HIDROSTÁTICA

Arquímedes

$\boxed{p = \frac{F}{S}}$ Presión $\frac{1\,N}{1\,m^2} = 1\,Pa$

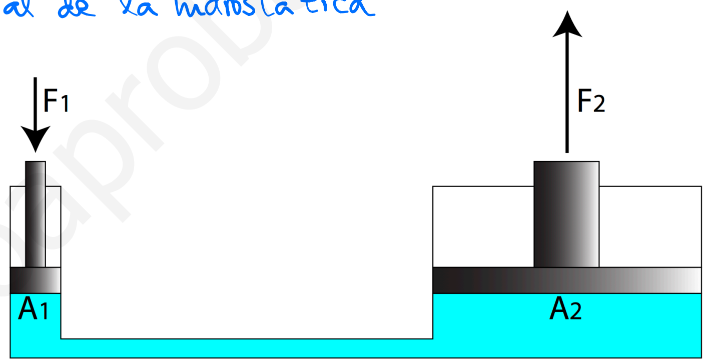
$\boxed{1\,atm \simeq 101300\,Pa}$

$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$, Presión hidrostática
ρ = densidad , h = profundidad

$\boxed{\Delta p_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$ Principio fundamental de la hidrostática

$\boxed{p_A = p_B}$ $\Rightarrow$ $\boxed{\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}}$ Prensa hidráulica

Principio de Pascal



$\boxed{P_a = P - E}$ Peso aparente

$\boxed{V_s = V_\ell}$

Principio de Arquímedes

$P = m_s g = \rho_s \cdot V_s \cdot g$ Peso real

$E = m_\ell g \Rightarrow \boxed{E = \rho_\ell \cdot V_s \cdot g}$ Empuje

Relación peso-empuje	$P > E$	$P = E$	$P < E$	$P = E$ parte sumergida
Relación densidades	$\rho_s > \rho_\ell$	$\rho_s = \rho_\ell$	$\rho_s < \rho_\ell$	$V_{sum} = \frac{\rho_s}{\rho_\ell} \cdot V_s$
Efecto	Se hunde	Equilibrio	Asciende	Flotación

Equilibrio de flotación: El empuje se debe al peso del líquido desalojado, cuyo volumen es el volumen del sólido sumergido, V_{sum}

$P = E$, $\boxed{V_\ell = V_{sumergido}}$ $\boxed{V_{sum} = \frac{\rho_s}{\rho_\ell} \cdot V_s}$

1.- ¿Qué presión debida a su peso ejerce sobre el suelo una masa de 20 kg si se apoya sobre una pata central de 1 000 cm^2 de superficie? SOL: 1 960 Pa

$\boxed{p = \frac{F}{S}}$ Presión, El peso $P = mg = 20 kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 196 N$

$$S = 1000 \, cm^2 \cdot \frac{1 \, m}{(10^2 \, cm)^2} = 10^{-1} \, m^2 = 0,1 \, m^2$$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{196 N}{0,1 \, m^2} = 1960 \, Pa$$

2.- Una caja de 30 kg está apoyada sobre una de sus caras, que tiene 40 cm de ancho y 50 cm de largo. ¿Qué presión ejerce la caja sobre el suelo?

$$S = 40 \times 50 \, cm^2 = 2000 \, cm^2 \cdot \frac{1 \, m}{(10^2 \, cm)^2} = 0,2 \, m^2$$

El peso $P = mg = 30 kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 294 N$

$$p = \frac{F}{S} = \frac{294 N}{0,2 \, m^2} = 1470 \, Pa$$

3.- Una maleta, una lijadora y una losa está, apoyadas sobre una superficie horizontal.
Maleta: m = 12 kg; S = 0,1 m^2
Lijadora: m = 20 kg; S = 0,2 m^2
Losa: m = 25 kg; S = 0,3 m^2
Calcula:
a) El peso de cada uno de estos cuerpos.
b) La presión que ejerce cada uno sobre la la superficie.
SOL: a) 117,6 N; 196 N; 245 N b) 1176 Pa; 980 Pa; 816,7 Pa

$P_1 = 12 kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 117,6 N$ $\qquad p_1 = \frac{117,6 N}{0,1 \, m^2} = 1176 \, Pa$

$P_2 = 20 kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 196 N$ $\qquad p_2 = \frac{196 N}{0,2 \, m^2} = 980 \, Pa$

$P_3 = 25 kg \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} = 245 N$ $\qquad p_3 = \frac{245 N}{0,3 \, m^2} \simeq 816,7 \, Pa$

4.- Calcula la presión que ejerce el agua sobre la pared de un embalse en un punto situado a 30 m por debajo del nivel del líquido, sabiendo que la densidad del agua es de 1 000 kg/m³
SOL: $2{,}94 \cdot 10^5$ Pa

$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$ $\quad p = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 30 m = 294000 \ Pa = 2{,}94 \cdot 10^5 \ Pa$

5.- Calcula la presión en un punto del mar situado a 5 000 m de profundidad si la densidad del mar es de 1 030 kg/m³.

