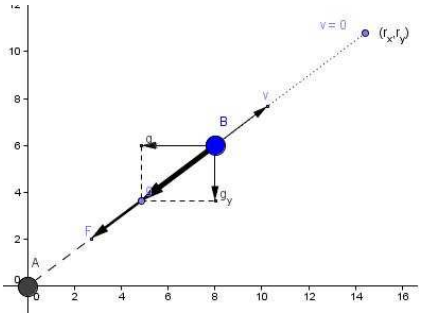
EVAU FÍSICA MADRID JUNIO 2022

Pregunta A.1.- Una partícula de masa 20 kg permanece fija en el origen de coordenadas.

a) Calcule el campo gravitatorio generado por la masa en el punto (8, 6) m y la fuerza que experimentará una segunda partícula de masa 3 kg situada en dicho punto.

b) Con el objetivo de alejar la segunda partícula, se le transmite una velocidad de $1{,}2\cdot10^{-5}$ m s^{-1} en la dirección de la recta que une ambas partículas. Halle el punto más alejado del origen que alcanzará dicha partícula.

Datos: Constante de Gravitación Universal, G = 6,67·10^{-11} N m^2 kg^{-2}.



$$r = \sqrt{8^2+6^2} = 10m$$

$$g = G.\frac{M}{r^2} = 6{,}67.10^{-11}.\frac{20}{10^2} = 1{,}3341 0^{-11}\ N/kg$$

$$g_x = g.\frac{8}{10} = 1{,}07.10^{-11} \qquad g_y = g.\frac{6}{10} = 0{,}8.10^{-11}$$

$$\vec{g} = -1{,}07.10^{-11}\,\vec{i} - 0{,}8.10^{-11}\,\vec{j}$$

$$\vec{F} = m.\vec{g} = 3.(-1{,}07.10^{-11}\,\vec{i} - 0{,}8.10^{-11}\,\vec{j}) = -3{,}21.10^{-11}\,\vec{i} - 2{,}4.10^{-11}\,\vec{j}\ N$$

b) Por ser el campo conservativo la energía mecánica en la salida será igual a la llegada: $E_c + E_p$ = constante

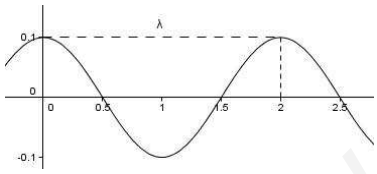
$$Ec + Ep = \frac{1}{2}.m.v^2 - G.\frac{M.m}{10} = \frac{1}{2}.m.0^2 - G.\frac{M.m}{r} \quad\rightarrow\quad \frac{1}{2}.(1{,}2.10^{-5})^2 - 6{,}67.10^{-11}.\frac{20}{10} = -6{,}67.10^{-11}.\frac{20}{r}$$

$$r = 21{,}7\ m \quad\rightarrow\quad r_x = r.\frac{8}{10} = 17{,}4 \qquad r_y = r.\frac{6}{10} = 13 \quad r = 17{,}4\,i + 13\,j \qquad (17.4{,}13)$$

Pregunta A.2.- Por una cuerda dispuesta a lo largo del eje *x* viaja una onda armónica que desplaza los elementos de la cuerda en la dirección del eje *y*. Se sabe que los elementos A y B, respectivamente ubicados en x_A = 0 m y x_B = 2 m, oscilan en fase y cortan al eje *x* cada 4 s. Teniendo en cuenta que no hay entre A y B ningún otro elemento que oscile en fase con ellos:

a) Calcule el valor de la velocidad de propagación.

b) Escriba la expresión matemática de la onda, si esta viaja en el sentido negativo del eje *x* y en el instante inicial los elementos A y B presentan desplazamiento igual a +10 cm y velocidad nula.



oscilan en fase y cortan al eje *x* cada 4 s → T /2 = 4 → T = 8 s → w = 2π/8 = π/4 rad/s
entre A y B nada oscila en fase con ellos → λ = 2 m→ kw = 2π/2 = π rad/m
instante inicial A y B presentan velocidad nula. → A = 10 cm = 0,1 m

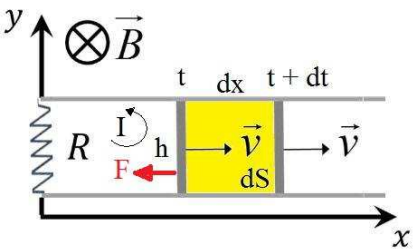
a) v = λ / T = 2 / 8 = 0,25 m/s

b) y = A. sen (w.t + k.x – ϕ) = 0,1 . sen (π.t/4 + π .x – ϕ)
en t =0 y x =0 y = 0,1 m → 0,1 = 0,1 . sen (π.0 /4 + π .0 – ϕ) → ϕ = - π/2 → y = 0,1 . sen (π.t/4 + π .x + π/2) m

