Nombre y apellidos: ____

1. Una **partícula** con **carga 5·10^{-10} C** se mueve en la **dirección del eje Y** con una velocidad de **4·10^{6} m/s** y entra en una zona donde existe un **campo magnético** en la **dirección del eje X** con un valor de **0,5 T**.

   a) Calcula la **masa** si el **radio** de giro de la **órbita** es **10^{-7} m**. (Demuestra la fórmula) (1 pt.) $6{,}25 \cdot 10^{-24}$ Kg

   b) Razona si la **fuerza magnética** realiza algún **trabajo** sobre la carga cuando esta describe una órbita circular. (0,5 pt.)

   c) Calcula el **campo eléctrico (vector)** que habría que aplicar para que la carga no sufra **ninguna desviación**, tal como ocurre en un **selector de velocidad**. $\vec{E} = 2 \cdot 10^{6}\ \vec{k}\ \frac{N}{C}\left(\frac{V}{m}\right)$ (1 pt.)

2. Dos **conductores rectilíneos A y B**, **paralelos** y **largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos** al **eje Y**. Conducen **corrientes opuestas** de intensidades **I_A = 0,5 A** (sentido positivo del eje Y) e **I_B = 2 A** (sentido negativo eje Y). La **distancia** entre ambos conductores es de **12 cm**. 0,04 m a la izquierda de I_A

   a) Dibuja un **esquema**. Calcula a qué **distancia** del conductor de **A** se encuentra un **punto** en el que el **campo magnético total sea nulo**. Indica si está en el **interior** o en el **exterior**. (1,5 pt.)

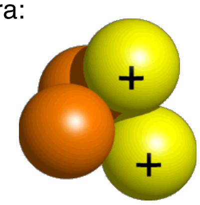
   b) Calcula el vector **campo magnético total** creado por los dos conductores A y B en el punto **M** (**punto medio** entre los conductores A y B). Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,TmA^{-1}$ (1 pt.) $8{,}4 \cdot 10^{-6}\,(-\vec{k})$ T

   c) Calcula el vector **fuerza magnética** ejercida por los dos conductores A y B sobre un tercer **conductor C paralelo** a los anteriores, de **0,4 m** de **longitud**, con una corriente **I_C = 0,3 A** y que pasa por **M**. $1 \cdot 10^{-6}\,(-\vec{i})$ N (0,5 pt.)

3. Una bobina de **5 espiras cuadradas** y **3 cm** de **lado** se encuentra situada en una región en la que hay un **campo magnético uniforme** y **constante** de **0,2 T**. Inicialmente, el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. En t = 0, la espira comienza a **rotar uniformemente** con respecto a uno de sus diámetros, de manera que el **período** de la **rotación** es de **3,0 s**. Calcula la **fem inducida** en la espira en el instante **t = 4 s**. $\varepsilon = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$ V (2 pt.)

4. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Un **protón** y una **partícula alfa** ($q_{alfa} = 2 \cdot q_{protón}$; $m_{alfa} = 4 \cdot m_{protón}$) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. **Justifica** cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera: (1,5 pt.)

   a) Las partículas **atraviesan** el campo **sin desviarse**.
   b) El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
   c) La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.



5. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un conjunto de **N espiras circulares en función** de su radio **r** y del **número** de **espiras N**. (1 pt.)

   a) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi}{2r}$ b) $L = \frac{\mu_0 N \pi r}{2}$ c) $L = \frac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$


Michael Faraday

COMPLEMENTARIO

Un **electrón** se mueve con una velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \vec{i} - 5 \cdot 10^5 \vec{k}$ m/s. En cierto instante, el electrón se encuentra en **A(0, 0, 3)** con las distancias expresadas en **metros**.

a) Calcula el **campo magnético (vector)** creado por el **electrón** en el **punto B(4, 0, 0).** (0,75 pt.)

b) Calcula **fuerza magnética (vector)** que ejerce el **electrón** sobre una **corriente** de **2A** y **10 cm** de **longitud** que circula a lo largo de la **trayectoria** $y = 2z$ en el plano YZ. (0,75 pt.)