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1030 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 5000 \ m = 50470000 \ Pa = 5{,}047 \cdot 10^7 \ Pa$$

6.- Un buceador se sumerge en el mar 8 m de profundidad, si la superficie del buzo es de 150 dm² y que la densidad del mar es de 1 030 kg/m³. Calcula la fuerza que soporta el buzo.
SOL: 121 128 N

$$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1030 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 8 m = 80752 \ Pa$$

$$S = 150 \ dm^2 \cdot \frac{(1m)^2}{(10 dm)^2} = \frac{150 m^2}{100} = 1{,}5 \ m^2$$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S = 80752 \ Pa \cdot 1{,}5 \ m^2 = 121128 \ N$$

$$F = p \cdot S = \rho \cdot g \cdot h \cdot S$$

7.- Averigua la presión sobre el fondo de un recipiente de 76 cm de profundidad cuando se llena de agua y de mercurio. DATOS: densidad del agua 1 000 kg/m³; densidad del mercurio 13 600 kg/m³ SOL: 7448 Pa; 101 293 Pa

$$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}76 m = 7448 \ Pa$$

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 13600 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}76 m = 101293 \ Pa$$

$$\boxed{1 \ atm \simeq 101300 \ Pa}$$

¿Qué altura tiene que tener una columna de agua para que la presión sea de 1 atm?

$$p = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{p}{\rho \cdot g} = \frac{101293\ Pa}{1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2}} \simeq 10{,}34\ m$$

8.- Un submarino se encuentra a 500 m de profundidad. Calcula:
a) La presión que ejerce el agua a esa profundidad.
b) ¿Qué fuerza es necesaria para abrir una escotilla de 0,5 m² de superficie.
Dato: densidad del agua 1 000 kg/m³

a) $p = \rho \cdot g \cdot h = 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 500\ m = 4{,}9 \cdot 10^6\ Pa$

b) $p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S = 4{,}9 \cdot 10^6\ Pa \cdot 0{,}5\ m^2 = 2{,}45 \cdot 10^6\ N$

9.- Halla la presión, en atmósferas,en el fondo de una sima marina de 10 500 m de profundidad.

$\rho_{mar} = 1030\ kg/m^3$

$p = \rho \cdot g \cdot h = 1030\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 10500\ m = 105.987.000\ Pa$

$1\ atm = 101293\ Pa$

$$p = 105.987.000\ \cancel{Pa} \cdot \frac{1\ atm}{101293\ \cancel{Pa}} \simeq 1046\ atm$$

10.- Un pez cuya superficie total es 400 cm², se encuentra a 300 m de profundidad en el mar. ¿Qué presión ejerce el agua sobre el pez? ¿Qué fuerza soporta debido a esta presión?

$$p = \frac{F}{S} = \frac{m \cdot g}{S} = \frac{\rho \cdot \cancel{S} \cdot h \cdot g}{\cancel{S}} = \rho \cdot g \cdot h = 1030\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \cdot 300\ m \simeq 3{,}03 \cdot 10^6\ Pa$$

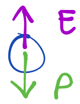
$\rho_{mar} = 1030\ \frac{kg}{m^3}$; $S = 400\ cm^2 \cdot \frac{(1\ m)^2}{(10^2\ cm)^2} = 0{,}04\ m^2$

$F = p \cdot S = 3{,}03 \cdot 10^6\ Pa \cdot 0{,}04\ m^2 = 121200\ N \simeq 1{,}2 \cdot 10^5\ N$

$1\ Pa = 1\ \frac{N}{m^2}$

11.- Si introduces una pelota de goma en el interior de un río a 0,5 m de profundidad, ¿sufrirá un empuje igual o diferente que si la introducimos a 1,5 m?

$E = P - P_a$



$E = \rho_\ell \cdot V_s \cdot g$. Es el mismo porque V_s no cambia.

La presión hidrostática depende de la profundidad, pero no es así con el empuje.

12.- ¿Por qué el empuje de los gases es menor que el de los líquidos para un mismo cuerpo?

$\boxed{E = \rho_\ell \cdot V_s \cdot g}$ Empuje. Depende de la densidad del fluido.

$\rho_{gases} < \rho_{líquidos} \Rightarrow E_{gases} < E_{líquidos}$

13.- La densidad del aire es unas 800 veces menor que la densidad del agua, ya que su valor aproximado es 1,29 g/L, mientras que para el agua es 1 000 g/ L. Teniendo en cuenta estos valores, explica qué diferencias se apreciarán en ambos medios cuando se ascienda 10 m en su seno. ¿Qué le ocurre a la presión en uno y otro caso?

