

Nombre y apellidos: _____

1. Un electrón se acelera desde el reposo mediante una **diferencia de potencial** de $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$, penetrando a continuación, **perpendicularmente**, en un **campo magnético uniforme** de $0,2 \text{ T}$.

Datos: Masa electrón: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Carga electrón: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- a) Calcula la **velocidad** del electrón al entrar en el campo magnético. $1,875 \cdot 10^7 \text{ m/s}$ (1 pt.)
b) Calcula el **radio** de la trayectoria del electrón. (Demuestra la fórmula). $5,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$ (1 pt.)
c) Calcula el **campo eléctrico uniforme (vector)** necesario para que el electrón **no experimente desviación** a su paso por la región en la que existen el campo eléctrico y el magnético. (1 pt.) $3,75 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$

Se discute la dirección del vector en el solucionario.

2. Dos hilos conductores rectilíneos A y B , paralelos y muy largos están situados en el plano XY . Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 1 \text{ A}$ e $I_B = 2 \text{ A}$. La distancia entre ambos conductores es de 10 cm .

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$

- a) Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. $\vec{B}_H = 4 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k} \text{ T}$ (1,5 pt.)
b) Calcula la **fuerza por unidad de longitud** que ejerce I_A sobre la corriente I_B . (1 pt.) $4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}}$
c) **Justifica** vectorialmente si los conductores **se atraen** o **se repelen**. (0,5 pt.)

3. Una bobina de **10 espiras circulares** de 2 cm de radio está situada en el plano XY en una región donde existe un **campo magnético uniforme** de $0,4 \text{ T}$ dirigido en el sentido del eje Z . **Calcula**, en función del tiempo, el **flujo magnético** y la **f.e.m. inducida** en las espiras si las hacemos girar a 200 Hz en torno a un eje central. Calcula además, la **f.e.m.** para $t = 2,4 \text{ s}$. (2 pt.)

4. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** el **incremento de energía cinética** de las cargas que parten del reposo dentro de un **ciclotrón** después de describir **2 vueltas completas**:

a) $q \cdot \Delta V$ b) $2 \cdot q \cdot \Delta V$ c) $4 \cdot q \cdot \Delta V$ (1,5 pt.)

5. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Si se acerca de pronto el polo sur de un imán al plano de una espira sin corriente, se produce en ésta:

- a) Una **f.e.m. inducida** en **sentido horario**.
b) Una **f.e.m. inducida** en **sentido antihorario**.
c) **Ninguna f.e.m.** porque la espira inicialmente **no posee corriente**. (0,5 pt.)

COMPLEMENTARIO

Dos **cargas** de $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se mueven **paralelamente** en el sentido positivo del eje Z a una **velocidad** de $3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. En cierto instante, la primera carga se encuentra en $A(0,2,0)$ y la segunda en $B(0,5,0)$, con las distancias expresadas en **metros**.

- a) Calcula el **vector campo magnético** creado por la primera carga en el punto B . (0,5 pt.)
b) Calcula el **vector fuerza magnética** que ejerce la **primera carga** sobre la **segunda**. (0,5 pt.)

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 2} \simeq -1,67 \cdot 10^{-8} \vec{k} \text{ T} \quad , \quad \vec{F}_{1 \rightarrow 2} \simeq -3,5 \cdot 10^{-8} \vec{j} \text{ N}$$



Pierre-Simon Laplace

1. Un electrón se acelera desde el reposo mediante una **diferencia de potencial** de $1,0 \cdot 10^3 \text{ V}$, penetrando a continuación, **perpendicularmente**, en un **campo magnético uniforme** de $0,2 \text{ T}$.