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$; carga electrón = -1,6·10^{-19} C

a) $\vec{B}_{AB} = 6,4 \cdot 10^{-23} \vec{j}$ T

b) $\vec{B}_e = \dfrac{\mu_0 q_e}{4\pi \cdot d_{AP}^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^5 & 0 & -5 \cdot 10^5 \\ \dfrac{2z}{d_{AP}} & 0 & \dfrac{z-3}{d_{AP}} \end{vmatrix}$, $d_{AP} = \sqrt{0^2 + 2z^2 + (3-z)^2}$

$F_{e \to c} = I_c \cdot \vec{l}_c \times \vec{B}_e = 2A \cdot 0,1 m \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \dfrac{2}{\sqrt{5}} & \dfrac{1}{\sqrt{5}} \\ B_{ex} & B_{ey} & B_{ez} \end{vmatrix}$

1. Una **partícula** con **carga $5\cdot10^{-10}$ C** se mueve en la **dirección del eje Y** con una velocidad de **$4\cdot10^{6}$ m/s** y entra en una zona donde existe un **campo magnético** en la **dirección del eje X** con un valor de **0,5 T**.

   a) Calcula la **masa** si el **radio** de giro de la **órbita** es **10^{-7} m**. (Demuestra la fórmula) (1 pt.)

   b) Razona si la **fuerza magnética** realiza algún **trabajo** sobre la carga cuando esta describe una órbita circular. (0,5 pt.)

   c) Calcula el **campo eléctrico (vector)** que habría que aplicar para que la carga no sufra **ninguna desviación**, tal como ocurre en un **selector de velocidad**. (1 pt.)

a) $\vec{v}(\vec{j}),\ \vec{B}(\vec{i}) \quad \vec{j} \perp \vec{i}$ (perpendiculares)

$$F_m = F_c \Rightarrow |q|\cdot \cancel{v}\cdot B\cdot \text{sen}\, 90^\circ = m\frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow |q|\cdot B = m\frac{v}{r}$$

$$m = \frac{r\cdot|q|\cdot B}{v} = \frac{10^{-7}\times5\times10^{-10}\times0{,}5}{4\times10^{6}} = 6{,}25\cdot10^{-24}\ \text{Kg}$$

b) $\vec{F}_m = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) \qquad F_m \perp \vec{v}\,(\Delta\vec{r})$ donde se produce el desplazamiento $\perp$ fuerza magnética

$$W = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\cdot\Delta r\cdot\cos\underset{90^\circ}{\alpha} = 0$$

La fuerza magnética NO realiza trabajo

c) $\vec{v}\times\vec{B} \Rightarrow \vec{j}\times\vec{i} = -\vec{k} \Rightarrow \vec{F}_m = q\cdot(\vec{v}\times\vec{B}) \Rightarrow \vec{F}_m = +q\,v\,B\,(-\vec{k})$

En módulo: $F_e = F_m \Rightarrow \cancel{q}E = \cancel{q}vB \Rightarrow E = v\cdot B = 4\cdot10^{6}\,\frac{m}{s}\cdot0{,}5\,T = 2\cdot10^{6}\,\frac{N}{C}\left(\frac{V}{m}\right)$

$\vec{F}_e = q\vec{E} \Rightarrow \vec{E}$ va en la dirección $\vec{k}$, igual que la $\vec{F}_e$ para oponerse a $\vec{F}_m$

$$\vec{E} = 2\cdot10^{6}\,\vec{k}\ \frac{N}{C}\left(\frac{V}{m}\right)$$

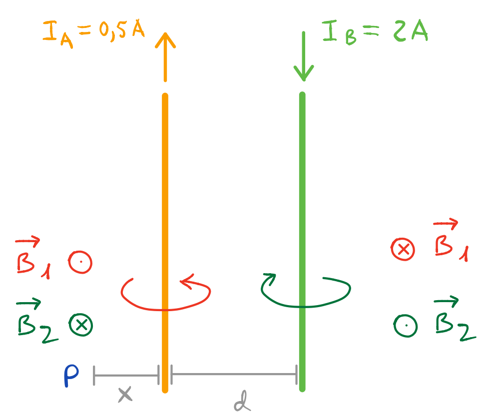
2. Dos **conductores rectilíneos A y B**, **paralelos** y **largos** están situados en el plano **XY** y **paralelos** al **eje Y**. Conducen **corrientes opuestas** de intensidades **I_A = 0,5 A** (sentido positivo del eje Y) e **I_B = 2 A** (sentido negativo eje Y). La **distancia** entre ambos conductores es de **12 cm**.