Pregunta A.3.- La figura representa una varilla metálica de 20 cm de longitud, cuyos extremos deslizan sin rozamiento sobre unos raíles horizontales, paralelos al eje *x,* metálicos y de resistencia despreciable. La varilla tiene una resistencia despreciable y su velocidad es $\vec{v} = 2\,\vec{i}$. Los raíles están conectados por una resistencia de valor R = 0,5 Ω. En la región hay una campo magnético uniforme $\vec{B} = -0{,}4\vec{k}$ T . Calcule:

a) La intensidad de la corriente en el circuito formado por la varilla, la resistencia y los tramos de raíl entre ellas.

b) La fuerza *F* que el campo magnético ejerce sobre la varilla.



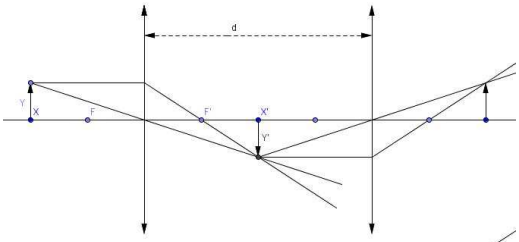
a) La fuerza electromotriz inducida será:
S = x . h → dS = h . dx = h . v . dt → Φ = S . B . cos 180 = - B . S → dΦ = - B . dS
E = - dΦ / dt = + B dS /dt = B . h . v = 0,4 . 0,2 . 2 = 0,16 volts
I = E / R= 0,16 / 0,5 = 0,32 A antihorario para compensar el aumento de flujo

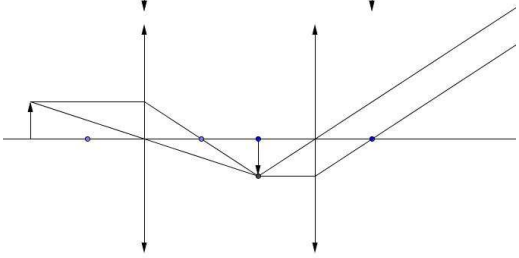
b) $$\vec{F} = I.(\vec{l} \wedge \vec{B}) = 0{,}32.\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0 & -0{,}4 \end{vmatrix} = -0{,}0256\vec{i}$$

www.yoquieroaprobar.es

Pregunta A.4.- Dos lentes convergentes idénticas están separadas 16 cm. Cuando un objeto se sitúa a una cierta distancia a la izquierda de la primera lente, se encuentra que cada una de ellas opera con aumento igual a -1.

a) Determine la potencia de las lentes.
b) ¿Cuánto y hacia dónde debe desplazarse la segunda lente para lograr que la imagen del sistema se forme en el infinito?





a) $A = y' / y = x' / x = -1 \quad \rightarrow \quad x' = -x$

$1 / x' - 1 / x = 1 / f' \quad \rightarrow \quad -1 / x - 1 / x = 1 / f' \quad \rightarrow \quad x = -2.\ f'$

es decir cuando el aumento es -1 el objeto y la imagen están al doble de la distancia focal.

Si la segunda lente tiene aumento -1 significa que el objeto, imagen de la lente anterior, está a dos distancias focales. Si las lentes son iguales también lo son sus focales. Por tanto las lentes están separadas 4 distancias focales: d = 4.f

La distancia focal será : f = d /4 = 16 /4 = 4 cm = 0,04 m $\rightarrow$ P = 1 /f = 1 / 0,04 = 25 dioptrías

b) Para que la imagen final se forme en el infinito el objeto de la última lente debe estar en el foco; la separación de las lentes debe ser: d = 3.f = 3.4 = 12 cm

$\rightarrow$ la segunda lente debe aproximarse a la primera 4 cm, 0,04 m

Pregunta A.5.- Una muestra contiene inicialmente una masa de 30 mg de ^{210}Po. Sabiendo que su período de semidesintegración es de 138,38 días, determine:
a) La vida media del isótopo y la actividad inicial de la muestra.
b) El tiempo que debe transcurrir para que el contenido de ^{210}Po de la muestra se reduzca a 5 mg.