$\rho_{aire} = \frac{\rho_{agua}}{800} = 1{,}29\, g/L$

$\frac{\cancel{g}}{\cancel{L}} \cdot \frac{10^3 \cancel{L}}{1 m^3} \cdot \frac{1 kg}{10^3 \cancel{g}} \rightarrow$ resulta el mismo número

$\boxed{\Delta P_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$

$\Delta P_{agua} = \rho_{agua} \cdot g \cdot \Delta h = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 10 m = 98000\ Pa$

$\Delta P_{aire} = \rho_{aire} \cdot g \cdot \Delta h = 1{,}29 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 10 m = 126{,}42\ Pa$

$\frac{\Delta P_{agua}}{\Delta P_{aire}} = \frac{\rho_{agua} \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{\Delta h}}{\rho_{aire} \cdot \cancel{g} \cdot \cancel{\Delta h}} = \frac{\rho_{agua}}{\rho_{aire}} = 800$

$\Delta P_{agua} = 800 \cdot \Delta P_{aire}$ aproximadamente

14.- La presión máxima que puede soportar el ser humano es de 8 atm. ¿Hasta qué profundidad puede descender en el mar sin peligro?

$\boxed{1\ atm \simeq 101300\ Pa}$ $\rho_{mar} = 1030 \frac{kg}{m^3}$

$P = 8\ \cancel{atm} \cdot \frac{101300\ Pa}{1\ \cancel{atm}} = 810400\ Pa$

$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{810400\ Pa}{1030 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}} \simeq 80{,}3\ m$

15.- ¿Por qué las bombas manuales de extracción de agua no pueden cumplir su cometido cuando el líquido está a 11 o más metros de profundidad?

Porque debemos compensar la presión atmosférica. En el problema 7 respondimos:

¿Qué altura tiene que tener una columna de agua para que la presión sea de 1 atm?

$$P = \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{101293 \ Pa}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}} \simeq 10{,}34 \ m$$

Por tanto, cuando el líquido está a 11 o más metros, la presión atmosférica es inferior a la presión del líquido y no podríamos bombearlo manualmente.

16.- ¿Qué diferencia de presión existe entre dos puntos situados, respectivamente, a 10 cm y a 35 cm por debajo del nivel del agua? SOL: 2 450 Pa

$$\boxed{\Delta P_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$$

$$\Delta h = 35 \ cm - 10 \ cm = 25 \ cm = 0{,}25 \ m$$

$$\rho_{agua} = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$\Delta P = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}25 \ m = 2450 \ Pa$$

17.- Queremos levantar una masa de 1000 kg con una prensa hidráulica sabiendo que el émbolo pequeño es un cuadrado de 10 cm de lado y el émbolo grande es un cilindro de 10 cm de radio. ¿Cuál será la fuerza que deberemos realizar y en qué émbolo de los dos, si queremos hacer la mínima fuerza?

$$\boxed{P_A = P_B} \Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}}$$ Prensa hidráulica

$$S_{pequeño} = 10 \ cm \cdot 10 \ cm = 0{,}1 \ m \cdot 0{,}1 \ m = (0{,}1 \ m)^2$$

$$S_{grande} = \pi \cdot (0{,}1 \ m)^2$$

La fuerza es el peso:

$$P = mg = 1000 \ kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} = 9800 \ N$$ se coloca en el émbolo grande.

$$\frac{F_A}{\cancel{0{,}1^2}} = \frac{9800 \ N}{\pi \cdot \cancel{0{,}1^2}} \Rightarrow F_A = \frac{9800 \ N}{\pi} \simeq 3119 \ N$$

18.- Una esfera de cierta aleación pesa en el aire 176 N y 126 N sumergida totalmente en el agua. Determina su volumen y su densidad. SOL: 5,1·10e-3; 3520 kg/m³

Peso real, $P = 176\,N = \rho_s \cdot V_s \cdot g$

$\boxed{P_a = P - E}$ Peso aparente $\boxed{V_s = V_l}$ Principio de Arquímedes

$126\,N = 176\,N - E \Rightarrow E = 176 - 126 = 50\,N$ en el agua

$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$

Agua: $\rho_a = 1000\,kg/m^3$

$$\left.\begin{array}{l} P = \rho_s \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 176 \\ E = \rho_a \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 50 \end{array}\right\}$$ Dividimos

$$\frac{\rho_s}{\rho_a} = \frac{176}{50} \Rightarrow \rho_s = \frac{176}{50} \cdot 1000\,\frac{kg}{m^3} = 3520\,kg/m^3$$

$$P = \rho_s \cdot V_s \cdot g \Rightarrow V_s = \frac{P}{\rho_s \cdot g} = \frac{176\,N}{3520\,kg/m^3 \cdot 9{,}8\,m/s^2} \simeq 5{,}1 \cdot 10^{-3}\,m^3$$

19.- En el lateral de un depósito de 5 m de altura se produce un agujero de 4 cm de diámetro a una altura de 4 m por debajo de la superficie. Si el depósito se va a llenar totalmente de agua, ¿cuál será la presión que deberá soportar el material que utilicemos para taponar el agujero? ¿Y la fuerza?