   a) Dibuja un **esquema**. Calcula a qué **distancia** del conductor de **A** se encuentra un **punto** en el que el **campo magnético total sea nulo**. Indica si está en el **interior** o en el **exterior**. (1,5 pt.)

   b) Calcula el vector **campo magnético total** creado por los dos conductores A y B en el punto **M** (**punto medio** entre los conductores A y B). Dato: $\mu_0 = 4\pi\cdot10^{-7}\,TmA^{-1}$ (1 pt.)

   c) Calcula el vector **fuerza magnética** ejercida por los dos conductores A y B sobre un tercer **conductor C paralelo** a los anteriores, de **0,4 m** de **longitud**, con una corriente **I_C = 0,3 A** y que pasa por **M**. (0,5 pt.)

a) En módulos: $B_1 = B_2 \Rightarrow \dfrac{\mu_0 I_A}{2\pi x} = \dfrac{\mu_0 I_B}{2\pi(d+x)}$



$$\frac{I_A}{x} = \frac{I_B}{(d+x)} \Rightarrow I_A(d+x) = I_B\,x$$

$$I_A\cdot d + I_A\cdot x = I_B\cdot x$$

$$I_B\cdot x - I_A\cdot x = I_A\cdot d$$

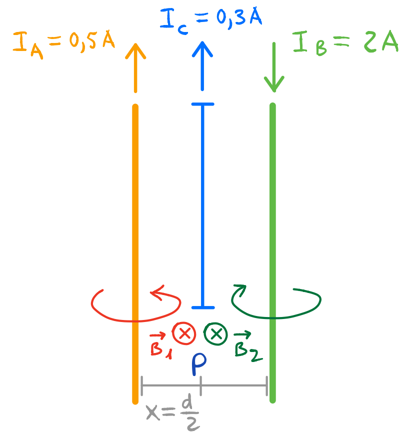
$$x = \frac{I_A\cdot d}{I_B - I_A} = \frac{0{,}5\,A\cdot0{,}12\,m}{(2-0{,}5)\,A} = 0{,}04\,m \text{ a la izquierda de } I_A$$

b) $x = 0{,}06$ cm

$$\vec{B}_A = \frac{\mu_0 I_A}{2\pi x}(-\vec{k}) = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 0{,}5}{2\pi\cdot 0{,}06}(-\vec{k}) = 1{,}7\cdot 10^{-6}\,(-\vec{k})\ \text{T}$$

$$\vec{B}_B = \frac{\mu_0 I_B}{2\pi x}(-\vec{k}) = \frac{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 2}{2\pi\cdot 0{,}06}(-\vec{k}) = 6{,}7\cdot 10^{-6}\,(-\vec{k})\ \text{T}$$

$$\vec{B}_T = \vec{B}_A + \vec{B}_B = 8{,}4\cdot 10^{-6}\,(-\vec{k})\,\text{T}$$



c) $$\vec{F}_{AB\to C} = I_C\cdot \vec{\ell}_C \times \vec{B}_{AB\to C}$$

$$\vec{F} = 0{,}3A\cdot 0{,}4\,m\,\vec{j} \times 8{,}4\cdot 10^{-6}\,(-\vec{k})\ N = 1\cdot 10^{-6}\,(-\vec{i})\ N$$

3. Una bobina de **5 espiras cuadradas** y **3 cm** de **lado** se encuentra situada en una región en la que hay un **campo magnético uniforme** y **constante** de **0,2 T**. Inicialmente, el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético. En t = 0, la espira comienza a **rotar uniformemente** con respecto a uno de sus diámetros, de manera que el **período** de la **rotación** es de **3,0 s**. Calcula la **fem inducida** en la espira en el instante **t = 4 s**. (2 pt.)

