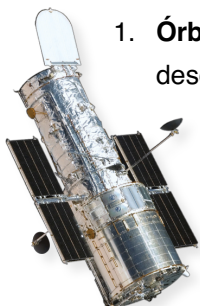


Nombre y apellidos: _____



1. **Órbitas:** El telescopio espacial Hubble, con una masa de **11.000 kg**, gira en torno a la Tierra describiendo una órbita a **500 km** de **altura** (sobre la superficie) y tarda **1,57 h** en dar una vuelta.

- a) Calcula la **masa de La Tierra** (Datos R_T y G . No conoces g_0). $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ (1 pt.)
 b) Calcula la **energía necesaria** para **transferir** su órbita desde 500 km hasta una altura de **5.000 km** por encima de la superficie. (**Justifica** la fórmula). (1,5 pt.)

Datos: $R_T = 6.370 \text{ km}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$ $E_n = 1,27 \cdot 10^{11} \text{ J}$

2. **Cargas puntuales:** Situamos una carga puntual Q_1 de $3\mu\text{C}$ en el punto **A(1,0)** y otra carga Q_2 de $-5\mu\text{C}$ en el punto **B(0,3)**. Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$. Dibuja un diagrama.

- a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(4,0)**. (1,5 pt.)
 b) Calcula el **trabajo** realizado por la fuerza eléctrica para trasladar una carga de $2\mu\text{C}$ desde el infinito hasta el origen **O(0,0)**. Explica el significado del **signo del trabajo**. (1 pt.)

$V_T = 0 \text{ V}$, $\vec{E}_T = 1560 \vec{i} + 1080 \vec{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$, $W_{\infty \rightarrow 0} = -2,4 \cdot 10^{-2} \text{ J}$

3. **Electroscopio:** Dos esferas iguales, de **0,2 g** cada una, cuelgan de un mismo punto mediante hilos de **50 cm** de longitud. Si se electrizan las esferas con igual cantidad de carga, los hilos se separan hasta formar un ángulo de **60°** entre sí. Calcula la **carga** de cada esfera. Dato: K , $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (2 pt.)

$q \approx \pm 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

4. **Tubo de rayos catódicos:** Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme de $200 \vec{j} \frac{\text{V}}{\text{m}}$ con una

velocidad de $5 \cdot 10^4 \vec{i} \frac{\text{km}}{\text{s}}$ (dirección perpendicular a las líneas del campo). Dibuja el diagrama.

- a) Calcula la **aceleración** que experimenta el electrón (**vector**). (0,5 pt.)

- b) Transcurrido cierto tiempo, el electrón se **desvía verticalmente 1 mm**.

Calcula el **tiempo** transcurrido y cuánto **espacio** ha recorrido el electrón

(en **horizontal**) por el interior del campo, hasta alcanzar esta desviación.

(1,5 pt.)

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $t \approx 7,54 \cdot 10^{-9} \text{ s}$, $X = 0,377 \text{ m}$

5. **CUESTIÓN** 💡 (**Justifica la respuesta**). El **potencial** y la **intensidad** del **campo eléctrico** de una **esfera** conductora de radio **R** y carga **Q** en equilibrio electrostático son:

- a) **Potencial nulo** y **campo constante** en el **interior** de la esfera.
 b) **Potencial constante** en el **exterior** y **potencial nulo** en el **interior**.
 c) **Potencial constante** y **campo nulo** en el **interior** de la esfera.



(1 pt.)

COMPLEMENTARIO

Condensadores: Dos placas metálicas cuadradas, separadas una distancia **d = 2 cm** entre sí, crean un campo eléctrico uniforme de **250 N / C**. El lado de las placas metálicas mide **L = 12 cm**.

- a) ¿Qué **carga** posee la placa positiva? **Justifica** la fórmula utilizada a través del **teorema de Ostrogradski-Gauss**. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$ (0,5 pt.)
 b) Calcula la **energía** almacenada en este **condensador plano**. (0,5 pt.)

$Q \approx 3,18 \cdot 10^{-11} \text{ C}$, $E \approx 8 \cdot 10^{-11} \text{ J}$





1. **Órbitas:** El telescopio espacial Hubble, con una masa de **11.000 kg**, gira en torno a la Tierra describiendo una órbita a **500 km de altura** (sobre la superficie) y tarda **1,57 h** en dar una vuelta.

