Nombre y apellidos: ____

1. Un protón tiene una **energía cinética** de $10^{-15}\ J$, penetrando a continuación, **perpendicularmente**, en un **campo magnético uniforme** de $0{,}75\ T$. Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$, $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

   a) Calcula la **velocidad** del protón al entrar en el campo magnético. (0,5 pt.)

   b) Calcula el **radio** y la **frecuencia** de **giro** del protón. (**Demuestra las fórmulas**). (2 pt.)

2. Dos hilos conductores rectilíneos A y B, paralelos y muy largos están situados en el plano XY. Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 30\ mA$ e $I_B = 20\ mA$. La **distancia** entre ambos conductores es de $8\ cm$. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ TmA^{-1}$

   a) Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. (1,5 pt.)

   b) Calcula a qué **distancia** de A está el **punto de equilibrio** donde el **campo total es nulo**. (1 pt.)

   c) **Justifica** vectorialmente si los conductores se **atraen** o se **repelen**. (0,5 pt.)

3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje** X. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 10^4\ \vec{j}\ N/C$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0{,}25\ \vec{k}\ T$.

   Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético externo $\vec{B_0} = 0{,}75\ \vec{k}\ T$ para desviar la trayectoria de las cargas.

   a) Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (1,5 pt.)

   b) Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. (**Te sirve la fórmula que justificaste en 1b**). (0,5 pt.)

   Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27} kg$, $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19} C$

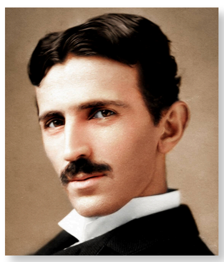
4. 💡**CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** el **incremento de energía cinética** de las cargas que parten del reposo dentro de un **ciclotrón** después de describir **1 vuelta completa**:

   a) $q \cdot \Delta V$ b) $2 \cdot q \cdot \Delta V$ c) $4 \cdot q \cdot \Delta V$ (1 pt.)

5. 💡**CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un conjunto de **N espiras circulares en función** de su radio **r** y del **número** de **espiras N**. (1,5 pt.)

   a) $L = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi}{2r}$ b) $L = \dfrac{\mu_0 N \pi r}{2}$ c) $L = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$

COMPLEMENTARIO: Un **alternador** está formado por **10 espiras cuadradas** de $2\ cm$ de lado situadas en el plano XY en una región donde existe un **campo magnético uniforme** de $0{,}5\ T$ dirigido en el sentido del eje Z. **Calcula,** en **función del tiempo**, el **flujo magnético** y la $f.e.m.$ **inducida** en las espiras si las hacemos girar a $500\ Hz$ en torno a un eje central. Calcula además, la $f.e.m.$ para $t = 1{,}4\ s$. (1,5 pt.)



Nikola Tesla

1. Un protón tiene una **energía cinética** de $10^{-15}\ J$, penetrando a continuación, **perpendicularmente**, en un **campo magnético uniforme** de $0{,}75\ T$. Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg\ ,\ q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C$

   a) Calcula la **velocidad** del protón al entrar en el campo magnético. (0,5 pt.)

   b) Calcula el **radio** y la **frecuencia** de **giro** del protón. (**Demuestra las fórmulas**). (2 pt.)

a) $W = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v^2 - 0 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2\,\Delta E_c}{m_p}}$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-15}\ J}{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ Kg}} \simeq 1{,}09 \cdot 10^{6}\ m/s$$

b) $\vec{B} \perp \vec{v} \Rightarrow \boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q| \cdot \cancel{v} \cdot B = m \cdot \frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B}}$

$$r = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}\ Kg \cdot 1{,}09 \cdot 10^{6}\ m/s}{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 0{,}75\ T} \simeq 1{,}52 \cdot 10^{-2}\ m$$

Frecuencia: $\left.\begin{array}{l} v = \omega \cdot r \\ \omega = 2\pi \cdot f \end{array}\right\} f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{1{,}09 \cdot 10^{6}\ m/s}{2\pi \cdot 1{,}52 \cdot 10^{-2}\ m} \simeq 1{,}14 \cdot 10^{7}\ Hz$

