac{\pi}{4}x_1 - \frac{\pi}{2}t\right) = \frac{\pi}{4}\,.\,(x_2 - x_1) = \frac{\pi}{4}\,.\,\Delta x \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{4\,.\,\Delta\varphi}{\pi} = \frac{4\,.\,{}^{\pi}/_{2}}{\pi} = 2\;m$$

También se puede resolver teniendo en cuenta que dos puntos de la onda separados una distancia igual a la longitud de onda tienen un desfase entre sí de 2π radianes. Por lo tanto:

$$\frac{\lambda}{2\pi} = \frac{\Delta x}{\Delta\varphi} \;\Rightarrow\; \Delta x = \frac{\lambda\,.\,\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{8\,.\,{}^{\pi}/_{2}}{2\pi} = 2\;m$$

5.- Un campo magnético espacialmente uniforme y que varía con el tiempo según la expresión $B\,(t) = 2,4\,.\cos(4t)$ (en unidades del S.I.) atraviesa perpendicularmente una espira cuadrada de lado 15 cm.

a) **(1 p)** Determinar el flujo magnético que atraviesa la espira en función del tiempo.

Por definición el flujo magnético que atraviesa una superficie es:

$$\phi = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B\,.\,S\,.\cos\theta$$

Siendo θ el ángulo formado entre los vectores intensidad de campo magnético y superficie, que en este caso es de 0° al ser el campo magnético perpendicular a la superficie de la espira.

$$\phi\,(t) = \vec{B}\,.\,\vec{S} = B(t).\,S\,.\cos\theta = B\,(t)\,.\,L^2\,.\,\cos 0^\circ = 2,4.\cos(4t)\,.\,0,15^2\,.\,1 = 0,054\,.\,\cos(4t)\;Wb$$

b) **(0,5 p)** Hallar la fuerza electromotriz máxima.

De acuerdo a la ley de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon_{ind} = -N\,.\,\frac{d\phi}{dt} = -1\,.\frac{d\left(0,054\,.\,\cos(4\,.\,t)\right)}{dt} = 0,216\,.\,sen\;(4\,.\,t)\;\;V$$

La fuerza electromotriz máxima inducida se consigue cuando $sen\;(4\,.\,t) = \pm 1$

$$(\varepsilon_{ind})_{máx} = \pm\,0,216\;V$$

c) **(0,5 p)** Explicar brevemente el principio de inducción de Faraday.

Toda variación de flujo magnético que atraviesa un circuito cerrado produce en éste una corriente eléctrica inducida, que solo existe mientras exista dicha variación de flujo.
Esta corriente inducida es producida por una fuerza electromotriz inducida que es proporcional a la rapidez con que varía el flujo y al número de espiras del inducido.

$$\varepsilon_{ind} \propto N\,.\,\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$