- a) Calcula la **masa de La Tierra** (Datos R_T y G . No conoces g_0). (1 pt.)
 b) Calcula la **energía necesaria** para **transferir** su órbita desde 500 km hasta una altura de **5.000 km** por encima de la superficie. (**Justifica** la fórmula). (1,5 pt.)

Datos: $R_T = 6.370 \text{ km}$, $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

a) La condición de órbita es : $F_g = F_c$ donde M es la Tierra y m el telescopio Hubble.

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2 \quad \left. \vphantom{G \frac{M}{r} = v^2} \right\} G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow \boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{cte}} \quad \text{3ª ley de Kepler} , \quad r = R_T + h = (6370 + 500) \text{ km}$$

$$r = 6,87 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4\pi^2 (6,87 \cdot 10^6)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} (1,57 \cdot 3600)^2} \approx 6,007580 \times 10^{24} \text{ kg} \simeq 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

b) $E_{m_A} + E_{necesaria} = E_{m_B}$

$$\boxed{E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}} \quad \text{Energía de transferencia orbital}$$

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2} m v_B^2 - G \frac{Mm}{r_B} \right) - \left(\frac{1}{2} m v_A^2 - G \frac{Mm}{r_A} \right)$$

$$F_{c_B} = F_{g_B} \Rightarrow G \frac{M}{r_B} = v_B^2 \quad F_{c_A} = F_{g_A} \Rightarrow G \frac{M}{r_A} = v_A^2$$

$$E_{necesaria} = \left(\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_B} - G \frac{Mm}{r_B} \right) - \left(\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_A} - G \frac{Mm}{r_A} \right)$$

$$E_{necesaria} = -\frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_B} + \frac{1}{2} G \frac{Mm}{r_A}$$

$$\boxed{E_{necesaria} = \frac{GMm}{2} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)} \quad \text{Energía de transferencia orbital}$$

$$r_A = 6,87 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$r_B = R_T + h = (6370 + 5000) \text{ km} = 11370 \text{ km}$$

$$r_B = 1,137 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$E_n = \frac{1}{2} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} \cdot 11000 \cdot \left(\frac{1}{6,87 \cdot 10^6} - \frac{1}{1,137 \cdot 10^7} \right) \approx 1,268050 \times 10^{11} \text{ J} \simeq 1,27 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

IIº Método

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{Mm}{r}$$

$$E_m = \frac{1}{2} m G \frac{M}{r} - G \frac{Mm}{r}$$

$$E_m = -\frac{1}{2} \cdot G \frac{Mm}{r}$$

$$E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}$$

$$E_{necesaria} = -\frac{1}{2} \cdot G \frac{Mm}{r_B} - \left(-\frac{1}{2} \cdot G \frac{Mm}{r_A} \right)$$

$$\boxed{E_{necesaria} = \frac{1}{2} \cdot G Mm \cdot \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)}$$

2. **Cargas puntuales:** Situamos una carga puntual Q_1 de $3\mu C$ en el punto **A(1,0)** y otra carga Q_2 de $-5\mu C$ en el punto **B(0,3)**. Datos: Distancias en metros. $K = 9 \cdot 10^9 N \cdot m^2/C^2$. Dibuja un diagrama.

- a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(4,0)**. (1,5 pt.)
 b) Calcula el **trabajo** realizado por la fuerza eléctrica para trasladar una carga de $2\mu C$ desde el infinito hasta el origen **O(0,0)**. Explica el significado del **signo del trabajo**. (1 pt.)

a) Calculamos los vectores unitarios

$$\vec{u}_1 = \vec{i}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(4,0) - (0,3)}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{(4,-3)}{5} = \frac{4}{5} \vec{i} + \frac{-3}{5} \vec{j}$$

$$\vec{E}_T = K \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i^2} \cdot \vec{u}_{ri}$$

Campo eléctrico
Principio de superposición

$$\vec{E}_1 = K \frac{Q_1}{r_1^2} \vec{u}_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3^2} \vec{i} = 3000 \vec{i} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_2 = K \frac{Q_2}{r_2^2} \vec{u}_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{5^2} \left(\frac{4}{5} \vec{i} + \frac{-3}{5} \vec{j} \right)$$

$$\vec{E}_2 = -1440 \vec{i} + 1080 \vec{j} \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 1560 \vec{i} + 1080 \vec{j} \frac{N}{C}, \text{ El módulo } |\vec{E}_T| = \sqrt{1560^2 + 1080^2} \approx 1897,4 \frac{N}{C}$$

(hacia arriba y hacia la derecha)

$$|\vec{E}_T| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$V_T = K \cdot \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{r_i}$$

Potencial eléctrico

$$V_1 = K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{3} = 9000 V$$

$$V_2 = K \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{5} = -9000 V$$

$$V_T = V_1 + V_2 = 0 V$$

El potencial total en C es nulo.

b) $W_{\infty \rightarrow 0} = -q (V_0 - V_{\infty})$ Trabajo eléctrico siendo $q = 2\mu C$ y $V_{\infty} = K \frac{Q}{\infty} = 0$

Necesitamos calcular el potencial en (0,0), creado por las 2 cargas.