Método II: $f = \frac{v}{2\pi r} = \frac{\cancel{v}}{2\pi \frac{m \cdot \cancel{v}}{|q| \cdot B}} = \boxed{\frac{|q| \cdot B}{2\pi \cdot m}} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C \cdot 0{,}75\ T}{2\pi \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ Kg} \simeq 1{,}14 \cdot 10^{7}\ Hz$

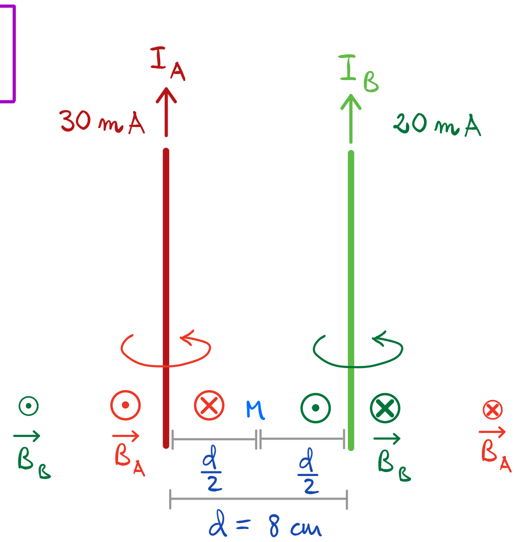
2. Dos hilos conductores rectilíneos A y B, paralelos y muy largos están situados en el plano XY. Conducen corrientes **paralelas** (ambas en el sentido positivo del eje Y) de intensidades $I_A = 30\ mA$ e $I_B = 20\ mA$. La **distancia** entre ambos conductores es de $8\ cm$. Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ TmA^{-1}$

   a) Dibuja un **esquema**. Calcula el **vector campo magnético total** o resultante en el **punto medio** de la línea que une a ambos conductores. (1,5 pt.)

   b) Calcula a qué **distancia** de A está el **punto de equilibrio** donde el **campo total es nulo**. (1 pt.)

   c) **Justifica** vectorialmente si los conductores se **atraen** o se **repelen**. (0,5 pt.)

a) Para calcular el campo en el punto medio M, sumamos vectorialmente los campos magnéticos creados por los dos hilos. $\boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}}$



$$\vec{B}_M = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi \frac{d}{2}} (-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi \frac{d}{2}} \vec{k} = \frac{\mu_0}{2\pi \frac{d}{2}} (I_B - I_A)\, \vec{k}$$

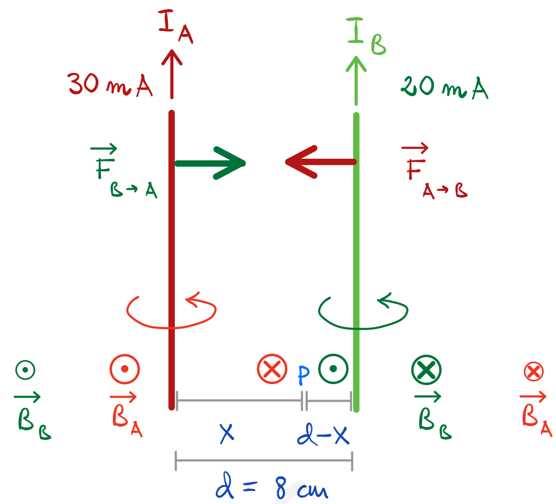
$\frac{d}{2} = 4 \cdot 10^{-2} m$ y $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot A \cdot m^{-1}$

$$\vec{B}_M = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2\pi \cdot 4 \cdot 10^{-2}} \cdot (20 - 30)\, 10^{-3}\ \vec{k} = -5 \cdot 10^{-8} \cdot \vec{k}\ T$$

La corriente A es más fuerte y en la dirección $-\vec{k}$.

b) Como se puede apreciar en la figura, es posible que el campo se anule entre los hilos conductores porque, en esa región, tienen sentido opuesto.

