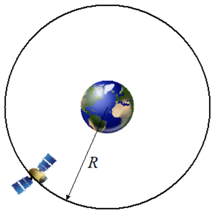
Nombre y apellidos: ____

1. Un satélite de comunicaciones de **100 kg** describe órbitas circulares alrededor de La Tierra con un periodo de **2 horas**. **Calcula**:



$1,69 \cdot 10^6\ m = 1690\ Km$

a) La **altura** a la que se encuentra sobre la superficie de La Tierra**.** (1 pt.)

b) La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo en órbita a esa **altura**. **Justifica** la fórmula de la **energía.** $3,78 \cdot 10^9\ J$ (1,5 pt.)

Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,81 m/s²

2. Situamos **dos cargas puntuales** en el plano XY, una positiva **Q_1 = +80 nC** en el punto **A(-1,0)** y otra negativa **Q_2 = -40 nC** en **B(1,0)**. Las distancias están expresadas en metros. Dibuja un diagrama.

a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(0,1)**. (2 pt.)

b) ¿En qué punto o puntos del plano se **anula** el **campo** eléctrico? $(5,83 , 0)$ (1 pt.)

Dato: 1 nC = 10^{-9} C , K = $9 \cdot 10^9$ N·m²/C² 4,83 m a la derecha de Q_2 (1,0)

$\vec{E}_T = 381,9\ \vec{i} + 127,3\ \vec{j}\ \frac{N}{C}$ $|\vec{E}_T| = 402,6\ \frac{N}{C}$ $V_T = 254,5\,V$

3. Una esfera pequeña de masa **2 g** y carga **+3 μC**, cuelga de un **hilo** situado entre dos placas metálicas verticales y paralelas que poseen cargas iguales pero de signo contrario. Están separadas **12 cm**.

a) Dibuja un diagrama. Calcula el **campo eléctrico** entre las placas para que el hilo forme un ángulo de **30°** con la vertical y calcula también la **fuerza de tensión** del hilo. (1,5 pt.)

b) Calcula la **diferencia de potencial** (en valor absoluto) entre las dos placas. (0,5 pt.)

Dato: g = 9,81 m/s²

$E = 3776\ \frac{N}{C}$, $T = 2,3 \cdot 10^{-2}\ N$, $|\Delta V| = 453\ V$

4. Un electrón penetra en dirección **perpendicular** a un campo eléctrico **uniforme** con una velocidad $v = 10^4\ \vec{i}\ m/s$. La intensidad del campo es $10^5\ \vec{j}$ V/m. Dibuja el diagrama y calcula:

a) La **aceleración** que experimenta el electrón (**vector**). $\vec{a} = -1,76 \cdot 10^{16}\ \vec{j}\ m/s^2$ (0,75 pt.)

b) La **ecuación** de la **trayectoria** que sigue el electrón (**forma vectorial**). (0,75 pt.)

Datos: q_e = -1,6·10^{-19} C , m_e = 9,11·10^{-31} kg

$\vec{r}(t) = 10^4 t\ \vec{i} - \frac{1}{2} \cdot 1,76 \cdot 10^{16} \cdot t^2\ \vec{j}\ m \Rightarrow y = -8,8 \cdot 10^7 x^2$

💡 **CUESTIÓN (Justifica la respuesta)**. Cuando una partícula de masa **m** y carga **q** se somete a una diferencia de **potencial** de ΔV voltios, la **velocidad** que adquiere es:

a) directamente proporcional a ΔV

b) directamente proporcional a ΔV^2

c) directamente proporcional a $\sqrt{\Delta V}$ (1 pt.)

COMPLEMENTARIO

Una **placa plana** tiene una **densidad de carga superficial σ = 35 nC / m²**.

a) ¿A qué **distancia** se encuentran entre sí dos superficies equipotenciales cuya diferencia de **potencial** es de **15 V**? (0,75 pt.)

