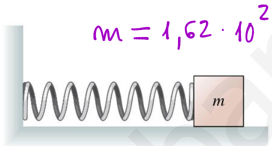
Nombre y apellidos: ____

1. Un **muelle elástico** de **10,0 cm** tiene uno de sus extremos fijo en una pared vertical mientras que el otro está unido a una **masa** que descansa en **equilibrio** sobre una superficie **horizontal sin rozamiento**. Se le aplica una **fuerza** de **20 N** para mantenerlo estirado hasta una **longitud** de **15,0 cm**. En esta posición se **suelta** para que **oscile** libremente en **horizontal** con una **frecuencia angular** de **1,57 rad/s**. Calcula:

   a) La **constante recuperadora** del resorte y la **masa** que **oscila**. $K = 400 \frac{N}{m}$, $m = 1{,}62 \cdot 10^{2}\ kg$ (0,5 pt.)

   b) La **ecuación** del **M.A.S.** resultante. (0,75 pt.)

   $x = 0{,}05 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} \cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}05 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot t\right)$

   c) La **velocidad** cuando la **elongación** es $x = 2\ cm$. (0,75 pt.)

   $v = -7{,}2 \cdot 10^{-2}\ \frac{m}{s}$

2. La **elongación** (en **metros**) de los puntos de una **onda** es $y(x,t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{x \cdot \pi}{0{,}80}\right)$. Calcula:

   a) Todos los parámetros de la onda: **período**, **frecuencia**, **amplitud** y **nº de onda**. (1 pt.)

   $A = 2\ m$, $T = 4\ s$, $f = \frac{1}{4}\ Hz$, $K = \frac{\pi}{0{,}80} = \frac{5\pi}{4}\ m^{-1}$

   b) La **diferencia de fase** (en radianes) para **dos posiciones** de la misma partícula cuando el **intervalo de tiempo** transcurrido es de **2 s**. $\Delta\varphi = \pi\ rad$ (0,5 pt.)

   c) La **diferencia de fase** (en radianes) en un **instante dado** de dos partículas **separadas 120 cm** en el **sentido** de **avance** de la onda. $\Delta\varphi = 1{,}5\pi\ rad = \frac{3\pi}{2}\ rad$ (0,5 pt.)

   d) La **velocidad** y **aceleración máximas** de **oscilación** de una partícula de la **onda**. (0,5 pt.)

   $v_{máx} = \pi\ m/s \simeq 3{,}14\ m/s$, $a_{máx} = \frac{\pi^2}{2}\ m/s^2 \simeq 4{,}9\ m/s^2$

3. Una **onda armónica** transversal se propaga en el sentido positivo del eje $\overrightarrow{OX}$ con una **velocidad de propagación** de $20\ m/s$. La **amplitud** de la onda es $A = 0{,}10\ m$ y su **frecuencia** es $f = 50\ Hz$. **Condiciones iniciales** ($t = 0$, $x = 0$, $y = 0$).

   a) Escribe la **ecuación de la onda**: $y(x,t) = 0{,}1 \cdot \text{sen}\left(100\pi \cdot t - 5\pi \cdot x\right)$ (0,5 pt.)

   b) Calcula la **aceleración** en el punto situado en $x = 1{,}25\ m$ en el instante $t = 0{,}1\ s$. (1 pt.)

   $a = 6979\ m/s^2$

   c) ¿Cuál es la **distancia mínima** entre **dos puntos** situados en **oposición de fase**? (0,5 pt.)

   $\Delta x = \frac{1}{5} = 0{,}2\ m$

CUESTIONES (Justificadas)

I. Si un **oscilador armónico** se encuentra en un instante dado en una **posición x** que es igual a la **mitad** de su **amplitud** $x = A/2$, la **relación** entre la **energía cinética** y la **potencial** es:

a) $E_c = 2 \cdot E_p$
b) $E_c = 3 \cdot E_p$
c) $E_c = E_p / 2$ (1,5 pt.)