$$\phi_m = B\cdot S\cdot \cos\alpha\ ,\quad \omega = \frac{2\pi}{T}\ ,\quad \alpha = \omega t = \frac{2\pi}{3}t$$

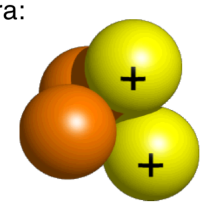
$$B = 0{,}2\,T \qquad S = 9\cdot 10^{-4}\ m^2 \Rightarrow \phi_m = 0{,}2\cdot 5\cdot 9\cdot 10^{-4}\cos\left(\frac{2\pi}{3}\cdot t\right)$$

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_m}{dt} = \cancel{-}B\cdot S\cdot\omega\,(\cancel{-}\,\text{sen}\,\omega t) = BS\omega\ \text{sen}\,\omega t$$

$$\varepsilon = 0{,}2\times 5\times 9\times 10^{-4}\times\frac{2\times\pi}{3}\times\sin\left(\frac{2\times\pi}{3}\times 4\right)\approx 0.001632\ V = 1{,}6\cdot 10^{-3}\ V$$

4. 💡 **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Un **protón** y una **partícula alfa** ($q_{alfa} = 2\cdot q_{protón}$; $m_{alfa} = 4\cdot m_{protón}$) penetran, con la **misma velocidad**, en un **campo magnético uniforme perpendicularmente** a las líneas del campo. **Justifica** cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera: (1,5 pt.)

a) Las partículas **atraviesan** el campo **sin desviarse**.
b) El **protón** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.
c) La **partícula alfa** describe una **órbita circular** de **mayor radio**.



$$F_m = F_c \Rightarrow |q|\cdot \cancel{v}\cdot B\cdot \text{sen}\,90^\circ = m\frac{v^{\cancel{2}}}{r} \Rightarrow |q|\cdot B = m\frac{v}{r} \Rightarrow$$

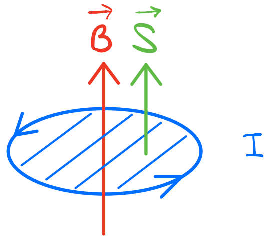
$$r = \frac{mv}{|q|\cdot B}$$, Calculamos la razón entre ambos radios :

$$\frac{r_\alpha}{r_p} = \frac{\dfrac{4mv}{2|q|\cdot B}}{\dfrac{mv}{|q|\cdot B}} = 2 \Rightarrow r_\alpha = 2r_p \ \text{(respuesta C)}$$

5. **CUESTIÓN (Justifica la respuesta):** Calcula **teóricamente** la **autoinductancia** de un conjunto de **N espiras circulares en función** de su radio **r** y del **número** de **espiras N**. (1 pt.)

a) $L = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi}{2r}$ b) $L = \dfrac{\mu_0 N \pi r}{2}$ c) $L = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$

$\boxed{B = \dfrac{\mu_0 I}{2r}}$ Campo magnético conductor circular
r = radio



$\boxed{B = \dfrac{\mu_0 N I}{2r}}$ Campo magnético N espiras conductoras
$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \mathrm{TmA^{-1}}$

$\vec{B} \parallel \vec{S} \Rightarrow \alpha = 0^\circ$

$S = N \cdot \pi r^2$ (N espiras)

$\Phi_m = B \cdot S \cdot \cos\alpha = \dfrac{\mu_0 N I}{2\cancel{r}} \cdot N \cdot \pi r^{\cancel{2}} \cdot \cos 0^\circ$

$\Phi_m = \underbrace{\dfrac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}}_{L} \cdot I$ La autoinducción $L = \dfrac{\mu_0 N^2 \pi r}{2}$ (respuesta c)

Michael Faraday

COMPLEMENTARIO

Un **electrón** se mueve con una velocidad $\vec{v} = 5 \cdot 10^5 \vec{i} - 5 \cdot 10^5 \vec{k}$ m/s. En cierto instante, el electrón se encuentra en **A(0, 0, 3)** con las distancias expresadas en **metros**.

a) Calcula el **campo magnético (vector)** creado por el **electrón** en el **punto B(4, 0, 0).** (0,75 pt.)

b) Calcula **fuerza magnética (vector)** que ejerce el **electrón** sobre una **corriente** de **2A** y **10 cm** de **longitud** que circula a lo largo de la **trayectoria** $y = 2z$ en el plano YZ. (0,75 pt.)