Datos: Masa electrón: $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, Carga electrón: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- Calcula la **velocidad** del electrón al entrar en el campo magnético. (1 pt.)
- Calcula el **radio** de la trayectoria del electrón. (Demuestra la fórmula). (1 pt.)
- Calcula el **campo eléctrico uniforme (vector)** necesario para que el electrón **no experimente desviación** a su paso por la región en la que existen el campo eléctrico y el magnético. (1 pt.)

$$a) \quad W = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 q_e \cdot \Delta V}{m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1 \cdot 10^3 \text{ V}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} \approx 1,875 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

$$b) \quad \vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot v \cdot B = m \cdot \frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$$

$$r = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,875 \cdot 10^7 \text{ m/s}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,2 \text{ T}} \approx 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

c) Necesitamos una fuerza eléctrica opuesta a la magnética para que $\vec{F} = q \cdot (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) = 0$

$$\text{En módulo: } F_e = F_m \Rightarrow q E = q v B \Rightarrow \boxed{E = v \cdot B} = 1,875 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,2 \text{ T} = 3,75 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$$

$\vec{F}_e = q \vec{E} \Rightarrow \vec{E}$ va en sentido contrario a \vec{F}_e porque la carga es negativa.



Si $\vec{v} = v \cdot \vec{i}$ y $\vec{B} = B \cdot \vec{k}$ entonces $\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow \vec{i} \times \vec{k} = -\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_m = F_m \cdot \vec{j}$ (carga negativa)

Entonces la fuerza eléctrica $\vec{F}_e = F_e \cdot (-\vec{j}) = q \cdot \vec{E}$ siendo $q < 0$, $\ominus \cdot (-\vec{j}) = \vec{j}$

Como \vec{E} va en sentido contrario $\vec{E} = E \cdot \vec{j} \Rightarrow \vec{E} = 3,75 \cdot 10^6 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}} \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \right)$

2. Dos hilos conductores rectilíneos A y B , paralelos y muy largos están situados en el plano XY . Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 1 \text{ A}$ e $I_B = 2 \text{ A}$. La distancia entre ambos conductores es de 10 cm .

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$

- Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. (1,5 pt.)
- Calcula la **fuerza por unidad de longitud** que ejerce I_A sobre la corriente I_B . (1 pt.)
- Justifica** vectorialmente si los conductores se **atraen** o se **repelen**. (0,5 pt.)

a) Para calcular el campo en el punto medio M , sumamos vectorialmente los campos magnéticos creados por los dos hilos.

$$\vec{B}_M = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi \frac{d}{2}} (-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi \frac{d}{2}} \vec{k} = \frac{\mu_0}{2\pi \frac{d}{2}} (I_B - I_A) \vec{k}$$

$$\frac{d}{2} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} \quad \text{y} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{A} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\vec{B}_M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^{-2}} \cdot (2 - 1) \vec{k} = 4 \cdot 10^{-6} \cdot \vec{k} \text{ T}$$

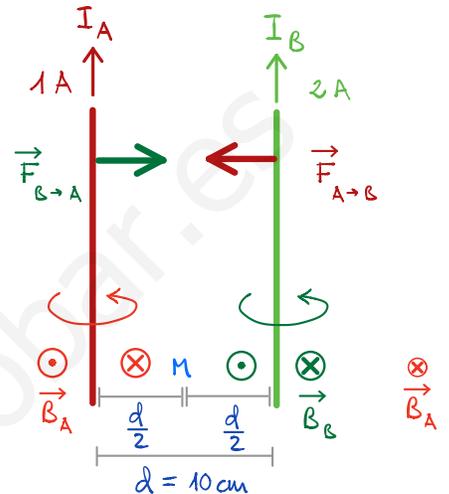
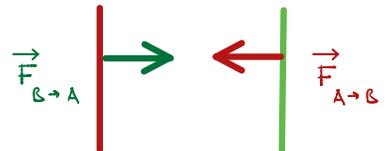
La corriente B es más fuerte y en la dirección \vec{k} .

