

PAU MADRID JUNIO 2004

Cuestión 1.-

a) Al colgar una masa en el extremo de un muelle en posición vertical, éste se desplaza 5 cm; ¿de qué magnitudes del sistema depende la relación entre dicho desplazamiento y la Aceleración de la gravedad? b) Calcule el periodo de oscilación del sistema muelle-masa anterior si se deja oscilar en posición horizontal (sin rozamiento).

Dato: aceleración de la gravedad $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Solución:

a) Al colgar una masa en el resorte aparece la fuerza peso que alarga el muelle. El equilibrio se alcanza cuando el peso es igual a la fuerza recuperadora del muelle:

$$\text{Peso} = m \cdot g \quad , \quad \text{Fuerza recuperadora} = k \cdot x$$

$$m \cdot g = k \cdot x \quad x / g = m / k = 0'05 / 9'81 = 0'005 \text{ s}^2$$

La relación entre el desplazamiento y la ac. de la gravedad depende directamente de la masa e inversamente de la constante elástica del muelle.

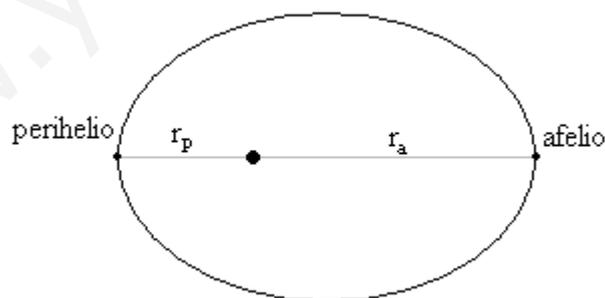
b) La aceleración del movimiento será:

$$a = F/m = -k \cdot x / m, \text{ ecuación de un M.A.S. } a = -w^2 \cdot x$$

$$\text{siendo } w = 2 \cdot \pi / T = (k / m)^{1/2} \quad T = 2 \cdot \pi \cdot (m / k)^{1/2} = 2 \cdot \pi \cdot (0'005)^{1/2} = 0'45 \text{ s}$$

Cuestión 2.-Plutón describe una órbita elíptica alrededor del Sol. Indique para cada una de las siguientes magnitudes si su valor es mayor, menor o igual en el afelio (punto más alejado del Sol) comparado con el perihelio (punto más próximo al Sol): a) momento angular respecto a la posición del Sol; b) momento lineal; c) energía potencial; d) energía mecánica.

Solución:



Por ser un campo de fuerzas centrales es un campo conservativo por lo que el Momento Angular y la Energía Mecánica permanecen constantes.

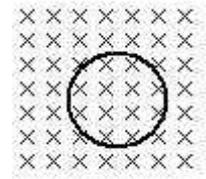
El momento lineal, $p = m \cdot v$, es mayor en el perihelio por tener una velocidad mayor al ser menor el radio vector (Ley de las áreas, $r \cdot v = \text{constante}$)

La energía potencial en un punto es $E_p = -G \cdot M \cdot m / r$, por lo que es menor en el perihelio al ser la expresión negativa y $r_p < r_a$

Cuestión 3.-

a) Enuncie las leyes de Faraday y de Lenz de la inducción electromagnética.

b) La espira circular de la figura adjunta está situada en el seno de un campo magnético uniforme. Explique si existe fuerza electromotriz inducida en los siguientes casos:



b1) la espira se desplaza hacia la derecha;

b2) el valor del campo magnético aumenta linealmente con el tiempo.

Solución:

La fuerza electromotriz inducida es proporcional y opuesta a la variación de flujo en la unidad de tiempo.

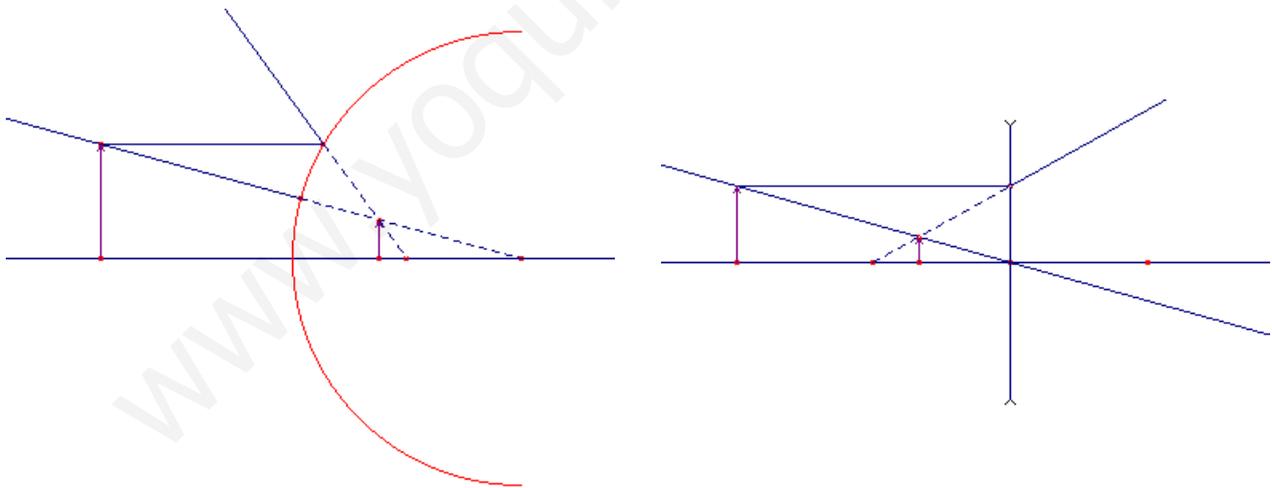
Cualquier desplazamiento de la espira que mantenga la posición relativa de la espira respecto al campo no hace variar el flujo y por tanto no genera ninguna fuerza electromotriz.