Datos: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} TmA^{-1}$; carga electrón = -1,6·10^{-19} C

a) La velocidad $V_A = 5 \cdot 10^5 \vec{i} - 5 \cdot 10^5 \vec{k}$ m/s ; La carga $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Calculemos el campo magnético sobre B(4,0,0). Calculo primero los vectores unitarios que unen las cargas y el punto.

$\vec{AB} = (4,0,0) - (0,0,3) = (4,0,-3)$

$|\vec{AB}| = \sqrt{4^2+0^2+3^2} = 5 \Rightarrow \vec{u}_{AB} = \frac{(4,0,-3)}{\sqrt{2^2+0^2+1^2}} = \left(\frac{4}{5}, 0, -\frac{3}{5}\right) = \frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{k}$, $d_{AB} = 5$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 \, q}{4\pi r^2} \cdot \vec{v} \times \vec{u}_r}$$

Campo magnético creado por una carga puntual

$$\vec{B}_{AB} = \frac{\mu_0 \, q_e}{4\pi r^2} \cdot 3 \cdot 10^5 \vec{i} \times \left(\frac{4}{5}\vec{i} - \frac{3}{5}\vec{k}\right) = \frac{\mu_0 \, q_e}{4\pi r^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5\cdot10^5 & 0 & -5\cdot10^5 \\ \frac{4}{5} & 0 & -\frac{3}{5} \end{vmatrix} = \frac{\mu_0 \, q_e}{4\pi r^2} \cdot (-3\cdot10^5 + 4\cdot10^5)(-\vec{j})\,T =$$

$$= \frac{\mu_0 \, q_e}{4\pi r^2} \cdot (-3\cdot10^5 + 4\cdot10^5)(-\vec{j})\,T = \frac{4\pi\cdot10^{-7}}{4\pi\cdot5^2} \cdot (-1,6\cdot10^{-19}) \cdot 10^5 (-\vec{j})\,T = 6,4\cdot10^{-23}\,\vec{j}\;T$$

b) Los puntos del conductor verifican $y = 2z$ (plano xz), luego $x = 0$.

En general sus puntos cumplen : $P(x,y,z) = (0, 2z, z)$ siendo $z \in \mathbb{R}$ (longitud acotada a 10 cm).

$\vec{AP} = (0,2z,z) - (0,0,3) = (0, 2z, z-3) \Rightarrow \vec{u}_{AP} = \frac{2z}{d_{AP}}\vec{j} + \frac{z-3}{d_{AP}}\vec{k} \Rightarrow d_{AP} = \sqrt{0^2 + 2z^2 + (3-z)^2}$

$$\vec{B}_e = \frac{\mu_0 \, q_e}{4\pi \cdot d_{AP}^2} \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5\cdot10^5 & 0 & -5\cdot10^5 \\ \frac{2z}{d_{AP}} & 0 & \frac{z-3}{d_{AP}} \end{vmatrix}$$

, Queda el campo calculado en función del parámetro z.

$\boxed{\vec{F}_m = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}}$ $\quad F_{e\to c} = I_c \cdot \vec{l}_c \times \vec{B}_e$

Sólo falta el vector $\vec{l} = 0{,}1\,m \cdot \vec{u}_l$, como $y = 2z$, $\left.\begin{matrix} \text{si } y=0,\ z=0 \Rightarrow (0,0,0) \\ \text{si } y=2,\ z=1 \Rightarrow (0,2,1) \end{matrix}\right\} \Rightarrow$

$\vec{u}_l = \frac{(0,2,1)}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{5}}\vec{k}$, Finalmente $F_{e\to c} = I_c \cdot \vec{l}_c \times \vec{B}_e = 2A \cdot 0{,}1m \cdot \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} \\ B_{ex} & B_{ey} & B_{ez} \end{vmatrix}$