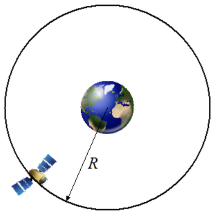
Nombre y apellidos: ____

1. Se **lanza** un satélite de **750 kg** desde la Tierra hasta una **órbita** situada a **10.000 km** sobre la **superficie**. Calcula:



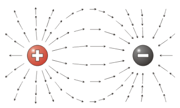
a. La **velocidad** que ha de poseer el satélite para girar en esa **órbita**.
Justifica la fórmula de la **velocidad orbital**. $v = 4{,}93 \cdot 10^3 \ \frac{m}{s}$ (0,5 pt.)

b. En esta situación, ¿se conserva el **momento angular**?
Justifica tu respuesta. $\vec{L} = cte$ (0,25 pt.)

c. La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo a esa **altura**.
Justifica la fórmula de **satelización.** $E_n = 3{,}775 \cdot 10^{10} \ J$ (0,75 pt.)

Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,81 m/s²

2. Situamos **dos cargas puntuales**, **q_1 = +100 μC** en el punto **A(-3,0)** y **q_2 = -50 μC** en el punto **B(3,0)**. Las coordenadas están en metros. Dato: K = 9·10⁹ N·m²/C² $\vec{E}_T = 3{,}24 \cdot 10^4 \ \vec{i} + 1{,}44 \cdot 10^4 \ \vec{j} \ \frac{N}{C}$



a) Calcula el **campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(0,4)**. (1 pt.)

$V_T = 9 \cdot 10^4 \ V$

b) Calcula el **trabajo** que hay que realizar para llevar una carga negativa de **-2 μC** desde el **infinito** hasta **(0,4)**. **Justifica** el **signo** del **trabajo**. $W_{\infty \to C} = 1{,}8 \cdot 10^{-1} \ J$ (0,5 pt.)

El trabajo lo realiza el campo eléctrico.

3. Dos **conductores rectilíneos**, **paralelos** y **largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos** al **eje Y**. Una corriente de **5A** pasa por el punto **(10, 0) cm** y otra corriente de **2A** por el **(20, 0) cm**. Ambas **corrientes eléctricas** circulan en el sentido **positivo** del eje **Y**. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T·m/A

a) Haz un **dibujo** de la situación. Calcula el **campo magnético** en el punto **(30, 0) cm**. (0,75 pt.)

$\vec{B}_p = -9 \cdot 10^{-6} \ \vec{k} \ T$

b) Calcula en qué **punto** se **anulará** el **campo magnético**. (0,75 pt.)

$x = 7{,}14 \cdot 10^{-2} \ m = 7{,}14 \ cm$ a la derecha de la corriente I_1.

4. Por una cuerda tensa se propaga una onda **transversal** hacia la derecha con **amplitud 5 cm**, **frecuencia 100 Hz** y **velocidad** de **propagación 340 m/s** (**fase inicial** $\varphi_0 = 0$). Calcula:

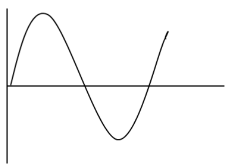
a) La **ecuación** de **onda** y(x,t). $y(x,t) = 0{,}05 \cdot \text{sen}\left(200\pi \cdot t - 1{,}85 \cdot x\right) \ m$ (0,5 pt.)

b) La **distancia** entre **dos puntos** cuya **diferencia** de **fase** en un **instante dado** es $2\pi / 3$. (0,5 pt.)

$\Delta x = 1{,}13 \ m$

c) El **valor mínimo** del **tiempo** para que la **velocidad** de **oscilación sea máxima** en la **posición x = 1 m**. (0,5 pt.)

$t = 2{,}9 \cdot 10^{-3} \ s$



CUESTIONES JUSTIFICADAS:

I. En torno al **Sol** giran **dos planetas** cuyos **períodos** de revolución son **3,66·10² días** y **4,32·10² días** respectivamente. Si el radio de la órbita del **primero** es **1,49·10¹¹ m**, la órbita del **segundo** es:

a) **La misma.**
b) **Menor.**
c) **Mayor.** (1 pt.)

II. Un **protón** penetra en una zona donde hay un **campo magnético** de **5 T**, con una velocidad de **1000 m/s** y **dirección perpendicular** al campo. Calcula el **radio** de la **órbita** descrita:

a) $r = 2{,}09 \cdot 10^{-6} m$
b) $r = 2{,}09 \cdot 10^{-3} m$
c) Va en línea recta porque la dirección es perpendicular al campo. (1 pt.)

Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg$, $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$

III. La **energía** de una onda es **directamente proporcional**:

a) Al **cuadrado** de la **frecuencia**.
b) A la **inversa** de la **frecuencia**.
c) A la **amplitud** de **onda**. (1 pt.)

IV. Si el **índice** de **refracción** del **diamante** es **2,52** y el del **vidrio 1,27**:

a) La luz se propaga con **mayor velocidad** en el **diamante**.
b) El **ángulo límite** entre el **diamante** y el **aire** es **menor** que entre el **vidrio** y el **aire**.
c) Cuando la luz pasa de **diamante al vidrio** el **ángulo** de **incidencia** es **mayor** que el ángulo de **refracción**. (1 pt.)

1. Se lanza un satélite de **750 kg** desde la Tierra hasta una órbita situada a **10.000 km** sobre la **superficie.** Calcula:

a) La **velocidad** que ha de poseer el satélite para girar en esa órbita. **Justifica** la **fórmula** de la **velocidad orbital.**

$\boxed{F_g = F_c}$ Condición de órbita

$$G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\cdot\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{G\frac{M}{r}}}$$ velocidad orbital

$$g_0 = G\frac{M_T}{R_T^2} \Rightarrow GM_T = \underline{g_0\cdot R_T^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{g_0 R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{9{,}81\times(6370\times10^3)^2}{(10000+6370)\times10^3}} \approx 4931.165701\ m/s \simeq 4{,}93\cdot10^3\ \frac{m}{s}$$

b) En esta situación, ¿se **conserva** el **momento angular**? **Justifica** tu respuesta.

$\boxed{\vec{L} = \vec{r}\times\vec{p}}$ Momento angular $\quad |\vec{L}| = |\vec{r}|\cdot|\vec{p}|\cdot \text{sen}\,\alpha$ (módulo)

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \underbrace{\frac{d\vec{r}}{dt}}_{\vec{v}}\times\underbrace{\vec{p}}_{m\cdot\vec{v}} + \vec{r}\times\underbrace{\frac{d\vec{p}}{dt}}_{\vec{F}} = \underbrace{\vec{v}\times m\vec{v}}_{0} + \vec{r}\times\vec{F}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{r}\times\vec{F} = \vec{M}}$$ momento de la fuerza

Es el caso en la fuerza gravitatoria

En una fuerza central $\vec{r}\parallel\vec{F} \Rightarrow \alpha = 0$ o $\alpha = 180^0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \vec{r}\times\vec{F} = 0 \Rightarrow \frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte \Rightarrow |\vec{r}\times\vec{p}| = cte$$

c) La **energía** que fue preciso comunicarle para situarlo a esa altura**. Justifica** la **fórmula** de **satelización.**

$$E_{m_A} + E_{necesaria} = E_{m_B}$$

$$\boxed{E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}}$$ Energía de satelización

$$-G\frac{Mm}{R_T} + E_{necesaria} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 \quad , r = R_T + h$$, A partir de ahora $M = M_T$

En B, está en órbita: $G\frac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2$

$$E_n = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 + G\frac{Mm}{R_T} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}m\,G\frac{M}{r} + G\frac{Mm}{R_T}$$

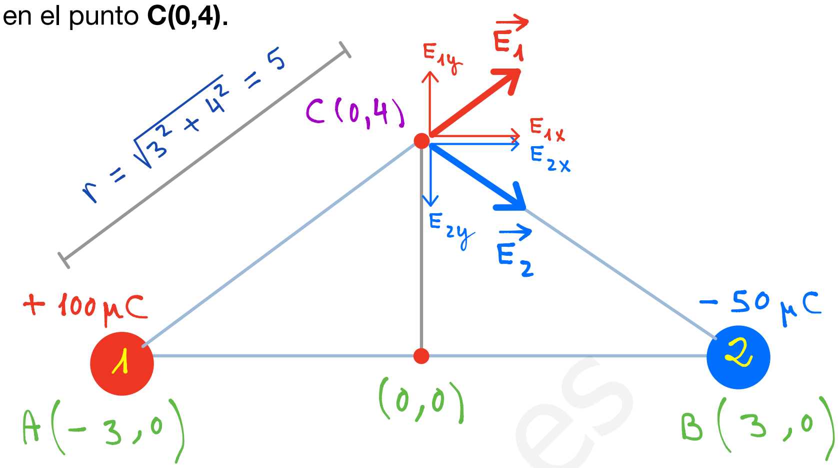
$$E_n = GMm\left(-\frac{1}{r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{R_T}\right) = GMm\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right) \quad , \ r = R_T + h \ , \quad GM = g_0\cdot R_T^2$$

$$\boxed{E_n = g_0 R_T^2\, m\left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r}\right)}$$ Energía de satelización

$$E_n = 9{,}81\times(6370\times10^3)^2\times750\times\left(\frac{1}{6370\times10^3} - \frac{1}{2\times16370\times10^3}\right) \approx 3.774860\times10^{10}\ J \simeq 3{,}775\cdot10^{10}\ J$$