En el exterior no se pueden anular porque tienen el mismo sentido.



$$\vec{B}_P = \vec{B}_A + \vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x}(-\vec{k}) + \frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d-x)}\vec{k} = 0 \quad \text{(Equilibrio)}$$

$$\frac{\mu_0 I_B}{2\pi(d-x)}\cancel{\vec{k}} = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x}\cancel{\vec{k}}$$

$$\frac{I_B}{(d-x)} = \frac{I_A}{x}$$

$$I_B x = I_A d - I_A x$$

$$I_A d = I_A x + I_B x$$

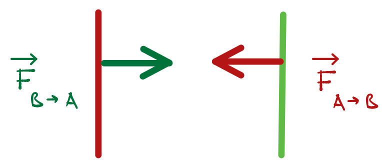
$$x = \frac{I_A d}{I_A + I_B} = \frac{30\ mA \cdot 8 \cdot 10^{-2}\ m}{30\ mA + 20\ mA}$$

$x = 0{,}048\ m = 4{,}8 \cdot 10^{-2}\ m$ del hilo A (4,8 cm)

Como $I_A > I_B$ el punto donde $\vec{B}_P = 0$ estará más cerca de I_B (el débil)

c) $\boxed{\vec{F}_m = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})}$ 1ª ley de Laplace

$$\left.\begin{array}{l} \vec{F}_{A\to B} \Rightarrow \vec{l}_B \times \vec{B}_A \Rightarrow \vec{j} \times (-\vec{k}) = -\vec{i} \\ \vec{F}_{B\to A} \Rightarrow \vec{l}_A \times \vec{B}_B \Rightarrow \vec{j} \times \vec{k} = \vec{i} \end{array}\right\}$$ Los hilos se atraen



3. Se quieren separar los **protones** de un haz de partículas en un **espectrómetro de masas**. Los protones entran en el **sentido del eje** X. El **selector de velocidad** del espectrómetro está formado por un **campo eléctrico** $\vec{E} = 10^4\ \vec{j}\ N/C$ y un **campo magnético** perpendicular $\vec{B} = 0{,}25\ \vec{k}\ T$.

   Después del selector, en la **zona de desviación**, hay un campo magnético externo $\vec{B_0} = 0{,}75\ \vec{k}\ T$ para desviar la trayectoria de las cargas.

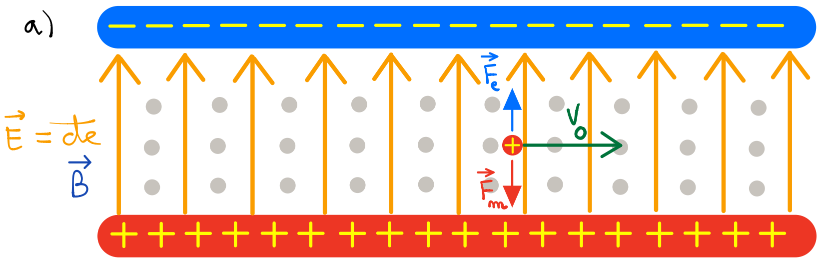
   a) Dibuja un esquema y determina la **velocidad seleccionada** para que los protones pasen sin desviarse. **Justifica** la fórmula que utilices. (1,5 pt.)