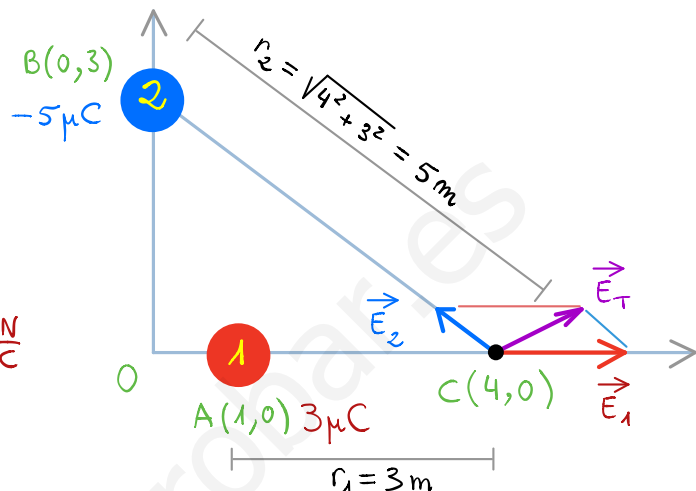
$$V_1 = K \frac{Q_1}{r_1} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{3 \cdot 10^{-6}}{1} = 27.000 V$$

$$V_2 = K \frac{Q_2}{r_2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{-5 \cdot 10^{-6}}{3} = -15.000 V$$

$$V_T = V_1 + V_2 = 12.000 V = 1,2 \cdot 10^4$$

$$W_{\infty \rightarrow 0} = -q (V_0 - V_{\infty}) = -2 \cdot 10^{-6} (1,2 \cdot 10^4 - 0) = -0,024 J = -2,4 \cdot 10^{-2} J$$

El signo negativo del trabajo indica que lo realiza una fuerza externa en contra del campo.



3. **Electroscopio:** Dos esferas iguales, de **0,2 g** cada una, cuelgan de un mismo punto mediante hilos de **50 cm** de longitud. Si se electrizan las esferas con igual cantidad de carga, los hilos se separan hasta formar un ángulo de **60° entre sí**. Calcula la **carga** de cada esfera. Dato: $K, g = 9,81 \text{ m/s}^2$ (2 pt.)

● Datos:

$$\alpha = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

$$L = 50 \text{ cm} = 0,5 \text{ m}$$

$$m = 0,2 \text{ g} = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

2ª ley de Newton

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$\text{Eje } x: \sum F_x = 0$$

$$\text{Eje } y: \sum F_y = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje } x: F_e - T_x = 0 \\ \text{Eje } y: P - T_y = 0 \end{array} \right\}$$

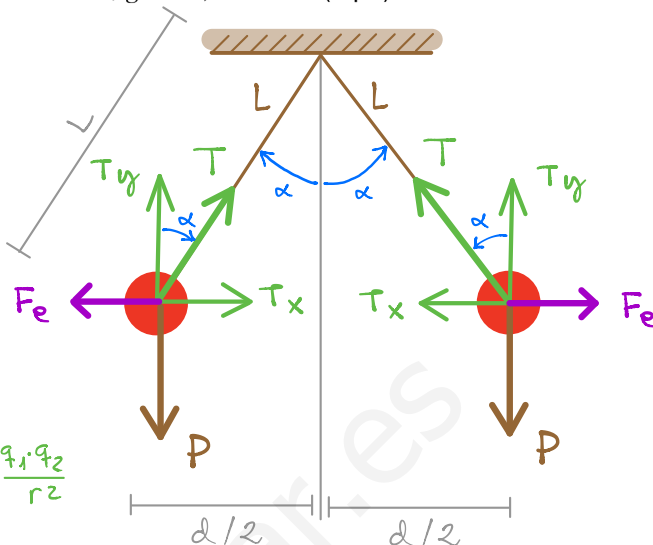
$$F_e = |q| \cdot E = K \cdot \frac{q^2}{d^2}$$