2. Situamos dos **cargas** puntuales, $\mathbf{q_1 = +100\ \mu C}$ en el punto **A(-3,0)** y $\mathbf{q_2 = -50\ \mu C}$ en el punto **B(3,0).** Las coordenadas están en metros. Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$

a) Calcula el **campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(0,4).**



$$\boxed{\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^{N} \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{ri}}$$ Campo eléctrico

$r = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$\vec{u}_{AC} = \frac{(0,4)-(-3,0)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\vec{u}_{AC} = \frac{(0,4)-(3,0)}{\sqrt{3^2+4^2}} = -\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r^2}\cdot\vec{u}_1 = K\frac{Q_1}{r^2}\cdot\left(\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{100\cdot 10^{-6}}{5^2}\cdot\left(\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 21600\,\vec{i} + 28800\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r^2}\cdot\vec{u}_2 = K\frac{Q_2}{r^2}\cdot\left(-\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{-50\cdot 10^{-6}}{5^2}\cdot\left(-\frac{3}{5}\vec{i} + \frac{4}{5}\vec{j}\right) = 10800\,\vec{i} - 14400\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 32400\,\vec{i} + 14400\,\vec{j}\ \frac{N}{C} = 3{,}24\cdot 10^4\,\vec{i} + 1{,}44\cdot 10^4\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$\boxed{V_T = K\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}}$$ Potencial eléctrico

$$V_T = 9\cdot 10^9 \cdot \frac{100\cdot 10^{-6}}{5} + 9\cdot 10^9\cdot\frac{-50\cdot 10^{-6}}{5} = \frac{9\cdot 10^9}{5}\cdot(100-50)\cdot 10^{-6} = 90000\ V = 9\cdot 10^4\ V$$

b) Calcula el **trabajo** que hay que realizar para llevar una carga negativa de **-2 μC** desde el **infinito** hasta **(0,4). Justifica** el **signo** del **trabajo.**

$$\boxed{W_{AB} = -q\,(V_B - V_A)}$$ Trabajo electrostático

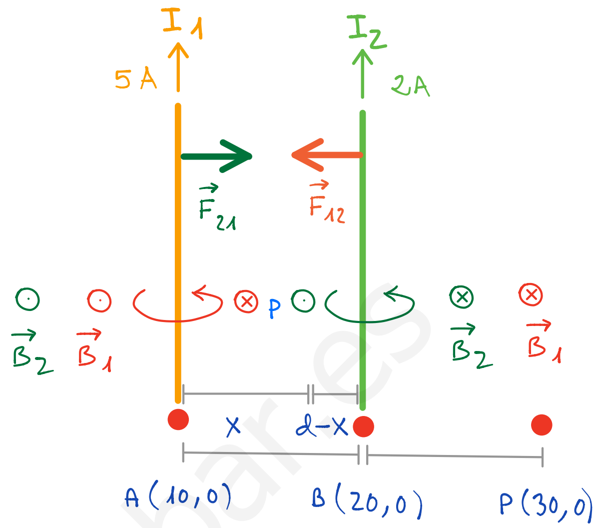
$$W_{\infty\to C} = -q\,(V_C - \underbrace{V_\infty}_{V_\infty = 0}) = -(-2\cdot 10^{-6}\,C)\cdot 9\cdot 10^4\ V = 0{,}18\ J = 1{,}8\cdot 10^{-1}\ J$$

$W_{\infty\to C} > 0$ (positivo) El trabajo lo realiza el campo eléctrico.

$W_{\infty\to C} = -\Delta E_p$ Se reduce la energía potencial de la carga.

3. Dos conductores **rectilíneos**, **paralelos** y **largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos** al eje **Y**. Una corriente de **5A** pasa por el punto **(10, 0) cm** y otra corriente de **2A** por el **(20, 0) cm.** Ambas corrientes eléctricas circulan en el **sentido positivo** del eje Y. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10e\text{-}7$ T·m/A

a) Haz un **dibujo** de la situación. Calcula el **campo magnético** en el punto **(30, 0) cm.**



$d_1 = 30 - 10 = 20 \text{ cm} = 0{,}2 \text{ m}$,

$d_2 = 30 - 20 = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2}(-\vec{k}) =$$

$$\vec{B}_P = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(\frac{I_1}{d_1} + \frac{I_2}{d_2}\right)(-\vec{k}) =$$

$$\vec{B}_P = \frac{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7}}{2\cancel{\pi}}\left(\frac{5}{0{,}2} + \frac{2}{0{,}1}\right)(-\vec{k}) = -9 \cdot 10^{-6}\,\vec{k}\text{ T}$$

b) Calcula en qué **punto** se **anulará** el campo magnético.

Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule entre los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto. En el exterior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi (d-x)}\vec{k} = 0$$ siendo $d = 20 - 10 = 10 \text{ cm} = 0{,}1 \text{ m}$

$$\frac{\mu_0 I_2}{2\pi(d-x)}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}\cancel{\vec{k}}$$

$$\frac{I_2}{(d-x)} = \frac{I_1}{x}$$

$$I_2 x = I_1 d - I_1 x$$

$$I_1 d = I_1 x + I_2 x$$

$$x = \frac{I_1 d}{I_1 + I_2} = \frac{5 \cdot 0{,}1}{5 + 2} = 0{,}0714 \text{ m}$$

$x = 7{,}14 \cdot 10^{-2}$ m $= 7{,}14$ cm a la derecha de la corriente I_1.

$I_1 > I_2 \Rightarrow$ el punto donde $\vec{B}_0 = 0$ está más cerca de I_2 (el débil)

4. Por una cuerda tensa se propaga una **onda transversal** hacia la **derecha** con **amplitud 5 cm**, **frecuencia 100 Hz** y **velocidad** de **propagación 340 m/s** (fase inicial = 0). Calcula:

a) La **ecuación** de **onda** y(x,t).

$$\boxed{y(x,t) = A \operatorname{sen}(\omega t - kx + \varphi_0)}$$ Ecuación de onda $$\boxed{v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f}$$ $$\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}}$$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 100 \text{ Hz} = 200\pi \text{ rad/s}$, $A = 5 \text{ cm} = 0{,}05 \text{ m}$

$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{100} = 3{,}4 \text{ m}$, $k = \frac{\omega}{v} = \frac{200\pi}{340} = \frac{10\pi}{17} \text{ m}^{-1} \simeq 1{,}85 \text{ m}^{-1}$, También $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{3{,}4} \simeq 1{,}85 \text{ m}^{-1}$

$$y(x,t) = 0{,}05 \cdot \operatorname{sen} \pi \left[200 \cdot t - \frac{10 \cdot x}{17}\right] \text{ m} = 0{,}05 \cdot \operatorname{sen}(200\pi \cdot t - 1{,}85 \cdot x) \text{ m}$$

b) La **distancia** entre **dos puntos** cuya **diferencia** de **fase** en un **instante** dado es **2π/3.**

$\boxed{\Delta\varphi = K\cdot|\Delta x|}$ Desfase espacial $\frac{2\pi}{3} = K\cdot\Delta x \Rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{3} = \frac{2\cancel{\pi}}{3{,}4}\cdot\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{3{,}4}{3} \simeq 1{,}13\ m$

c) El valor **mínimo** del **tiempo** para que la **velocidad** de oscilación sea **máxima** en la posición **x = 1 m.**

$$v = \frac{dy(x,t)}{dt} = A\,w\cos(wt - kx + \varphi_0) = 0{,}05\cdot 200\pi\cdot\cos(200\pi\cdot t - 1{,}85\cdot x)\ \frac{m}{s}$$

Para $x = 1m$, $v = 0{,}05\cdot 200\pi\cdot\cos(200\pi\cdot t - 1{,}85)\ \frac{m}{s}$

La velocidad es máxima cuando $\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = n\cdot 2\pi$, si $n=0$, $\varphi = 0$ (valor mínimo)

$$200\pi\cdot t - 1{,}85 = 0 \Rightarrow t = \frac{1{,}85}{200\pi} \simeq 0{,}0029\,s = 2{,}9\cdot 10^{-3}\,s$$

💡 **CUESTIONES JUSTIFICADAS:**

I. En torno al Sol giran dos planetas cuyos **períodos** de revolución son **3,66·10² días** y **4,32·10²** días respectivamente**.** Si el **radio** de la órbita del primero es **1,49·10¹¹** m, la órbita del segundo es:

a) La misma.
b) Menor.
c) Mayor.

$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = cte}$ 3ª ley de Kepler $\frac{T_A^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} \Rightarrow r_B = \sqrt[3]{\frac{T_B^2}{T_A^2}\cdot r_A^3} = r_A\sqrt[3]{\frac{T_B^2}{T_A^2}}$

Como $T_B > T_A \Rightarrow r_B > r_A$. La respuesta es la c).

