

Nombre y apellidos: _____

1. La sonda de exploración de **exoplanetas TESS** (Transiting Exoplanet Survey Satellite) se lanzó hasta una órbita circular muy alta de radio orbital $25 \cdot R_T$ en torno a la Tierra.



- a. Calcula la **velocidad orbital** del **satélite** en el S.I. y en km/h . $v = 1581 \frac{m}{s} = 5692 \frac{km}{h}$
Justifica la **fórmula** de la velocidad orbital. (1,5 pt.)
- b. Calcula su **período orbital** en **horas**. $T = 175,8 h$ (0,5 pt.)
- c. Calcula el **peso del satélite** en la órbita si en la superficie de la Tierra pesa $3500 N$ (y calcula la **razón** o **proporción** entre dichos pesos). (1 pt.)

Datos: $g_0 = 9,81 m/s^2$, $R_T = 6370 km$ $P = 5,6 N$

2. Un satélite y su planeta de masas m_1 y $m_2 = 100 \cdot m_1$ están separados por una **distancia** $d = 3 \cdot 10^6 km$. En un punto entre las dos masas, el **campo** gravitatorio es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa del planeta m_2 . (2 pt.)

$$x \simeq 2,73 \cdot 10^6 km = 2,73 \cdot 10^9 m$$

3. El telescopio espacial **Kepler** descubrió un **exoplaneta** parecido a la Tierra orbitando en torno a otra estrella en la constelación de Cygnus con un **período** de 130 *días* (terrestres). Su radio orbital alrededor de la estrella es de $50 \cdot 10^6 km$. Calcula la **masa** de dicha estrella. **Demuestra** la **fórmula** que has utilizado.

Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} N \cdot m^2/kg^2$ $M = 5,86 \cdot 10^{29} kg$ (2 pt.)

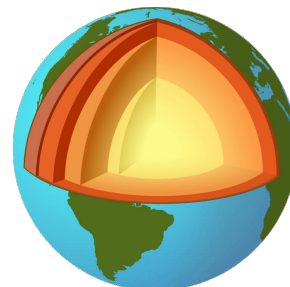


4. **CUESTIÓN Justificada:** ¿Cómo **varía el campo gravitatorio** g desde el centro de la Tierra hasta la superficie donde vale g_0 ? Suponemos que la densidad de la Tierra es constante. (2 pt.)

a) Es constante: $g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$

b) Aumenta linealmente con la distancia r al centro de la Tierra: $g = g_0 \cdot \frac{r}{R_T}$

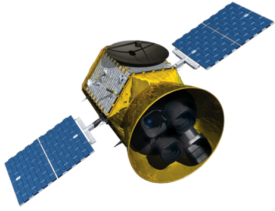
c) Varía con la distancia r al centro de la Tierra según $g = G \frac{M_T}{(R_T + r)^2}$



5. **CUESTIÓN Justificada:** La **aceleración de caída** de los cuerpos hacia la Tierra es: (1 pt.)

- a) proporcional a su peso.
- b) proporcional a la fuerza de atracción entre el cuerpo y La Tierra.
- c) independiente de su masa.

1. La sonda de exploración de **exoplanetas TESS** (Transiting Exoplanet Survey Satellite) se lanzó hasta una órbita circular muy alta de radio orbital $25 \cdot R_T$ en torno a la Tierra.



- a. Calcula la **velocidad orbital** del **satélite** en el S.I. y en km/h .

Justifica la **fórmula** de la velocidad orbital.

(1,5 pt.)

- b. Calcula su **período orbital** en **horas**.

(0,5 pt.)

- c. Calcula el **peso del satélite** en la órbita si en la superficie de la Tierra pesa $3500 N$ (y calcula la **razón** o **proporción** entre dichos pesos).

(1 pt.)

Datos: $g_0 = 9,81 m/s^2$, $R_T = 6370 km$

a) Condición de órbita: $F_g = F_c \Rightarrow G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = G \frac{M}{r} \Rightarrow v = \sqrt{G \frac{M}{r}}$

No conozco ni G ni M , pero a partir de los datos: $g_0 = G \frac{M}{R_T^2} \Rightarrow G \cdot M = g_0 \cdot R_T^2$, luego: $v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}}$

El radio orbital $r = 25 \cdot R_T$ siendo $R_T = 6,37 \cdot 10^6 m$

$$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{r}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T^2}{25 \cdot R_T}} = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R_T}{25}} = \sqrt{\frac{9,81 \cdot 6,37 \cdot 10^6}{25}} \approx 1581,008539 m/s \approx 1581 m/s \approx 1,58 \cdot 10^3 m/s$$

$$v = 1581 \frac{m}{s} \cdot \frac{3600 s}{1 h} \cdot \frac{1 km}{10^3 m} \approx 5692 \frac{km}{h} = 5,692 \cdot 10^3 \frac{km}{h}$$

b) $v = \frac{2\pi r}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 25 \cdot 6370}{5692} \approx 175,790102 h \approx 175,8 h$ (más de 7 días)

c) El peso en la Tierra: $P_T = m \cdot g_0$
 El peso en la órbita: $P = m \cdot g$ } Despejo la masa $m = \frac{P_T}{g_0}$ (no varía)
 siendo $g = G \frac{M}{r^2} = \frac{g_0 \cdot R_T^2}{r^2} = \frac{g_0 \cdot R_T^2}{25^2 \cdot R_T^2} = \frac{g_0}{25^2}$

$$P = m \cdot g = \frac{P_T}{g_0} \cdot \frac{g_0 \cdot R_T^2}{r^2} = \frac{P_T}{g_0} \cdot \frac{g_0}{25^2} = \frac{P_T}{625} = \frac{3500 N}{625} = 5,6 N$$
 (625 veces menos pesado)

2. Un satélite y su planeta de masas m_1 y $m_2 = 100 \cdot m_1$ están separados por una **distancia** $d = 3 \cdot 10^6 km$. En un punto entre las dos masas, el **campo gravitatorio** es **nulo**. **Dibuja** un esquema de la situación. **Calcula** la **distancia** entre dicho **punto** y la masa del planeta m_2 . (2 pt.)