Por el principio de Pascal, la presión se transmite por igual en todas las direcciones en el seno del fluido.

Calculamos la presión hidrostática a 4 m, que es la profundidad.

$\boxed{p = \rho \cdot g \cdot h}$ Agua: $\rho = 1000\,kg/m^3$

$$p = \rho \cdot g \cdot h = 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 4\,m = 39200\,Pa$$

Agujero $\varnothing = 4\,cm = 0{,}04\,m \Rightarrow S = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{0{,}04}{2}\right)^2 \simeq 1{,}26 \cdot 10^{-3}\,m^2$

$$p = \frac{F}{S} \Rightarrow F = p \cdot S = 39200\,Pa \cdot 1{,}26 \cdot 10^{-3}\,m^2 \simeq 49{,}3\,N$$

20.- Los émbolos de una prensa hidráulica miden 1 cm y 10 cm de radio, respectivamente. Sobre el menor ejerce una fuerza constante de 500 N. ¿Qué fuerza se origina en el mayor? SOL: $5\cdot10^4$ N

$$\boxed{P_A = P_B} \Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}}$$ Prensa hidráulica

$r_A = 1\ cm = 0{,}01\ m$

$r_B = 10\ cm = 0{,}1\ m$

$$\frac{F_A}{\cancel{\pi} r_A^2} = \frac{F_B}{\cancel{\pi} r_B^2} \Rightarrow F_B = \frac{F_A r_B^2}{r_A^2}$$

$$F_B = \frac{500\ N \cdot (0{,}1\ m)^2}{(0{,}01\ m)^2} = 50000\ N = 5\cdot 10^4\ N$$

21.- Durante el mes de agosto de 2000 se hundió en el mar de Barents, a 110 metros de profundidad, el submarino nuclear Kursk, de nacionalidad rusa. Para proceder a su reflotación un equipo de buceadores noruegos tuvo que sumergirse. Calcula la diferencia de presión que soportaron con respecto al nivel de mar.

$$\boxed{\Delta P_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$$ Agua de mar: $\rho = 1030\ Kg/m^3$

$$\Delta P = 1030 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 110\ m \simeq 1{,}11 \cdot 10^6\ Pa$$

22.- La torre Eiffel tiene una masa de $7{,}34 \cdot 10^6$ kg, y se apoya en tierra descansando sobre los émbolos grandes de 16 prensas hidráulicas de sección circular. Sabiendo que el diámetro de las prensas hidráulicas grandes es de 6,2 m y el de las pequeñas, 17,3 cm, calcula la fuerza que soporta cada una de estas últimas.

$$\boxed{P_A = P_B} \Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}}$$ Prensa hidráulica

$$r_A = 17{,}3\ cm = 0{,}173\ m \Rightarrow S_A = 16\,\pi r_A^2 = 16\pi \cdot \left(\frac{0{,}173}{2}\right)^2 \simeq 0{,}38\ m^2$$

$$r_B = 6{,}2\ m \Rightarrow S_B = 16\,\pi r_B^2 = 16\pi \cdot \left(\frac{6{,}2}{2}\right)^2 \simeq 483\ m^2$$

$$F_B = m g = 7{,}34 \cdot 10^6\ kg \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \simeq 7{,}19 \cdot 10^7\ N$$

$$F_A = \frac{F_B \cdot S_A}{S_B} = \frac{7{,}19 \cdot 10^7\ N \cdot 0{,}38\ m^2}{483\ m^2} \simeq 56567\ N$$

Cada émbolo pequeño soporta: $\frac{56567\ N}{16} \simeq 3535\ N$

23.- Un cuerpo se sumerge en un líquido y pesa 80 N. Posteriormente se sumerge en agua y pesa 75 N. Si su peso en el aire es 100 N, calcula la densidad del cuerpo y la del primer líquido en el que se sumergió. SOL: cuerpo: 4 000 kg/m³; líquido = 800 kg/m³