Ley de Coulomb $F = K \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$

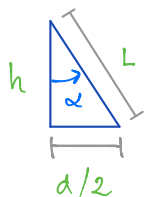
$$K \cdot \frac{q^2}{d^2} = T \cdot \sin \alpha$$

$$m \cdot g = T \cdot \cos \alpha \quad \div \text{ Dividiendo cancelamos la tensión}$$

$$\frac{K \cdot q^2}{d^2 m g} = \frac{T \cdot \sin \alpha}{T \cdot \cos \alpha} = \tan \alpha$$



Este dispositivo es un **electroscopio**. Nos permite calcular la carga a partir de ángulos y distancias.



$$\sin \alpha = \frac{d/2}{L} \Rightarrow d = 2L \sin \alpha = 2 \cdot (50 \cdot 10^{-2} \text{ m}) \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ m}$$

$$q = \sqrt{\frac{d^2 m g \tan \alpha}{K}} = \sqrt{\frac{(0,5)^2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,81 \cdot \tan 30}{9 \cdot 10^9}} \approx 1,773850 \times 10^{-7} \text{ C} \approx \pm 1,77 \cdot 10^{-7} \text{ C}$$

Es solución q^+ (2 cargas positivas) y q^- (2 cargas negativas)

4. **Tubo de rayos catódicos:** Un electrón penetra en un campo eléctrico uniforme de $200 \vec{j} \frac{\text{V}}{\text{m}}$ con una velocidad de $5 \cdot 10^4 \vec{i} \frac{\text{km}}{\text{s}}$ (dirección perpendicular a las líneas del campo). Dibuja el diagrama.

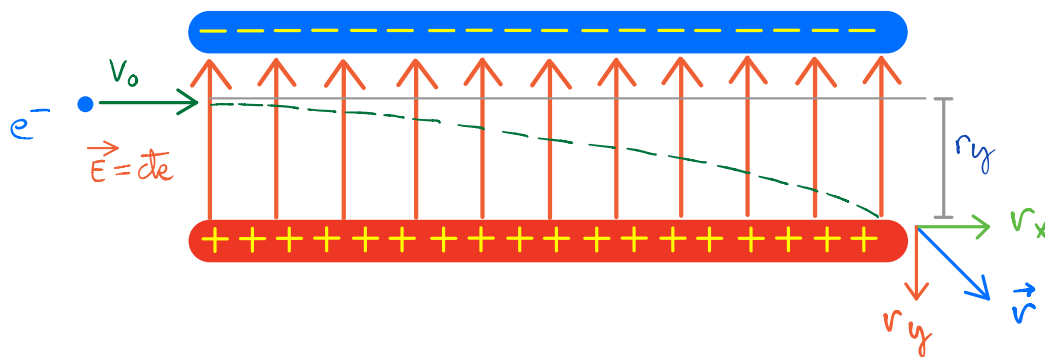
a) Calcula la **aceleración** que experimenta el electrón (**vector**).

(0,5 pt.)

b) Transcurrido cierto tiempo, el electrón se **desvía verticalmente 1 mm**. Calcula el **tiempo** transcurrido y cuánto **espacio** ha recorrido el electrón (en **horizontal**) por el interior del campo, hasta alcanzar esta desviación.

(1,5 pt.)

Datos: $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$



● Datos:

$$\vec{V}_0 = 5 \cdot 10^4 \vec{i} \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

$$\vec{V}_0 = 5 \cdot 10^7 \vec{i} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\vec{E} = 200 \vec{j} \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$r_y = 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$$

$$a) \quad \vec{F} = q \cdot \vec{E} = m \vec{a} \quad \boxed{\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m}}$$

$$\vec{a} = \frac{q \cdot \vec{E}}{m} \Rightarrow a = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 200 \frac{\text{N}}{\text{C}}}{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} = \frac{-1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 200}{9,1 \cdot 10^{-31}} \approx -3,516480 \times 10^{13} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

El vector $\vec{a} \approx -3,5 \cdot 10^{13} \vec{j} \text{ m/s}^2$

b) El desplazamiento lateral $r_y = \frac{1}{2} a t^2$ (MRUA: en vertical hacia abajo)

↑ ↑
negativo negativo

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot r_y}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{3,52 \cdot 10^{13}}} \approx 7,537780 \times 10^{-9} \text{ s} \approx 7,54 \cdot 10^{-9} \text{ s} \quad (7,54 \text{ ns})$$

El espacio recorrido en horizontal (MRU a lo largo del eje X):

$$X = v_0 \cdot t = 5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7,54 \cdot 10^{-9} \text{ s} = 0,377 \text{ m} \quad (37,7 \text{ cm})$$

5. **CUESTIÓN**  (Justifica la respuesta). El **potencial** y la **intensidad** del **campo eléctrico** de una **esfera** conductora de radio **R** y carga **Q** en equilibrio electrostático son:

- a) **Potencial nulo** y **campo constante** en el **interior** de la esfera.
- b) **Potencial constante** en el **exterior** y **potencial nulo** en el **interior**.
- c) **Potencial constante** y **campo nulo** en el **interior** de la esfera.