Datos: Masa atómica del ^{210}Po, $M_{Po} = 210$ u; *Número de Avogadro,* $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}.

a)

$N = N_o \cdot e^{-\lambda.t} \quad \rightarrow \quad -\ln 2 = -\lambda \cdot T_{1/2} \quad \rightarrow \quad \lambda = \ln 2 / T_{1/2} = \ln 2 / 138{,}38 = 5.\ 10^{-3}\ \text{dia}^{-1} = 5{,}8\ .10^{-8}\ \text{s}^{-1}$

Vida media $\tau = 1 / \lambda = 199{,}64$ días

Actividad $A = \lambda \cdot N \quad \rightarrow \quad A_o = \lambda \cdot N_o = 5{,}8\ .10^{-8}\ .\ 0{,}030.\ 6{,}02.10^{23} / 210 = 5\ .\ 10^{12}$ Bq ó desint /s

b) $m = m_o \cdot e^{-\lambda.t} \quad \rightarrow \quad t = -\ln(m/m_o) / \lambda = -\ln(5/30) / 5.\ 10^{-3} = 358{,}35$ días

Pregunta B.1.- Marte posee la décima parte de la masa de la Tierra y la mitad de su diámetro.
a) Encuentre la relación entre las velocidades de escape de Marte y de la Tierra desde sus respectivas superficies.
b) Suponga que un objeto se lanza verticalmente desde la superficie terrestre, con una velocidad igual a la velocidad de escape de Marte. Si se desprecia el rozamiento, ¿qué altura máxima alcanzaría el objeto?

Dato: Radio de la Tierra, $R_T = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.

a)

$$v = \sqrt{\frac{2.G.M}{R}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_M}{v_T} = \sqrt{\frac{2.G.M_M / R_M}{2.G.M_T / R_T}} = \sqrt{\frac{M_M.R_T}{M_T.R_M}} = \sqrt{\frac{2}{10}} = 0{,}447$$

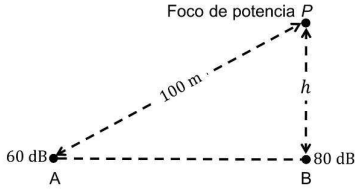
b) El campo es conservativo

$$\frac{1}{2}.m.v^2 - G\frac{m.M}{R} = \frac{1}{2}.m.0^2 - G\frac{m.M}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}.v^2 - G\frac{M}{R} = -G\frac{M}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}.(0{,}447.\sqrt{\frac{2GM}{R}})^2 - G\frac{M}{R} = -G\frac{M}{r}$$

$$\frac{0{,}447^2}{R} - \frac{1}{R} = -\frac{1}{r} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r} = \frac{1}{R} - \frac{0{,}2}{R} = \frac{0{,}8}{R} \quad \rightarrow \quad r = R / 0{,}8 = 7962\ km \quad \rightarrow \quad h = r - R = 1592\ km$$

www.yoquieroaprobar.es

Pregunta B.2.- Un foco sonoro de potencia *P* se coloca a una altura *h* sobre el suelo, como ilustra la figura. El nivel de intensidad sonora vale 60 dB en el punto A, a 100 m de distancia del foco, y alcanza 80 dB en el punto B, en el suelo en la vertical del foco.



a) Calcule *P* y *h*.

b) ¿Cuál sería el nivel de intensidad en el punto B si se agregase sobre él otro foco de igual potencia a una altura de *h*/2?

Dato: Intensidad umbral de audición, I0 = 10^{-12} W m^{-2}.

Se suponen ondas esféricas y sin interferencias.

a) $\beta = 10.\log(I / I_o) \rightarrow I = I_o . 10^{B/10} \rightarrow I_A = 10^{-12} . 10^{60/10} = 10^{-6}$ W/m^2 $\rightarrow I_B = 10^{-12} . 10^8 = 10^{-4}$ W/m^2

$I = P / S = P_o /(4.\pi.r^2) \rightarrow P_o = I . 4.\pi.r^2 \rightarrow P_o = 10^{-6} .4.\pi.100^2 = 4.\pi.10^{-2}$ W

$P_o = I . 4.\pi.r^2 \rightarrow 4.\pi.10^{-2} = 10^{-4} . 4.\pi.h^2 \rightarrow h = 10$ m

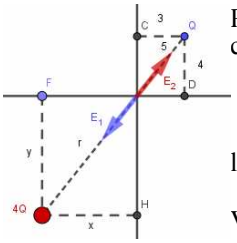
b) $I = I_1 + I_2 = P_o /(4.\pi.10^2) + P_o /(4.\pi.5^2) = 5.10^{-4} \rightarrow \beta = 10.\log(5.10^{-4} / 10^{-12}) = 87$ dB

Pregunta B.3.- Una carga puntual positiva está situada en el punto (3, 4) m del plano *xy*. En otro punto del plano se coloca una segunda carga puntual, también positiva y de magnitud el cuádruple de la primera, haciendo que el campo se anule en el origen de coordenadas.

a) Determine la posición de la segunda carga.

b) Si el potencial en el origen de coordenadas vale $1{,}08\cdot10^4$ V, encuentre el valor de las cargas.