En el punto P los campos se equilibran (son iguales en módulos).

$$G \frac{m_1}{(d-x)^2} = G \frac{m_2}{x^2}$$

$$G \frac{\cancel{m_1}}{(d-x)^2} = G \frac{100 \cdot \cancel{m_1}}{x^2} \quad \text{simplificamos}$$

$$\frac{1}{(d-x)^2} = \frac{100}{x^2} \quad \text{tomamos raíces cuadradas en ambos términos}$$

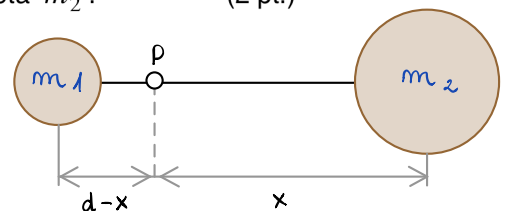
$$\sqrt{\frac{1}{(d-x)^2}} = \sqrt{\frac{100}{x^2}} \quad \text{simplificamos}$$

$$\frac{1}{d-x} = \frac{10}{x} \Rightarrow$$

$$x = 10d - 10x$$

$$11x = 10d$$

$$x = \frac{10d}{11}$$



$$x = \frac{10 \cdot 3 \cdot 10^6}{11} \approx 2727272,727273 km$$

$$x \approx 2,73 \cdot 10^6 km = 2,73 \cdot 10^9 m$$

Distancia de P a la masa 2.

El punto de equilibrio está cerca de la masa pequeña.

3. El telescopio espacial **Kepler** descubrió un **exoplaneta** parecido a la Tierra orbitando en torno a otra estrella en la constelación de Cygnus con un **período** de 130 días (terrestres). Su radio orbital alrededor de la estrella es de $50 \cdot 10^6 \text{ km}$. Calcula la **masa** de dicha estrella. **Demuestra la fórmula** que has utilizado.



Dato: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$, $r = 5 \cdot 10^7 \text{ km} = 5 \cdot 10^{10} \text{ m}$

(2 pt.)

La condición de órbita es: $F_g = F_c$

$$G \frac{M \cdot m}{r^2} = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow G \frac{M}{r} = v^2$$

En el movimiento circular $v = \frac{2\pi r}{T}$

$$G \frac{M}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow G \frac{M}{r} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2} \Rightarrow$$

3ª ley de Kepler

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} = \text{cte}$$

M es la masa central. En nuestro caso, es la masa de la estrella. $T = 130 \text{ día} \cdot \frac{24 \text{ h}}{\text{día}} \cdot \frac{3600 \text{ s}}{1 \text{ h}} = 11.232.000 \text{ s}$

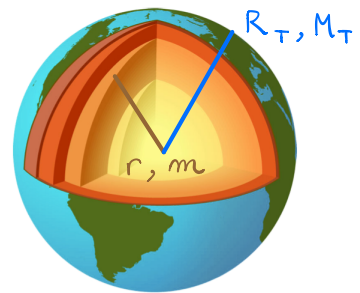
$$M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (5 \cdot 10^{10})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (130 \cdot 24 \cdot 3600)^2} \approx 5,864480 \times 10^{29} \text{ kg} \approx 5,86 \cdot 10^{29} \text{ kg} \text{ (masa algo inferior a la del Sol).}$$

4. **CUESTIÓN Justificada:** ¿Cómo **varía el campo gravitatorio** g desde el centro de la Tierra hasta la superficie donde vale g_0 ? Suponemos que la densidad de la Tierra es constante. (2 pt.)

a) Es constante: $g = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$

b) Aumenta linealmente con la distancia r al centro de la Tierra: $g = g_0 \cdot \frac{r}{R_T}$

c) Varía con la distancia r al centro de la Tierra según $g = G \frac{M_T}{(R_T + r)^2}$



$g_0 = G \cdot \frac{M_T}{R_T^2}$; Suponemos que la densidad es constante

$\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}} = \frac{M_T}{\frac{4}{3}\pi R_T^3} \Rightarrow M_T = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3$

$g_0 = G \frac{M_T}{R_T^2} = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi R_T^3}{R_T^2} = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R_T$

$g_{\text{int}} = G \frac{m}{r^2} = G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3}{r^2} = G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r$

$\frac{g_{\text{int}}}{g_0} = \frac{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot r}{G \cdot \rho \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R_T}$ simplificamos

$g_{\text{int}} = g_0 \cdot \frac{r}{R_T}$

$g_{\text{int}} = \left(\frac{g_0}{R_T} \right) \cdot r$

Aumenta linealmente con r . Opción (b)

5. **CUESTIÓN Justificada:** La **aceleración de caída** de los cuerpos hacia la Tierra es: (1 pt.)

- a) proporcional a su peso.
b) proporcional a la fuerza de atracción entre el cuerpo y La Tierra.
c) independiente de su masa.

La aceleración es el campo gravitatorio: Aplicamos la 2ª ley de Newton: $F = m \cdot a$, a la fuerza gravitatoria.

$a = g = \frac{F}{m} = \frac{G \frac{M \cdot m}{r^2}}{m} = G \frac{M}{r^2}$, La expresión no depende ni de la masa ni del peso. Opción (c)