b) $\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$ $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$ Campo magnético conductor rectilíneo

$$F_{A \rightarrow B} = I_B \cdot l_B \cdot B_A = I_B \cdot l_B \cdot \frac{\mu_0 I_A}{2\pi d}$$

$$\frac{F_{A \rightarrow B}}{l_B} = \frac{\mu_0 I_A I_B}{2\pi d} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \text{ A} \cdot 2 \text{ A}}{2\pi \cdot 10 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 4 \cdot 10^{-6} \frac{\text{N}}{\text{m}} \quad \text{Fuerza por unidad de longitud}$$

c) $\vec{F}_{A \rightarrow B} \Rightarrow \vec{l}_B \times \vec{B}_A \Rightarrow \vec{j} \times (-\vec{k}) = -\vec{i}$
 $\vec{F}_{B \rightarrow A} \Rightarrow \vec{l}_A \times \vec{B}_B \Rightarrow \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i}$ } Los hilos se atraen



3. Una bobina de **10 espiras circulares** de 2 cm de radio está situada en el plano XY en una región donde existe un **campo magnético uniforme** de $0,4\text{ T}$ dirigido en el sentido del eje Z . **Calcula**, en función del tiempo, el **flujo magnético** y la **f.e.m. inducida** en las espiras si las hacemos girar a 200 Hz en torno a un eje central. Calcula además, la **f.e.m.** para $t = 2,4\text{ s}$. (2 pt.)

$$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha, \quad \omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 200\text{ Hz} = 400\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \alpha = \omega t = 400\pi t$$

$$B = 0,4\text{ T}, \quad S = N \cdot \pi r^2 = 10 \cdot \pi \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2\text{ m}^2 \Rightarrow \Phi_m \simeq 5 \cdot 10^{-3} \cdot \cos(400\pi \cdot t) [\text{T} \cdot \text{m}^2 = \text{Wb}]$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_m}{dt}} = \cancel{+} B \cdot S \cdot \omega (\cancel{-} \sin \omega t) = B S \omega \sin \omega t$$

$$\mathcal{E} = 5 \cdot 10^{-3} \cdot 400\pi \cdot \sin(400\pi \cdot t) \simeq 6,3 \cdot \sin(400\pi \cdot t) [\text{V}]$$

$$\text{Para } t = 2,4\text{ s}, \quad \mathcal{E} = 6,3 \cdot \sin(400\pi \cdot 2,4\text{ s}) = 6,3 \cdot \sin 960\pi = 0\text{ V}$$

\uparrow rad

4. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** el **incremento de energía cinética** de las cargas que parten del reposo dentro de un **ciclotrón** después de describir **2 vueltas completas**:

a) $q \cdot \Delta V$

b) $2 \cdot q \cdot \Delta V$

c) $4 \cdot q \cdot \Delta V$

(1,5 pt.)

Una carga que parte del reposo se acelera en la franja con campo eléctrico:

$$W = q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 \Rightarrow \Delta E_c = q \cdot \Delta V$$

La ΔV alterna (cambia de signo) y la carga se vuelve a acelerar:

$$q \cdot \Delta V = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 2 q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_2^2 \text{ y así sucesivamente.}$$

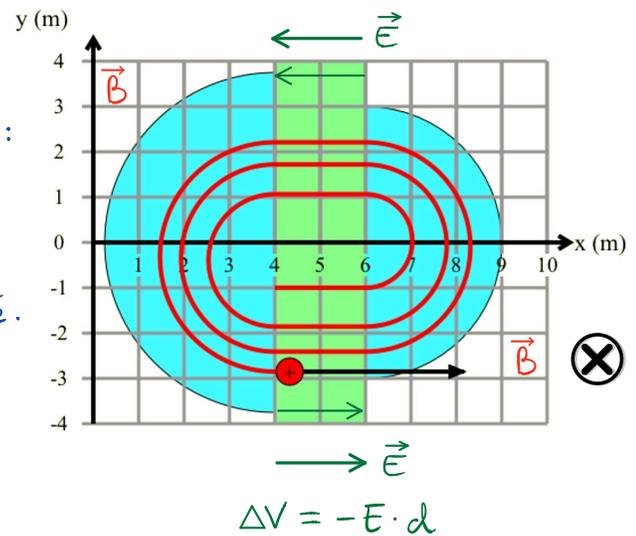
La Energía cinética (tras **dos** pasos) es:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{4 \cdot q \cdot \Delta V}{m} = 2 q \cdot \Delta V$$

2 pasos por el campo eléctrico equivalen a una vuelta completa.