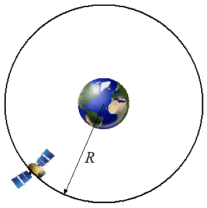
b) Demuestra, utilizando el teorema de **Gauss**, la fórmula general del **campo** eléctrico creado por una **placa plana cargada uniformemente**. (0,75 pt.)

Dato: K = $9 \cdot 10^9$ N·m²/C²

$d \simeq 7,6 \cdot 10^{-3}\ m$ $\boxed{E = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon}}$

Carl Friedrich Gauss

1. Un satélite de comunicaciones de **100 kg** describe órbitas circulares alrededor de La Tierra con un periodo de **2 horas**. **Calcula**:

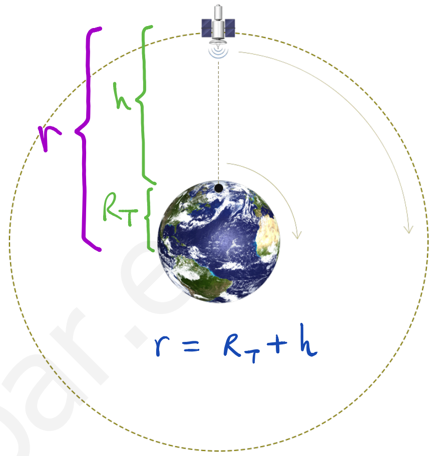


a) La **altura** a la que se encuentra sobre la superficie de La Tierra. (1 pt.)

b) La **energía** que fue **preciso** comunicarle para situarlo en órbita a esa **altura**. **Justifica** la fórmula de la **energía.** (1,5 pt.)

Datos: R_T = 6370 km, g_0 = 9,81 m/s²

a) $\boxed{F_g = F_c}$ $\boxed{g = a_c}$ Condición de órbita



$$G\frac{M\cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\frac{M}{r} = v^2 \quad , \quad \text{como} \quad v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$G\frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \quad \text{donde} \quad T = 2\cancel{h}\cdot\frac{3600\,s}{1\cancel{h}} = 7200\,s$$

$$r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

No conocemos ni G ni M, pero sí $g_0 = G\dfrac{M}{R_T^2} \Rightarrow GM = g_0 R_T^2$

luego $r = \sqrt[3]{\dfrac{g_0 R_T^2 T^2}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\dfrac{9{,}81\times(6{,}37\times10^6)^2\times(7200)^2}{4\times\pi^2}} \approx 8055349.277968\ m \simeq 8{,}06\cdot10^6\ m$

Como $r = R_T + h \Rightarrow h = r - R_T = 8{,}06\cdot10^6\,m - 6{,}37\cdot10^6\,m = 1{,}69\cdot10^6\,m = 1690\ Km$

b) Calculemos la energía de satelización : $\boxed{E_{necesaria} = E_{m_B} - E_{m_A}}$

$$-G\frac{Mm}{R_T} + 0 + E_{necesaria} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 \qquad r = R_T + h$$

En B, está en órbita: $G\dfrac{M\cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\dfrac{v^2}{\cancel{r}} \Rightarrow G\dfrac{M}{r} = v^2$

$$E_{necesaria} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}mv^2 + G\frac{Mm}{R_T} = -G\frac{Mm}{r} + \frac{1}{2}m\,G\frac{M}{r} + G\frac{Mm}{R_T}$$

$E_{necesaria} = GMm\left(-\dfrac{1}{r} + \dfrac{1}{2r} + \dfrac{1}{R_T}\right) = GMm\left(\dfrac{1}{R_T} - \dfrac{1}{2r}\right)$, $r = R_T + h$; como $GM = g_0 R_T^2$

$\boxed{E_{necesaria} = g_0 R_T^2\, m\left(\dfrac{1}{R_T} - \dfrac{1}{2r}\right)}$ Energía de satelización ; Masa del satélite : m = 100 kg

$$E_{necesaria} = 9{,}81\times(6{,}37\times10^6)^2\times100\times\left(\frac{1}{6{,}37\times10^6} - \frac{1}{2\times8{,}06\times10^6}\right) = 3779618951.612903\ J \simeq 3{,}78\cdot10^9\ J$$