Peso real, $P = 100\,N = \rho_s \cdot V_s \cdot g$

$$\boxed{P_a = P - E}$$

$80\,N = 100\,N - E_l \Rightarrow E_l = 100 - 80 = 20\,N$ en el líquido

$75\,N = 100\,N - E_a \Rightarrow E_a = 100 - 75 = 25\,N$ en el agua

$$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$$

Agua: $\rho_a = 1000\,kg/m^3$

$$\left.\begin{aligned} P &= \rho_s \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 100 \\ E_a &= \rho_a \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 25 \end{aligned}\right\} \text{Dividimos}$$

$$\frac{\rho_s}{\rho_a} = \frac{100}{25} = 4 \Rightarrow \rho_s = 4 \cdot \rho_a = 4 \cdot 1000\,\frac{kg}{m^3} = 4\,000\,\frac{kg}{m^3}$$

Líquido:

$$\left.\begin{aligned} P &= \rho_s \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 100 \\ E_l &= \rho_l \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 20 \end{aligned}\right\} \text{Dividimos}$$

$$\frac{\rho_s}{\rho_l} = \frac{100}{20} = 5 \Rightarrow \rho_l = \frac{\rho_s}{5} = \frac{4000\,kg/m^3}{5} = 800\,kg/m^3$$

24.- Se realiza la experiencia de Torricelli al pie de una montaña y en su cima. Entre ambas experiencias existe una diferencia de altura de la columna de mercurio del barómetro de 2 cm. (Densidad del aire = 1,3 kg/m³.)

a) Calcula la altura de la montaña. b) ¿Cuál sería la diferencia de altura si en lugar de emplear mercurio (d = 13 600 kg/m³) en el barómetro hubiésemos utilizado agua?

$$\boxed{\Delta P_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$$

Aire: $\Delta P = 1{,}3\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot h_{montaña}$

Mercurio: $\Delta P = 13600\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} \cdot 0{,}02\,m = 2665{,}6\,Pa$

$$h_{montaña} = \frac{\Delta P}{\rho_{aire} \cdot g} = \frac{2665{,}6\,Pa}{1{,}3\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}} \simeq 209\,m$$

Si hubiésemos utilizado un barómetro de agua: $\rho_a = 1000 \ kg/m^3$

$$\Delta P = 1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot \Delta h_{agua} = 2665{,}6 \ Pa$$

$$\Delta h_{agua} = \frac{\Delta P}{\rho_{agua} \, g} = \frac{2665{,}6 \ Pa}{1000 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2}} = 0{,}272 \ m = 27{,}2 \ cm$$

25.- Un paracaidista se lanza en caída libre con un barómetro de precisión en su muñeca. Calcula:

a) Si la caída comienza a los 3 000 m de altitud, cuál es la lectura del manómetro.

b) Si el paracaidista quiere abrir su paracaídas cuando esté a 500 m sobre el suelo, cuál será la lectura que debe marcar su manómetro de muñeca. Dato: Cuando estaba en tierra, el manómetro marcaba 1 atmósfera; 1 atmósfera = 101 300 Pa.

$$\boxed{\Delta P_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$$

En el suelo, $P = 101300 \ Pa$, $\rho = 1{,}3 \frac{kg}{m^3}$

$$101300 \ Pa - P = 1{,}3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 3000 \ m$$

$$\Rightarrow P = 101300 \ Pa - 38220 \ Pa = 63080 \ Pa$$

$$101300 \ Pa - P = 1{,}3 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 500 \ m$$

$$\Rightarrow P = 101300 \ Pa - 6370 \ Pa = 94930 \ Pa$$

La presión aumenta a medida que desciende.

26.- Los radios de los émbolos de una prensa hidráulica son 10 cm y 50 cm, respectivamente. ¿Qué fuerza se ejercerá sobre el ámbolo mayor si sobre el menor actúa una fuerza de 300 N? SOL: 7 500 N

$$\boxed{P_A = P_B} \Rightarrow \boxed{\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}}$$

Prensa hidráulica

$$r_A = 10 \ cm = 0{,}1 \ m \Rightarrow S_A = \pi r_A^2 = \pi \cdot (0{,}1)^2$$

$$r_B = 50 \ cm = 0{,}5 \ m \Rightarrow S_B = \pi r_B^2 = \pi \cdot (0{,}5)^2$$

$$\frac{F_A}{\cancel{\pi} r_A^2} = \frac{F_B}{\cancel{\pi} r_B^2} \Rightarrow F_B = \frac{F_A \, r_B^2}{r_A^2} = \frac{300 \ N \cdot (0{,}5 \ m)^2}{(0{,}1 \ m)^2} = 7500 \ N$$

27- La copa Jules Rimet que recibe el ganador del Mundial de fútbol es de oro. Sabiendo que pesa 2,50 kg y que si la sumerges en agua su peso aparente es de 23,23 N, calcula la densidad del oro de esa copa.