(1 pt.)

En el **interior** el potencial no puede ser nulo porque todas las cargas son del mismo signo y se suman.

Como k, Q , y R son constantes, $V = kQ/r \Rightarrow \Delta V = 0$

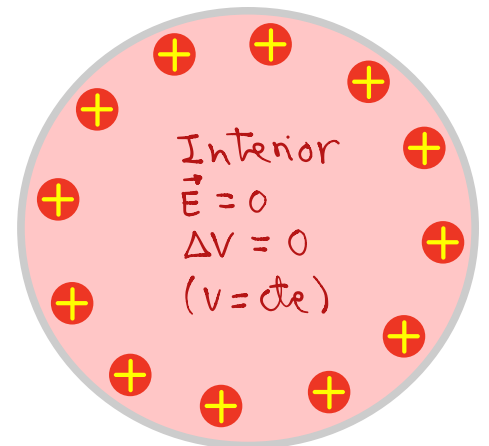
Las cargas libres se distribuyen por la superficie, de modo que, en el interior, no hay carga $Q = 0$

El campo eléctrico es nulo en el interior porque los vectores se anulan (cada carga con la que está en el lado opuesto del conductor) $\vec{E} = 0$.

Además $\Delta V = -E \cdot R \Rightarrow \Delta V = 0 \Leftrightarrow E = 0 \Rightarrow V = kQ/r$

En cambio, en el **exterior**, $E = k \cdot \frac{Q}{r^2} \neq 0$ y $V = k \cdot \frac{Q}{r} \neq 0$

La respuesta verdadera es la **C**



Esfera en equilibrio electrostático

Condensadores: Dos placas metálicas cuadradas, separadas una distancia $d = 2 \text{ cm}$ entre sí, crean un campo eléctrico uniforme de 250 N/C . El lado de las placas metálicas mide $L = 12 \text{ cm}$.



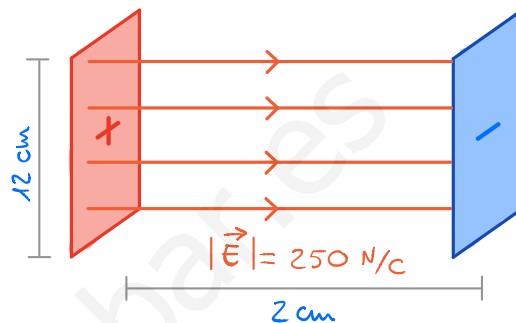
- a) ¿Qué **carga** posee la placa positiva? **Justifica** la fórmula utilizada a través del **teorema de Ostrogradski-Gauss**. Dato: $K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ (0,5 pt.)
- b) Calcula la **energía** almacenada en este **condensador plano**. (0,5 pt.)

a) Para calcular la carga de una placa cuadrada utilizamos el teorema de Gauss:

$$\text{El flujo: } \Phi = E \cdot S' = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{S' \cdot \epsilon_0}$$

La placa tiene 2 caras } $S' = 2 \cdot S \Rightarrow E = \frac{Q}{2 \cdot S \cdot \epsilon_0}$
 , pero hay 2 placas: }
 (Annotations: $\downarrow 2 \text{ placas}$ and $\uparrow 2 \text{ caras}$)



$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \rightarrow \epsilon_0 = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^9} \approx 8.841940 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$$

$$Q = E \cdot S \cdot \epsilon_0 = 250 \frac{\text{N}}{\text{C}} \cdot (12 \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2} \approx 3.18 \cdot 10^{-11} \text{ C}$$

b) Energía: $E = \frac{1}{2} Q \cdot V$

$$|\Delta V| = E \cdot d = 250 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ V}$$

$$E = \frac{1}{2} Q \cdot V = \frac{1}{2} \cdot 3.18 \cdot 10^{-11} \cdot 5 = 7.95 \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$E \approx 8 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$