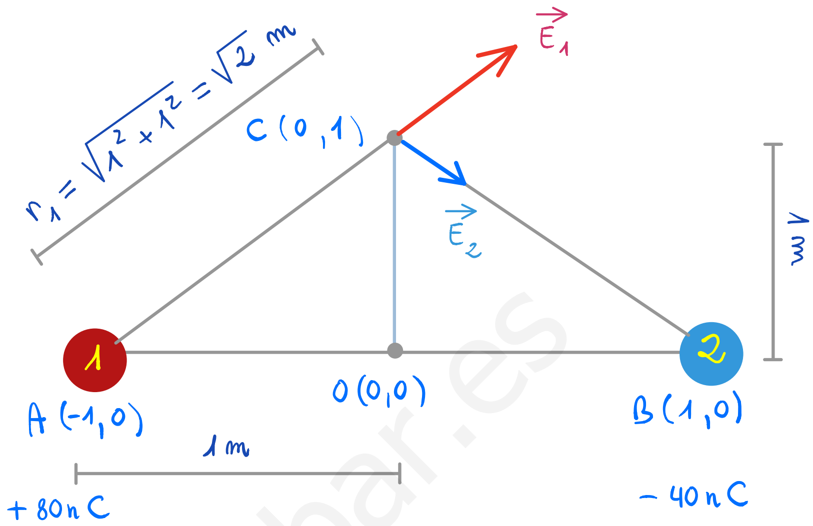
2. Situamos **dos cargas puntuales** en el plano XY, una positiva **Q_1 = +80 nC** en el punto **A(-1,0)** y otra negativa **Q_2 = -40 nC** en **B(1,0)**. Las distancias están expresadas en metros. Dibuja un diagrama.

a) Calcula el **vector campo eléctrico** y el **potencial eléctrico** en el punto **C(0,1)**. (2 pt.)

b) ¿En qué punto o puntos del plano se **anula** el **campo** eléctrico? (1 pt.)

Dato: 1 nC = 10^{-9} C , K = $9\cdot10^{9}$ N·m²/C²

a)



$$\vec{u}_1 = \frac{(0,1)-(-1,0)}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{(1,1)}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

$$\vec{u}_2 = \frac{(0,1)-(1,0)}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{(-1,1)}{\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = K\frac{Q}{r^2}\cdot\vec{u}_r}$$ Campo eléctrico

$$\boxed{\vec{E}_T = K\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i^2}\cdot\vec{u}_{ri}} \qquad \vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots$$

$$\vec{E}_1 = K\frac{Q_1}{r_1^2}\vec{u}_1 = 9\cdot10^9\cdot\frac{80\cdot10^{-9}}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) \simeq 254{,}6\,\vec{i} + 254{,}6\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$9\times10^9\times\frac{8\times10^{-8}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} \approx 254.558441$$

$$\vec{E}_2 = K\frac{Q_2}{r_2^2}\vec{u}_2 = 9\cdot10^9\cdot\frac{-40\cdot10^{-9}}{2}\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) \simeq 127{,}3\,\vec{i} - 127{,}3\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$

$$9\times10^9\times\frac{-4\times10^{-8}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}} \approx -127.279221$$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 381{,}9\,\vec{i} + 127{,}3\,\vec{j}\ \frac{N}{C}$$ (hacia arriba y hacia la derecha)

$$|\vec{E}_T| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = 402{,}6\ \frac{N}{C}$$

$$\boxed{V = \frac{E_p}{q} = K\cdot\frac{Q}{r}}$$ Potencial electrostático [$\frac{J}{C}$ = V (voltio)] (escalar)