$$\boxed{P_a = P - E}$$

$$23{,}23\,N = 2{,}5\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} - E \Rightarrow E = 24{,}5\,N - 23{,}23\,N = 1{,}27\,N$$

$$P = m \cdot g = 2{,}5\,kg \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 24{,}5\,N$$

$$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$$

$$\left.\begin{array}{l} E = \rho_l \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 1{,}27\,N \\ P = \rho_s \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 24{,}5\,N \end{array}\right\} \text{Dividimos}$$

$$\frac{\rho_l}{\rho_s} = \frac{1{,}27}{24{,}5} \Rightarrow \rho_s = \frac{\rho_l \cdot 24{,}5}{1{,}27} \simeq 19291\,kg/m^3 \text{ (densidad del oro)}$$

28.- Queremos medir la densidad de un objeto esférico de metal. Para ello disponemos de un dinamómetro que nos señala 25 N cuando colgamos la esfera en el aire. Si repetimos el mismo procedimiento sumergiendo el objeto en agua, el dinamómetro señala 20 N. Calcula la densidad del metal y su volumen.

Peso real, $P = 25\,N = \rho_s \cdot V_s \cdot g$

$$\boxed{P_a = P - E}$$

$20\,N = 25\,N - E_l \Rightarrow E_l = 25 - 20 = 5\,N$ en el agua

$$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$$

Agua: $\rho_a = 1000\,kg/m^3$

$$\left.\begin{array}{l} P = \rho_s \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 25 \\ E_a = \rho_a \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} = 5 \end{array}\right\} \text{Dividimos}$$

$$\frac{\rho_s}{\rho_a} = \frac{25}{5} = 5 \Rightarrow \rho_s = 5 \cdot \rho_a = 5 \cdot 1000\,\frac{kg}{m^3} = 5000\,\frac{kg}{m^3}$$

$P = m_s \cdot g = \rho_s \cdot V_s \cdot g$ Peso real

$$V_s = \frac{P}{\rho_s \cdot g} = \frac{25\,N}{5000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}} \simeq 5{,}1 \cdot 10^{-4}\,m^3$$

29.- Un objeto de 10 000 N de peso ocupa un volumen de 10 m³ ¿ Flotará en un tanque lleno de aceite cuya densidad es de 935 kg/m³?

Para que flote, debe cumplirse que la densidad del objeto sea menor que la densidad del aceite.

$$P = mg \Rightarrow m = \frac{P}{g} = \frac{10000\,N}{9,8\,m/s^2} \simeq 1020,4\,kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1020,4\,kg}{10\,m^3} \simeq 102\,kg/m^3 < 935\,kg/m^3$$

$\rho_s < \rho_l$
Asciende

30.- Cuánto hubiera marcado el dinamómetro del ejercicio anterior (28) si en lugar de introducir la bola de metal en agua lo hubiéramos introducido en metanol o en mercurio? Datos: densidad del metanol = 7,91 · 10² kg/ m³; densidad del Hg = 13,6 · 10³ kg / m³.

Nos referimos al cuerpo del ejercicio 28. $P = 25\,N = \rho_s \cdot V_s \cdot g$

$V_s \simeq 2,04 \cdot 10^{-3}\,m^3$

$\rho_s = 1250\,\frac{kg}{m^3}$

$\boxed{P_a = P - E}$

$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$

En metanol: $P_a = 25\,N - 7,91 \cdot 10^2\,\frac{kg}{m^3} \cdot 2,04 \cdot 10^{-3}\,m^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 25\,N - 15,8\,N = 9,2\,N$

En mercurio: $P_a = 25\,N - 13,6 \cdot 10^3\,\frac{kg}{m^3} \cdot 2,04 \cdot 10^{-3}\,m^3 \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2} = 25\,N - 271,9\,N = -246,9\,N$

$\rho_s > \rho_{metanol} \Rightarrow P > E \Rightarrow$ Se hunde

$\rho_s < \rho_{mercurio} \Rightarrow P < E \Rightarrow$ Asciende

31.- Una piedra pesa 300 N en el aire y 280 N sumergida en el agua. ¿Cuál es el volumen de la piedra? DATO: densidad del líquido: 1 000 kg / m3. SOL: 2,04·10e-3

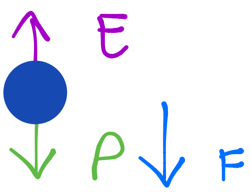
Peso real, $P = 300\,N = \rho_s \cdot V_s \cdot g$

$\boxed{P_a = P - E}$ $P_a = 280\,N \Rightarrow E = P - P_a = 300\,N - 280\,N = 20\,N$