II. Un **astronauta** ha instalado en la **Luna** un **péndulo** simple de **0,86 m** de **longitud** y comprueba que oscila con un **período** de **4,6 s**. ¿Cuánto vale la **aceleración** de la **gravedad** en la **Luna**?

a) $1{,}2\ m/s^2$
b) $1{,}4\ m/s^2$
c) $1{,}6\ m/s^2$ (1 pt.)

III. Una fuente sonora emite en el **espacio** con una **potencia uniforme** de $10\ W$.

¿A qué **distancia** la **intensidad** de la onda será de $0{,}10\ W/m^2$:

a) $2{,}8\ m$
b) $2{,}5\ m$
c) $3{,}0\ m$ (1 pt.)

COMPLEMENTARIO

C1. Una **onda estacionaria** viene expresada por la **ecuación**:
$y(x,\ t) = 0{,}4 \cdot \cos\ (0{,}1 \cdot x)\ \cos\ (200 \cdot\ t)$ en unidades del SI.

a) Calcula la **distancia** entre **dos nodos consecutivos**. $x_1 - x_0 = 10\pi$ (0,5 pt.)
b) ¿A qué **distancia** del **origen** de la **onda** se halla el **nodo número 15**? (0,5 pt.)

$x = 145\pi\ m \simeq 455{,}5\ m$

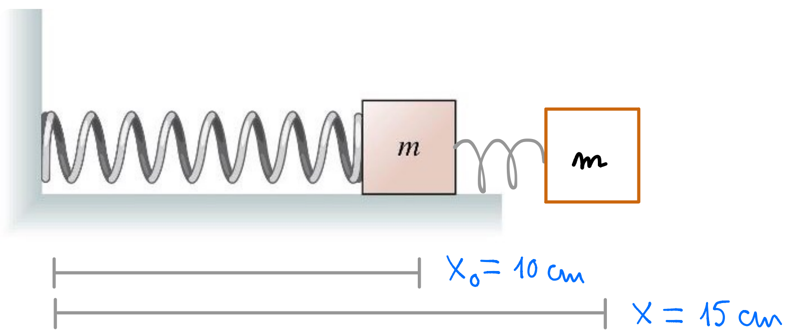
1. Un muelle elástico de **10,0 cm** tiene uno de sus extremos fijo en una pared vertical mientras que el otro está unido a una masa que descansa en equilibrio sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Se le aplica una **fuerza** de **20 N** para mantenerlo estirado hasta una **longitud** de **15,0 cm.** En esta posición se suelta para que oscile libremente en horizontal con una **frecuencia angular** de **1,57 rad/s.** Calcula:

   a) La **constante recuperadora** del resorte y la **masa** que oscila.

   b) La **ecuación** del **M.A.S.** resultante.

   c) La **velocidad** cuando la **elongación** es **x = 2cm.**

a) La **constante recuperadora** del resorte y la **masa** que oscila.



$$\boxed{F = -K \cdot \Delta X}$$ Ley de Hook

$\Delta x = |x - x_0|$

$\Delta x = (15 - 10)$ cm $= 5$ cm $= 0{,}05$ m

$K = \dfrac{20\,N}{0{,}05\,m} = 400\ \dfrac{N}{m}$

$\boxed{K = m\omega^2} \Rightarrow$

$m = \dfrac{K}{\omega^2} = \dfrac{400}{1{,}57^2} \simeq 1{,}62 \cdot 10^2$ kg

b) La **ecuación** del **M.A.S.** resultante.

$$\boxed{x = A\ \text{sen}(\omega t + \varphi_0)}$$

Calculo la fase inicial a partir de las condiciones iniciales: $x_0 = +A$

$A = A\ \text{sen}(\omega \cdot 0 + \varphi_0) = A\ \text{sen}\ \varphi_0 \Rightarrow \text{Sen}\ \varphi_0 = 1 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$x = 0{,}05 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}05 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} t\right)$

c) La **velocidad** cuando la **elongación** es **x = 2 cm.**

$x = 0{,}05 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right) = 2 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right) = \dfrac{2 \cdot 10^{-2}}{0{,}05} = 0{,}4$