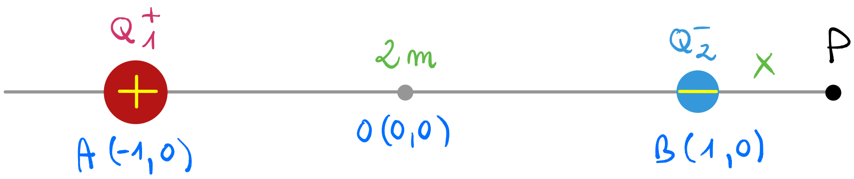
$$\boxed{V_T = K\cdot\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i}{r_i}} \qquad V_T = V_1 + V_2 + \ldots$$

$$V_1 = K\frac{Q_1}{r_1} = 9\cdot10^9\cdot\frac{80\cdot10^{-9}}{\sqrt{2}} = 9\times10^9\times\frac{8\times10^{-8}}{\sqrt{2}} \approx 509.116882\ V \simeq 509{,}1\ V$$

$$V_2 = K\frac{Q_2}{r_2} = 9\cdot10^9\cdot\frac{-40\cdot10^{-9}}{\sqrt{2}} = 9\times10^9\times\frac{-4\times10^{-8}}{\sqrt{2}} \approx -254.558441\ V \simeq -254{,}6\ V$$

$$V_T = V_1 + V_2 \simeq 254{,}5\ V$$

b) Punto de equilibrio del campo $|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$. Las cargas tienen signo distinto por lo que el equilibrio se producirá fuera de la recta que une las cargas y cerca de la menor de ellas.



Distinto signo
Cargas distintas (magnitud)
Equilibrio: cerca de la carga pequeña (exterior)

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2|$$

$$\cancel{K}\frac{Q_1}{r_1^2} = \cancel{K}\frac{Q_2}{r_2^2}$$

$$\frac{8\cancel{0}\,n\cancel{C}}{(2+x)^2} = \frac{4\cancel{0}\,n\cancel{C}}{x^2}$$

$$\frac{(2+x)^2}{x^2} = \frac{8}{4} = 2$$, Tomo raíces

$$\frac{2+x}{x} = \sqrt{2}$$

$$2 + x = \sqrt{2}\,x$$

$$\sqrt{2}\,x - x = 2$$

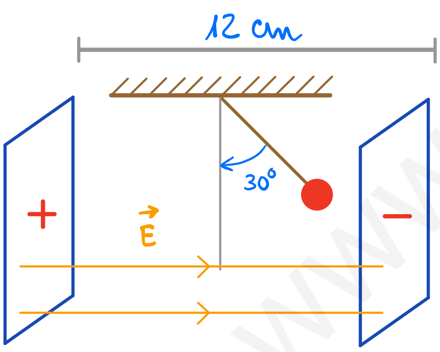
$$x = \frac{2}{\sqrt{2}-1} \simeq 4{,}83 \text{ m}$$ a la derecha de Q_2 (1,0)

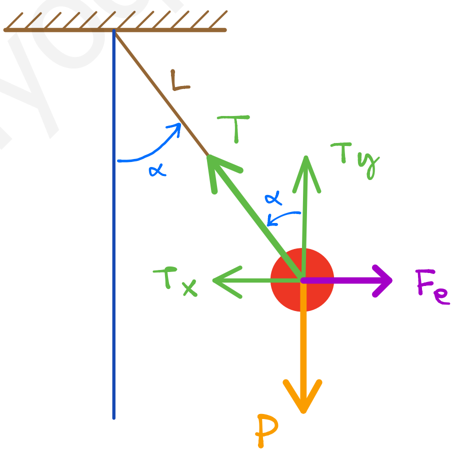
o bien $4{,}83 + 2 = 6{,}83$ m a la derecha de Q_1 (−1,0)

Las coordenadas con respecto a (0,0) son $(5{,}83\ ,\ 0)$

3. Una esfera pequeña de masa **2 g** y carga **+3 µC**, cuelga de un **hilo** situado entre dos placas metálicas verticales y paralelas que poseen cargas iguales pero de signo contrario. Están separadas **12 cm**.