$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$ $V_s = \frac{E}{\rho_l \cdot g} = \frac{20\,N}{1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9,8\,\frac{m}{s^2}} = 2,04 \cdot 10^{-3}\,m^3$

32.- Una esfera de madera tiene una masa de 200 g. La densidad de la madera es 600 kg/m³.
a) Si se sumerge en agua, ¿qué fuerza hay que aplicarle para mantenerla en equilibrio dentro de ella?
b) Si se deja en libertad, ¿cuál es la aceleración con la que sube hacia la superficie?

a) Peso real, $P = mg = 0{,}2\ kg \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} = 1{,}96\ N$



La densidad de la madera $\rho_s = 600\ \frac{kg}{m^3} < \rho_{agua} = 1000\ kg/m^3$

Por lo tanto la madera ascenderá. Para que se mantenga en equilibrio:

$P + F = E \Rightarrow F = E - P$. Calculemos el empuje.

$$\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$$

$$\left.\begin{array}{l} P = \rho_s \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} \\ E = \rho_l \cdot \cancel{V_s} \cdot \cancel{g} \end{array}\right\} \text{Dividimos}$$

Agua: $\rho_l = 1000\ kg/m^3$

$$\frac{\rho_s}{\rho_l} = \frac{P}{E} \Rightarrow E = P \cdot \frac{\rho_l}{\rho_s} = 1{,}96\ N \cdot \frac{1000\ \frac{kg}{m^3}}{600\ \frac{kg}{m^3}} \simeq 3{,}27\ N$$

Vemos que $E > P$.

2º método: $\rho_s = \frac{m}{V_s} \Rightarrow V_s = \frac{m}{\rho_s} = \frac{0{,}2\ kg}{600\ \frac{kg}{m^3}} \simeq 3{,}33 \cdot 10^{-4}\ m^3$

$$E = \rho_l \cdot V_s \cdot g = 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 3{,}33 \cdot 10^{-4}\ m^3 \cdot 9{,}8\ \frac{m}{s^2} \simeq 3{,}26\ N$$

(tengo un pequeño error por tomar pocos decimales).

$$F = E - P = 3{,}27\ N - 1{,}96\ N = 1{,}31\ N$$

b) Si se deja en libertad, aplicamos la 2ª ley de Newton: $\sum F = m \cdot a$

$$E - P = m \cdot a \Rightarrow 3{,}27\ N - 1{,}96\ N = 0{,}2\ kg \cdot a$$

$$1{,}31\ N = 0{,}2\ kg \cdot a$$

$$a = \frac{1{,}31\ N}{0{,}2\ kg} \simeq 6{,}6\ m/s^2$$ (ascendiendo)

33.- Se introduce, colgada de un dinamómetro, una bola de hierro de 2 cm de radio en un vaso de agua. Agua: $\rho_l = 1000\ kg/m^3$

a) ¿Qué empuje experimenta la bola? ¿Cuál será su peso aparente? b) Si en vez de en agua se introduce en alcohol, el peso aparente observado es 2,38 N. ¿Cuál sería su densidad? (densidad del hierro = 7 900 kg/m³.)

a) $\boxed{E = \rho_l \cdot V_s \cdot g}$ $\quad r = 2\ cm = 0{,}02\ m \quad , \quad V = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$E = 1000\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (0{,}02\ m)^3 \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2} = 1000\times\frac{4}{3}\times\pi\times(0.02)^3\times 9.8 \approx 0.32840\ N \simeq 0{,}33\ N$$

$\boxed{P_a = P - E}$

$$P = m\,g = \rho_s \cdot V_s \cdot g = 7900\,\frac{kg}{m^3} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot (0{,}02\ m)^3 \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s} =$$

$$= 7900\times\frac{4}{3}\times\pi\times(0.02)^3\times 9.8 \approx 2.59437\ N \simeq 2{,}59\ N$$

$$P_a = 2{,}59\ N - 0{,}33\ N = 2{,}26\ N$$

b) En alcohol, $P_a = 2{,}38\ N$

$$P_a = 2{,}38\ N = P - E \Rightarrow E = P - P_a = 2{,}59\ N - 2{,}38\ N = 0{,}21\ N$$

$$E = \rho_l \cdot V_s \cdot g \Rightarrow \rho_l = \frac{E}{V_s \cdot g} = \frac{0{,}21\ N}{\frac{4}{3}\pi \cdot (0{,}02\ m)^3 \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}} = \frac{0.21}{9.8\times\frac{4}{3}\times\pi\times(0.02)^3} \approx 639.46182\,\frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_l(\text{alcohol}) \simeq 639{,}5\,\frac{kg}{m^3}$$

El empuje en alcohol es menor. Es lógico que $\rho_{alcohol} < \rho_{agua}$

34.- Calcula a qué altura hay que subir para que la presión atmosférica disminuya en 5 mm Hg aproximadamente.