$\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} = \text{arc sen}\ 0{,}4 \simeq 0{,}412$ rad $\Rightarrow t = \dfrac{0{,}412 - \pi/2}{\pi/2} < 0$, tomamos la siguiente solución: $\pi - \alpha$

$\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2} = \pi - 0{,}412 \simeq 2{,}73$ rad $\Rightarrow t = \dfrac{0{,}412 - \pi/2}{\pi/2} \simeq 0{,}74$ s

$v = \dfrac{dx}{dt} = 0{,}05 \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}05 \times \frac{\pi}{2} \times \cos\left(\frac{\pi}{2} \times 0{,}74 + \frac{\pi}{2}\right) \approx -0.072080 \frac{m}{s} \simeq -0{,}072 \frac{m}{s} = -7{,}2 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$

II º método: $\boxed{v = \pm\,\omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}}$ $\quad v = -\frac{\pi}{2} \times \sqrt{0{,}05^2 - 0{,}02^2} \approx -0.071983 \frac{m}{s} \simeq -0{,}072 \frac{m}{s}$

2. La **elongación** (en metros) de los puntos de una **onda** es: $y(x,t) = 2\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{x\cdot\pi}{0{,}80}\right)$

a) Todos los **parámetros** de la onda: **período**, **frecuencia**, **amplitud** y **nº de onda.**

$A = 2\,m$, $\omega = \frac{\pi}{2}\,rad/s \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 4\,s$, $\omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{4}\,Hz$, $k = \frac{\pi}{0{,}80} = \frac{5\pi}{4}\,m^{-1}$

b) La **diferencia de fase** (en radianes) para **dos posiciones** de la misma partícula cuando el intervalo de **tiempo** transcurrido es de **2 s.**

$\boxed{\Delta\varphi = \omega|\Delta t|}$ Desfase temporal $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}\frac{rad}{\cancel{s}}\cdot 2\cancel{s} = \pi\,rad$

c) La **diferencia de fase** (en radianes) en un **instante dado** de dos partículas separadas **120 cm** en el sentido de avance de la onda.

$\boxed{\Delta\varphi = k\cdot|\Delta x|}$ Desfase espacial $\Delta\varphi = \frac{5\pi}{4}\cancel{m}^{-1}\cdot 1{,}2\cancel{m} = 1{,}5\pi\,rad = \frac{3\pi}{2}\,rad$

d) La **velocidad** y **aceleración** máximas de oscilación de una partícula de la onda.

$y(x,t) = A\,sen(\omega t - kx + \varphi_0)$

$v = \frac{d\,y(x,t)}{dt} = A\,\omega\cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

$a = \frac{d\,v(x,t)}{dt} = -A\omega^2 sen(\omega t - kx + \varphi_0)$

$$\boxed{\begin{array}{l} y_{máx} = \pm A \\ v_{máx} = \pm A\omega \\ a_{máx} = \pm A\omega^2 \end{array}}$$

$v_{máx} = 2\cdot\frac{\pi}{2} = \pi\,m/s \simeq 3{,}14\,m/s$

$a_{máx} = 2\cdot\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 = \frac{\pi^2}{2}\,m/s^2 \simeq 4{,}9\,m/s^2$

3. Una **onda** armónica transversal se propaga en el sentido **positivo** del **eje X** con una **velocidad** de **propagación** de **20 m/s.** La **amplitud** de la onda es **A = 0,10 m** y su **frecuencia** es ***f* = 50 Hz.** Condiciones iniciales (t = 0 , x = 0 , y = 0).

a) Escribe la **ecuación** de la **onda**:

$\boxed{y(x,t) = A\,sen(\omega t - kx + \varphi_0)}$ Ecuación de ondas armónicas unidimensionales

$\omega = 2\pi f = 2\pi\cdot 50\,Hz = 100\pi\,rad/s$, $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{100\pi}{20} = 5\pi\,m^{-1}$, $\varphi_0 = 0$

$y(x,t) = 0{,}1\cdot sen(100\pi\cdot t - 5\pi\cdot x)$

b) Calcula la **aceleración** en el punto situado en **x = 1,25 m** en el instante **t = 0,1 s.**

$v(x,t) = 0{,}1\cdot 100\pi\cdot\cos(100\pi\cdot t - 5\pi\cdot x)$

$a(x,t) = -0{,}1\cdot(100\pi)^2\cdot sen(100\pi\cdot t - 5\pi\cdot x) = -0{,}1\cdot(100\pi)^2\cdot sen(100\pi\cdot 0{,}1 - 5\pi\cdot 1{,}25) \simeq 6979\,m/s^2$

c) ¿Cuál es la **distancia mínima** entre dos puntos situados en **oposición de fase**?