a) Dibuja un diagrama. Calcula el **campo eléctrico** entre las placas para que el hilo forme un ángulo de **30°** con la vertical y calcula también la **fuerza de tensión** del hilo. (1,5 pt.)
b) Calcula la **diferencia de potencial** (en valor absoluto) entre las dos placas. (0,5 pt.)
Dato: g = 9,81 m/s²





$$\Sigma F = m \cdot a$$

Eje x: $F_e - T_x = 0$
Eje y: $P - T_y = 0$

$$q \cdot E = T \cdot \operatorname{sen} \alpha$$
$$m \cdot g = T \cdot \cos \alpha$$

Dividiendo

$$\frac{q \cdot E}{m \cdot g} = \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow E = \frac{m \cdot g}{q} \cdot \operatorname{tg}\alpha = \frac{2\times10^{-3}\times9{,}81\times\tan 30}{3\times10^{-6}} \approx 3775.870761 \ \frac{N}{C} \simeq 3776\ \frac{N}{C}$$

$m = 2g = 2\cdot10^{-3}$ kg , $q = 3\mu C = 3\cdot10^{-6}$ C

La tensión $T = \frac{q \cdot E}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{m \cdot g}{\cos\alpha} \simeq 2{,}3 \cdot 10^{-2}$ N

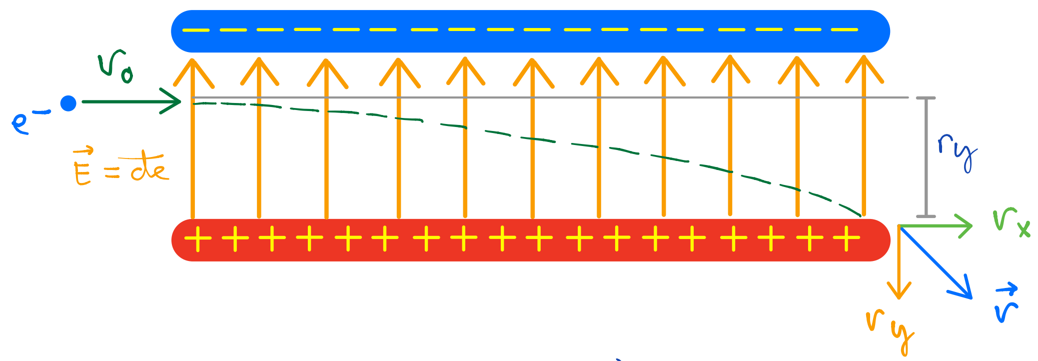
b) $\boxed{|\Delta V| = E \cdot d} = 3776 \frac{N}{C} \cdot 12 \cdot 10^{-2} \text{ m} \simeq 453 \text{ V}$

4. Un electrón penetra en dirección **perpendicular** a un campo eléctrico **uniforme** con una velocidad $v = 10^4 \vec{i}\ m/s$. La intensidad del campo es $10^5\ \vec{j}$ V/m. Dibuja el diagrama y calcula:

a) La **aceleración** que experimenta el electrón (**vector**). (0,75 pt.)

b) La **ecuación** de la **trayectoria** que sigue el electrón (**forma vectorial**). (0,75 pt.)

Datos: $q_e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ C , $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg



a) $\vec{F} = q\cdot\vec{E} = m\cdot\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \dfrac{q\cdot\vec{E}}{m} = \dfrac{-1{,}6\times10^{-19}\times10^{5}}{9{,}11\times10^{-31}} \approx -1.756310\times10^{16}\ m/s^2 \simeq -1{,}76\cdot10^{16}\ m/s^2$

$\vec{a} = -1{,}76\cdot10^{16}\ \vec{j}\ m/s^2$

b) Trayectoria $\vec{r}(t) = x\vec{i} + y\vec{j}$

En horizontal mru: $x = v_0 t$

En vertical mrua: $y = \cancel{v_{0y} t} + \frac{1}{2} a t^2$ ($v_{0y} = 0$)