$\boxed{\Delta p_{AB} = \rho \cdot g \cdot (h_B - h_A)}$ $\quad$ En el suelo, $P = 101\,300\ Pa$, $\rho_{aire} = 1{,}3\,\frac{kg}{m^3}$

$$\Delta p_{AB} = 5\ \cancel{mm\ Hg} \cdot \frac{101\,300\ Pa}{760\ \cancel{mm\ Hg}} = 666{,}4\ Pa$$

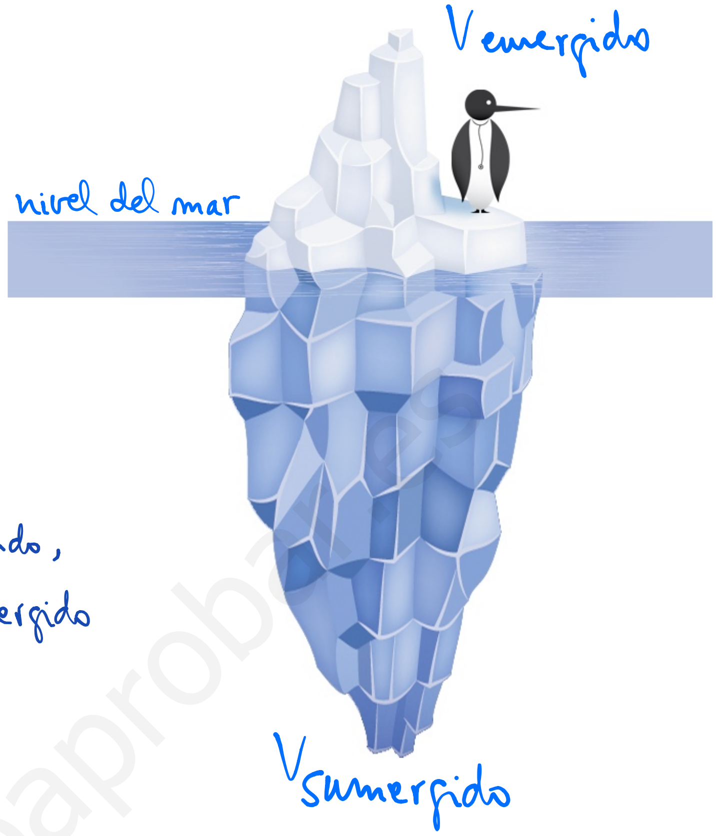
$$\Delta h = h_B - h_A = \frac{\Delta p_{AB}}{\rho \cdot g} = \frac{666{,}4\ Pa}{1{,}3\,\frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8\,\frac{m}{s^2}} = 52{,}3\ m \text{ de ascensión.}$$

35.- Los restos del Titanic se encuentran a una profundidad de 3800 m. Si la densidad del agua del mar es de 1,03 g/cm³, determina la presión que soporta debida al agua del mar. SOL: 38 357 200 Pa

$$\rho_{mar} = 1{,}03 \frac{g}{cm^3} = 1030 \frac{kg}{m^3}$$

$$\boxed{P = \rho \cdot g \cdot h} \qquad P = 1030 \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 3800\, m = 38.357.200\, Pa$$

44. Cuerpos en flotación: Calcula la parte sumergida y emergida de un iceberg.
Densidad del agua de mar: 1030 kg/m³
Densidad del hielo: 920 kg/m³



V_{em} : $V_{emergido}$

V_{sum} : $V_{sumergido}$

V_s = volumen de todo el iceberg

$$E = m_l \cdot g = \rho_l \cdot V_l \cdot g$$

El empuje se debe al peso del líquido desalojado, cuyo volumen es el volumen del sólido sumergido

$$\boxed{V_l = V_{sumergido}}$$

$$\left.\begin{aligned} E &= \rho_l \cdot V_{sum} \cdot g \\ P &= m_s \cdot g = \rho_s \cdot V_s \cdot g \end{aligned}\right\} P = E \text{ (equilibrio de flotación)}$$

$$\rho_s \cdot V_s \cdot \cancel{g} = \rho_l \cdot V_{sum} \cdot \cancel{g} \Rightarrow \boxed{V_{sum} = \frac{\rho_s}{\rho_l} \cdot V_s} = \frac{920}{1030} \cdot V_s \simeq 0{,}893 \cdot V_s$$

$V_{sum} = 0{,}893 \cdot V_s$

$V_{sum} = 89{,}3\% \; V_s$

$V_{em} = (100 - 89{,}3)\% \cdot V_s$

$V_{em} = 10{,}7\% \cdot V_s$