Dos puntos están en oposición de fase cuando $\Delta\varphi = (2n+1)\cdot\pi$,

El valor mínimo $\left.\begin{array}{l}\Delta\varphi = \pi \\ \Delta\varphi = k\cdot\Delta x\end{array}\right\}$ $5\cancel{\pi}\Delta x = \cancel{\pi} \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{5} = 0{,}2\,m$

C1. Si un oscilador armónico se encuentra en un instante dado en una posición x que es igual a la **mitad** de su **amplitud**, calcula la relación entre la **energía cinética** y la **potencial**:

$\boxed{E_m = E_c + E_p}$ Energía Mecánica $\boxed{E_p = \frac{1}{2} K y^2}$ Energía potencial elástica

$\boxed{E_c = \frac{1}{2} m v^2}$ Energía cinética $\boxed{E_m = \frac{1}{2} K A^2}$ Energía Mecánica

$$E_p = \frac{1}{2} K \left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{8} K A^2$$

$$E_c = E_m - E_p = \frac{1}{2} K A^2 - \frac{1}{8} K A^2 = \frac{1}{2} K A^2 \left(1 - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} K A^2 = 3 \cdot \frac{1}{8} K A^2 = 3 \cdot E_p$$

$$E_c = 3 \cdot E_p$$

C2. Un astronauta ha instalado en la Luna un **péndulo simple** de **0,86 m** de **longitud** y comprueba que oscila con un **período** de **4,6 s.** ¿Cuánto vale la **aceleración** de la **gravedad** en la **Luna**?

$$\boxed{T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}} \quad , \quad T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{g} \Rightarrow g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 0{,}86}{4{,}6^2} \approx 1.604510 \ m/s^2 , \quad g \simeq 1{,}6 \ m/s^2$$

C3. Una **fuente sonora** emite en el **espacio** con una potencia **uniforme** de 10 W.
¿A qué **distancia** la **intensidad** de la **onda** será de 0,1 W / m²:

$\boxed{I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}}$ Intensidad $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

$$I = \frac{P}{4\pi r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{10}{4\pi \cdot 0{,}1}} \simeq 2{,}8 \ m$$

Complementario: Una **onda estacionaria** viene expresada por la ecuación: $y(x,t) = 0{,}4 \cos(\underbrace{0{,}1}_{K} \cdot x) \cos(200 \cdot t)$ en unidades del SI.
a) Calcula la **distancia** entre dos **nodos consecutivos.**

La condición de **nodo** es que la **amplitud resultante** sea nula:

$$\cos(0{,}1 \cdot x) = 0 \Rightarrow 0{,}1 x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} , \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 0 \Rightarrow 0{,}1 x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_0 = 5\pi \\ n = 1 \Rightarrow 0{,}1 x = 3 \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow x_1 = 15\pi \end{array}\right\} x_1 - x_0 = 10\pi \ m$$

b) ¿A qué **distancia** del **origen** de la onda se halla el **nodo** número **15**?

En general: $0{,}1 x = (2n+1) \cdot \frac{\pi}{2} , \quad n \in \mathbb{N}$

$$x = (2n+1) \cdot 5\pi , \quad n \in \mathbb{N}$$

$$\left.\begin{array}{l} n = 0 , \ 1^{er} \text{ nodo} \\ n = 14 , \ 15^{o} \text{ nodo} \end{array}\right\} x = (2 \cdot 14 + 1) \cdot 5\pi = 145\pi \ m \simeq 455{,}5 \ m$$