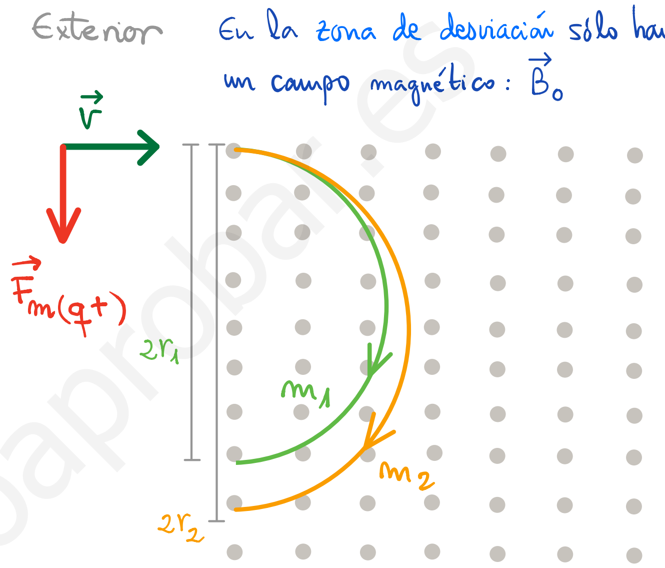
   b) Calcula el **radio de la trayectoria** de los protones dentro de la cámara de desviación e indica si se desvían hacia **arriba** o hacia **abajo**. (**Te sirve la fórmula que justificaste en 1b**). (0,5 pt.)

   Datos: $m_p = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\,kg$, $q_p = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,C$

En la zona de desviación sólo hay un campo magnético: $\vec{B}_0$

a)





Campo magnético hacia fuera

$$\left.\begin{array}{l} \vec{E} = E\cdot\vec{j} \\ \vec{B} = B\cdot\vec{k} \\ \vec{v} = v\cdot\vec{i} \end{array}\right\} \quad \vec{v}\times\vec{B} = vB(\vec{i}\times\vec{k}) = -vB\,\vec{j}$$

La fuerza eléctrica $\vec{F}_e = +q\cdot E\,(\vec{j})$ hacia arriba

La fuerza magnética $\vec{F}_m = +q\cdot v\cdot B\,(-\vec{j})$ hacia abajo

La fuerza de Lorentz $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = +q\,(E - v\cdot B)\,\vec{j} = 0$

$E - v\cdot B \Rightarrow$ Si $\boxed{v = \dfrac{E}{B}}$ la fuerza total es nula $\vec{F}_m + \vec{F}_e = 0$

La velocidad seleccionada por el selector es $v = \dfrac{E}{B} = \dfrac{10^4\ N/C}{0{,}25\ T} = 4\cdot 10^4\ m/s$

Fuera del selector $\vec{B}_0 \perp \vec{v} \Rightarrow \boxed{F_m = F_c} \Rightarrow |q|\cdot\cancel{v}\cdot B_0 = m\cdot\dfrac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow \boxed{r = \dfrac{m\cdot v}{|q|\cdot B_0}}$ Radio de curvatura

b) $r = \dfrac{m\cdot v}{|q|\cdot B_0} = \dfrac{1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 4\cdot 10^4}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 0{,}75} \simeq 5{,}6\cdot 10^{-4}\,m$

Veamos en qué sentido se desvía. En la cámara de desviación actúa sólo la fuerza magnética:

$\vec{F} = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B})$, q es positiva , $\vec{v}\times\vec{B} = vB\ \vec{i}\times\vec{k} = vB\,(-\vec{j}) \Rightarrow$

el protón se desvía hacia abajo.

4. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** el **incremento de energía cinética** de las cargas que parten del reposo dentro de un **ciclotrón** después de describir **1 vuelta completa**:

a) $q \cdot \Delta V$ b) $2 \cdot q \cdot \Delta V$ c) $4 \cdot q \cdot \Delta V$ (1 pt.)

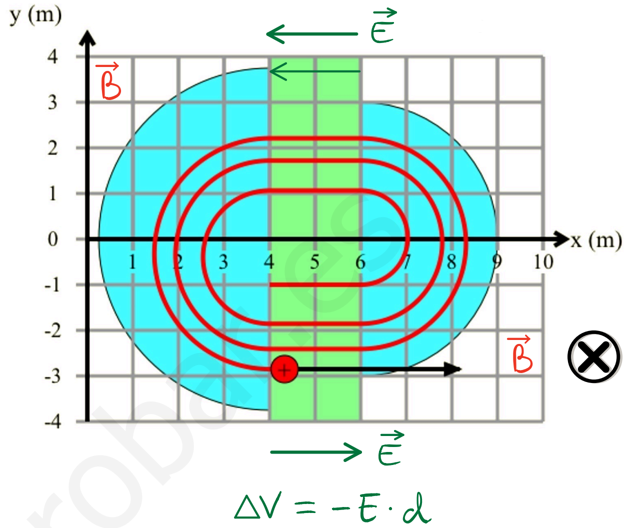
Una carga que parte del reposo se acelera en la franja con campo eléctrico:

$W = q \cdot \Delta V = \Delta E_C = \frac{1}{2} m v_1^2 - 0 \Rightarrow \Delta E_C = q \cdot \Delta V$

La ΔV alterna (cambia de signo) y la carga se vuelve a acelerar:

$q \cdot \Delta V = \Delta E_C = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$

$q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow 2 q \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m v_2^2$ y así sucesivamente.



La Energía cinética (tras dos pasos) es:

$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cancel{m} \cdot \frac{4 \cdot q \cdot \Delta V}{\cancel{m}} = 2 q \cdot \Delta V$ Respuesta (b)

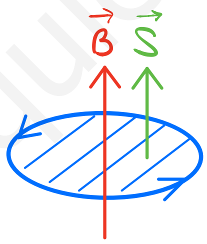
5. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un conjunto de **N espiras circulares en función** de su radio **r** y del **número** de **espiras N.** (1,5 pt.)

a) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi}{2r}$ b) $L = \frac{\mu_0 N \pi r}{2}$ c) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$

$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2r}}$ Campo magnético N espiras conductoras

r = radio , $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ T m A^{-1}

$S = N \cdot \pi r^2$ (N espiras)

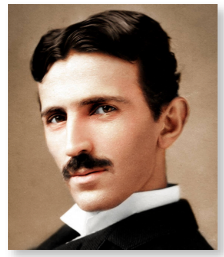


$\vec{B} \parallel \vec{S} \Rightarrow \alpha = 0°$

$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos \alpha = \frac{\mu_0 N I}{2 \cancel{r}} \cdot N \cdot \pi r^{\cancel{2}} \cdot \cos 0°$

$\Phi_m = \underbrace{\frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}}_{L} \cdot I$ La autoinducción $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$ Respuesta (c)

COMPLEMENTARIO: Un **alternador** está formado por **10 espiras cuadradas** de $2\ cm$ de lado situadas en el plano XY en una región donde existe un **campo magnético uniforme** de $0{,}5\ T$ dirigido en el sentido del eje Z. **Calcula,** en **función del tiempo**, el **flujo magnético** y la $f.e.m.$ **inducida** en las espiras si las hacemos girar a $500\ Hz$ en torno a un eje central. Calcula además, la $f.e.m.$ para $t = 1{,}4\ s$. (1,5 pt.)


Nikola Tesla

$\phi_m = B\cdot S\cdot\cos\alpha$, $\omega = 2\pi\cdot f = 2\pi\cdot 500\ Hz = 1000\pi\ \frac{rad}{s}$, $\alpha = \omega t = 1000\pi t$

$B = 0{,}5\ T$, $S = N\cdot l^2 = 10\cdot(2\cdot10^{-2})^2\ m^2 \Rightarrow \phi_m = 0{,}5\cdot 4\cdot 10^{-3}\cdot\cos(1000\pi\cdot t)$

$\phi_m = 2\cdot 10^{-3}\cdot\cos(1000\pi\cdot t)\ [T\cdot m^2 = Wb]$

$\boxed{\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt}} = \cancel{-}B\cdot S\cdot\omega(\cancel{-}\,\text{sen}\,\omega t) = BS\omega\ \text{sen}\,\omega t$

$\varepsilon = 2\cdot10^{-3}\cdot 1000\pi\cdot\text{sen}(1000\pi\cdot t) = 2\pi\cdot\text{sen}(1000\pi\cdot t)\ [V]$

Para $t = 1{,}4\ s$, $\varepsilon = 2\pi\cdot\text{sen}(\underbrace{1000\pi\cdot 1{,}4}_{rad}) = 0V$