Dato: Constante de la ley de Coulomb, K = $9\cdot10^9$ N m^2 C^{-2}.



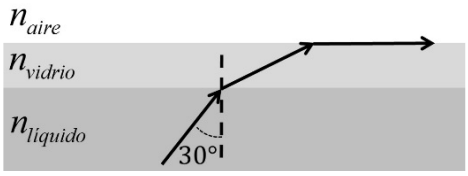
Para que el campo creado por la primera carga se anule la segunda carga deberá estar en la recta que une la carga y el punto, pero al otro lado:

$$E_1 = k.\frac{Q}{5^2} \quad ,, \quad E_2 = k.\frac{4Q}{r^2} \quad ,, \quad E_1 = E_2 \quad \rightarrow \quad k.\frac{Q}{5^2} = k.\frac{4Q}{r^2} \quad \rightarrow \quad r = 10\,m$$

las coordenadas del punto serán: x = - 10. 3/5 = 6 ,, y = - 10 . 4/5 = - 8 → (-6, -8)

$V = k. Q / 5 + k. 4Q / 10 \rightarrow 1{,}08 .10^4 = k. Q / 5 + 2.k. Q /5 \rightarrow Q = 2 .10^{-6}$ C

Pregunta B.4.- Una lámina de vidrio se halla sobre un líquido de índice de refracción desconocido. La longitud de onda de la luz en el vidrio se reduce a un 70 % de su valor en el aire. Si se emite luz desde el líquido, los rayos con ángulos de incidencia superiores a 30º en la cara inferior de la lámina no se refractan al aire por su cara superior. Calcule:



a) El índice de refracción del vidrio.

b) El índice de refracción del líquido.

Dato: Índice de refracción del aire, naire = 1.

La velocidad de la luz depende del medio en el que se propaga. Según el medio varía la long. de onda, pero no la frecuencia (color).

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\lambda.F} \quad ,, \quad \frac{n_{vidrio}}{n_{aire}} = \frac{c/\lambda_{vidrio}.F}{c/\lambda_{aire}.F} = \frac{\lambda_{aire}}{\lambda_{vidrio}} = \frac{1}{0{,}7} \quad \rightarrow \quad n_{vidrio} = \frac{10}{7}$$

b) el ángulo límite es: n_{vid} . sen L = 1 → sen L = 0,7 → L = 44,4º, que es el ángulo con que se refracta al pasar del líquido al vidrio: n_{liq} . sen i = n_{vid} . sen r → n_{liq} . sen 30 = n_{vid} . sen L = 1 → $n_{liquido}$ = 2

Pregunta B.5.- Un electrón relativista ha llegado a adquirir una energía cinética equivalente a la energía de un fotón de $5\cdot10^{-12}$ m de longitud de onda en el vacío. Calcule:

a) La energía cinética del electrón, en eV.

b) La velocidad del electrón.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón, e = $1{,}6\cdot10^{-19}$ C; *Constante de Planck, h =* $6{,}63\cdot10^{-34}$ J s; *Velocidad de la luz en el vacío, c =* $3\cdot10^8$ m s^{-1}; *Masa del electrón en reposo, me =* $9{,}1\cdot10^{-31}$ kg.

a) $E_{foton} = h . F = h . c / \lambda = 6{,}63.10^{-34} . 3.10^8 / 5.10^{-12} = 3{,}978 .10^{-14}$ J = $2{,}48 . 10^5$ eV

$E_{cinetica\ electron} = 3{,}978 .10^{-14}$ J = $2{,}48 . 10^5$ eV

b) Energía cinética relativista: $E_c = \Delta m . c^2 \rightarrow \Delta m = E_c / c^2 = 3{,}978 .10^{-14} / (3.10^8)^2 = 4{,}42 .10^{-31}$

$$\Delta m = m - m_o = \frac{m_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - m_o \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - 1 = \frac{\Delta m}{m_o} = \frac{4{,}42.10^{-31}}{9{,}1.10^{-31}} = 0.486$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = 0{,}453 \quad \rightarrow \quad v^2 = c^2.0{,}547 \quad \rightarrow \quad v = 0{,}74.c = 2{,}22.10^8\ m/s$$

www.yoquieroaprobar.es