En 2 vueltas da 4 pasadas por el campo eléctrico luego $\Delta E_c = 4 \cdot q \cdot \Delta V$

Respuesta **(C)**



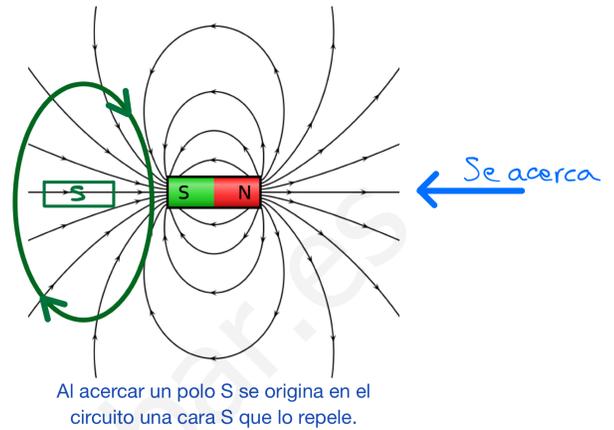
5. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Si se acerca de pronto el polo sur de un imán al plano de una espira sin corriente, se produce en ésta:

- a) Una *f.e.m.* **inducida** en **sentido horario**.
- b) Una *f.e.m.* **inducida** en **sentido antihorario**.
- c) **Ninguna** *f.e.m.* porque la espira inicialmente **no posee corriente**.

(0,5 pt.)

Hay variación de flujo magnético porque el imán se mueve.

Por la ley de Lenz, la corriente eléctrica inducida *f.e.m.* genera un campo magnético que se opone a la causa que lo produce. Por lo tanto, al acercar el polo sur el circuito actuará como un polo sur para repelelo.



$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Ley de Lenz (signo negativo)



Sentido horario.
Respuesta **a)**

COMPLEMENTARIO

Dos **cargas** de $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ se mueven **paralelamente** en el sentido positivo del eje *Z* a una **velocidad** de $3 \cdot 10^5 \text{ m/s}$. En cierto instante, la primera carga se encuentra en $A(0,2,0)$ y la segunda en $B(0,5,0)$, con las distancias expresadas en **metros**.

- a) Calcula el **vector campo magnético** creado por la primera carga en el punto *B*. (0,5 pt.)
- b) Calcula el **vector fuerza magnética** que ejerce la **primera carga** sobre la **segunda**. (0,5 pt.)

Dato: Permeabilidad magnética del vacío, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Tm A}^{-1}$



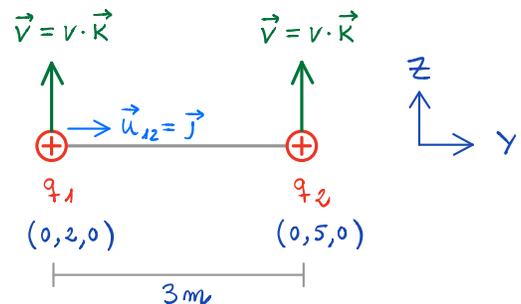
Pierre-Simon Laplace

a) Campo magnético creado por una carga en movimiento:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q}{4\pi r^2} \cdot \vec{v} \times \vec{u}_r$$

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \text{ C}}{4\pi (3\text{m})^2} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{k} \times \vec{j}$$

$$\vec{B}_{1 \rightarrow 2} \approx -1,67 \cdot 10^{-8} \vec{l} \text{ T}$$



b) $\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = q_2 \cdot \vec{v}_2 \times \vec{B}_{1 \rightarrow 2}$

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 3 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \vec{k} \times 1,67 \cdot 10^{-8} (-\vec{l}) \text{ T} \approx -3,5 \cdot 10^{-8} \vec{j} \text{ N} \quad (\text{atractiva})$$

$$\vec{k} \times (-\vec{l}) = -\vec{j}$$