$\vec{r}(t) = 10^4 t\ \vec{i} - \underbrace{\frac{1}{2}\cdot 1{,}76\cdot10^{16}}_{8{,}8\cdot10^{15}}\ t^2\ \vec{j}\ m$

II° método: Trayectoria $y = f(x)$

$x = 10^4\cdot t \Rightarrow t = \dfrac{x}{10^4} \Rightarrow y = \frac{1}{2}at^2 = -8{,}8\cdot10^{5}\cdot\left(\dfrac{x}{10^4}\right)^2 \Rightarrow y = -8{,}8\cdot10^{7}\ x^2$

CUESTIÓN (Justifica la respuesta). Cuando una partícula de masa **m** y carga **q** se somete a una diferencia de **potencial** de ΔV voltios, la **velocidad** que adquiere es:

a) directamente proporcional a ΔV

b) directamente proporcional a ΔV^2

c) directamente proporcional a $\sqrt{\Delta V}$ (1 pt.)

$\boxed{W_{AB} = -q\cdot\Delta V}$, pero también $W_{AB} = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q\cdot\Delta V$

$\frac{1}{2}mv^2 = q\cdot\Delta V + \frac{1}{2}mv_0^2$

$v^2 = \dfrac{2q\,\Delta V}{m} + v_0^2$

$v = \sqrt{\dfrac{2q\,\Delta V}{m} + v_0^2} \propto \sqrt{\Delta V}$, La respuesta es c

COMPLEMENTARIO

Una **placa plana** tiene una **densidad de carga superficial σ = 35 nC / m²**.

a) ¿A qué **distancia** se encuentran entre sí dos superficies equipotenciales cuya diferencia de **potencial** es de **15 V**? (0,75 pt.)

b) Demuestra, utilizando el teorema de **Gauss**, la fórmula general del **campo** eléctrico creado por una **placa plana cargada uniformemente**. (0,75 pt.)

Dato: $K = 9 \cdot 10^9\ N \cdot m^2/C^2$

Carl Friedrich Gauss

a) $\boxed{|\Delta V| = E \cdot d} \Rightarrow d = \dfrac{\Delta V}{E}$

Para una placa, el campo eléctrico $\boxed{E = \dfrac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon}}$ Campo eléctrico de una placa

$\sigma = 35 \cdot 10^{-9}\ C/m^2$

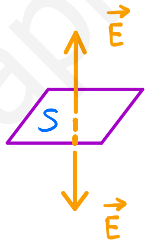
Así pues, la distancia $d = \dfrac{\Delta V}{\frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon}} = \dfrac{\Delta V \cdot 2 \cdot \varepsilon}{\sigma} = \dfrac{\Delta V \cdot 2}{4\pi K \cdot \sigma} = \dfrac{15 \times 2}{4 \times \pi \times 9 \times 10^{9} \times 35 \times 10^{-9}} \approx 0.007579\ m$

Como $K = 9 \cdot 10^9 = \dfrac{1}{4\pi \varepsilon_0} \rightarrow \varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi K} = 8{,}84 \cdot 10^{-12}$

$d \simeq 7{,}6 \cdot 10^{-3}\ m$

b) Según el teorema de Gauss, $\phi = \dfrac{Q}{\varepsilon} = E \cdot S'$

luego $E = \dfrac{Q}{S' \cdot \varepsilon} = \dfrac{Q}{2 \cdot S \cdot \varepsilon}$



Contribuyen al flujo del campo ambas caras de la placa por igual

Llamamos densidad superficial de carga a :

$\sigma = \dfrac{Q}{S} \Rightarrow Q = \sigma \cdot S$

$E = \dfrac{Q}{S' \cdot \varepsilon} = \dfrac{\sigma \cdot \cancel{S}}{2 \cdot \cancel{S} \cdot \varepsilon} = \dfrac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon}$

$\boxed{E = \dfrac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon}}$ Campo eléctrico de una placa $E = cte$