II. Un **protón** penetra en una zona donde hay un campo magnético de **5 T**, con una velocidad de **1000 m/s** y dirección perpendicular al campo. Calcula el **radio** de la **órbita** descrita:

a) 2,09·10e-6 m
b) 2,09·10e-3 m
c) Va en línea recta porque la dirección es perpendicular al campo.

Datos: masa protón = 1,67·10e-27 kg; carga protón = 1,6·10e-19 C

Como la trayectoria es circular $\Rightarrow \vec{v}\perp\vec{B}$, luego la respuesta c) es falsa.

$\vec{v}\perp\vec{B} \Rightarrow \alpha = 90^0 \Rightarrow \operatorname{sen}\alpha = 1 \Rightarrow F_m = |q|\cdot v\cdot B$

$\boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q|\cdot\cancel{v}\cdot B = m\cdot\frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m\cdot v}{|q|\cdot B}}$

$$r = \frac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 1000}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 5}\ m \simeq 209\cdot 10^{-8}\ m = 2{,}09\cdot 10^{-6}\ m.$$ La respuesta es la a).

III. La **energía** de una **onda** es **directamente proporcional**:

a) Al cuadrado de la frecuencia.
b) A la inversa de la frecuencia.
c) A la amplitud de onda.

Para generar una onda, el foco emisor realiza un M.A.S.

La energía mecánica de un M.A.S. viene dada por la expresión: $\boxed{E_m = \frac{1}{2} K A^2}$ Energía Mecánica

Como $K = m\omega^2$ y $\omega = 2\pi f$ resulta: $E_m = \frac{1}{2} K A^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \frac{1}{2} m\, 4\pi^2 f^2 A^2$

Simplificando: $\boxed{E_m = 2 m \pi^2 f^2 A^2}$ Energía mecánica de una onda

Como se puede apreciar, b) y c) son falsas. La respuesta es la a).

IV. Si el **índice** de **refracción** del **diamante** es **2,52** y el del **vidrio 1,27**:

a) La luz se propaga con mayor velocidad en el diamante.
b) El ángulo límite entre el diamante y el aire es menor que entre el vidrio y el aire. $n_{aire} = 1$
c) Cuando la luz pasa de diamante al vidrio el ángulo de incidencia es mayor que el ángulo de refracción.

$\boxed{n = \frac{c}{v}}$ Índice de refracción
$c \equiv$ velocidad de la luz, luego $n \geq 1$

$n_d > n_v \Rightarrow v_d < v_v$ luego la respuesta a) es falsa.

$\boxed{n_1 \operatorname{sen} \hat{\imath} = n_2 \operatorname{sen} \hat{r}}$ Ley de Snell En el caso límite $\hat{r} = 90^\circ$

$$n_1 \cdot \operatorname{sen} \ell = n_2 \cdot \underbrace{\operatorname{sen} 90^\circ}_{1} = n_2 \Rightarrow \operatorname{sen} \ell = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

ángulo límite

$$\frac{\operatorname{sen} \hat{\imath}}{\operatorname{sen} \hat{r}} = \frac{v_1}{v_2} \Rightarrow \left.\begin{matrix} \hat{r} = 90^\circ \\ \operatorname{sen} \hat{r} = 1 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \operatorname{sen} \hat{\imath} = \operatorname{sen} \ell = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$\hat{\imath} = \ell$ (límite)

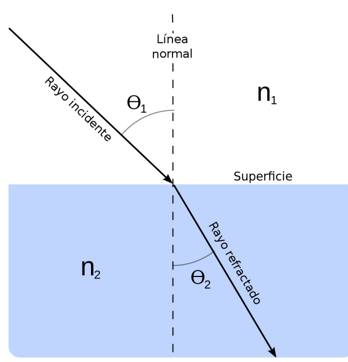
$$\boxed{\ell = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{arc\,sen} \frac{v_1}{v_2}}$$

Ángulo límite

$$\ell_{d-a} = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_a}{n_d} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{2{,}52} \simeq 23{,}38^\circ$$

$$\ell_{v-a} = \operatorname{arc\,sen} \frac{n_a}{n_v} = \operatorname{arc\,sen} \frac{1}{1{,}27} \simeq 51{,}94^\circ$$

La respuesta es la b).



La respuesta c) es falsa. $n_d \operatorname{sen} \hat{\imath} = n_v \operatorname{sen} \hat{r}$

$n_d > n_v \Rightarrow \operatorname{sen} \hat{\imath} < \operatorname{sen} \hat{r} \Rightarrow \hat{\imath} < \hat{r}$