Si el campo varía linealmente con el tiempo, $B = a + b \cdot t$, con a y b constante provocará la siguiente fuerza electromotriz:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos 90 = (a + b \cdot t) \cdot S \quad \varepsilon = - d \Phi / dt = - b \cdot S$$

Cuestión 4.- a) ¿Qué tipo de imagen se obtiene con un espejo esférico convexo? b) ¿Y con una lente esférica divergente? Efectúe las construcciones geométricas adecuadas para justificar las respuestas. El objeto se supone real en ambos casos.

Solución:



En los dos casos la imagen es virtual, derecha y menor

Cuestión 5.-

Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si: a) aumenta la intensidad del haz luminoso; b) aumenta la frecuencia de la luz incidente; c) disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal. d) ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción?

Solución:

La energía de un haz luminoso, $h \cdot F$, se invierte parte en arrancar los electrones o trabajo de extracción, W_e , y el resto en comunicar energía cinética a los electrones, E_c ,:

$$h \cdot F = W_e + E_c \quad E_c = h \cdot F - W_e$$

- a) Si aumenta la intensidad luminosa aumentará el número de electrones emitidos pero no la energía cinética.
- b) Si aumenta la frecuencia el número de electrones emitidos no varía pero aumenta su energía cinética.
- c) Si disminuye la frecuencia por debajo de la frecuencia umbral no se emiten electrones. No tiene energía suficiente para arrancarlos.

Repertorio A. Problema 1.-

Una onda transversal se propaga a lo largo de una cuerda horizontal, en el sentido negativo del eje de abscisas, siendo 10 cm la distancia mínima entre dos puntos que oscilan en fase. Sabiendo que la onda está generada por un foco emisor que vibra con un movimiento armónico simple de frecuencia 50 Hz y una amplitud de 4 cm, determine:

- a) La velocidad de propagación de la onda.
- b) La expresión matemática de la onda, si el foco emisor se encuentra en el origen de coordenadas, y en $t=0$ la elongación es nula.
- c) La velocidad máxima de oscilación de una partícula cualquiera de la cuerda.
- d) La aceleración máxima de oscilación en un punto cualquiera de la cuerda.

Solución:

La ecuación de la onda será: $y = A \cdot \sin (\omega t + k x + \varphi)$, siendo:

$$A = 0'04 \text{ m} , \omega = 2 \pi 50 = 100 \pi , k = 2 \pi / 0'10 = 20 \pi , \varphi = \text{fase inicial}$$

$$y = 0'04 \cdot \sin (100 \pi \cdot t + 20 \pi \cdot x + \varphi)$$

a) $v = \omega / k = 100 \pi / 20 \pi = 5 \text{ m/s}$

b) para $x = 0$ y $t = 0$ el valor de y es cero $0 = 0'04 \cdot \sin \varphi \quad \varphi = 0$

$$y = 0'04 \cdot \sin (100 \pi \cdot t + 20 \pi \cdot x)$$

c) $v = dy/dt = 0'04 \cdot 100 \pi \cdot \cos (100 \pi \cdot t + 20 \pi \cdot x) \quad v_{\text{máximo}} = 0'04 \cdot 100 \pi = 12'57 \text{ m/s}$

d) $a = dv/dt = - 0'04 (100 \pi)^2 \cdot \sin (100 \pi \cdot t + 20 \pi \cdot x) \quad a_{\text{máximo}} = 0'04 (100 \pi)^2 = 3947'8 \text{ m/s}^2$

Repertorio A. Problema 2.-

Un electrón, con velocidad inicial 3×10^5 m/s dirigida en el sentido positivo del eje X, penetra en una región donde existe un campo eléctrico uniforme y constante de valor 6×10^6 N/C dirigido en el sentido positivo del eje Y. Determine:

- Las componentes cartesianas de la fuerza experimentada por el electrón.
- La expresión de la velocidad del electrón en función del tiempo.
- La energía cinética del electrón 1 segundo después de penetrar en el campo.
- La variación de la energía potencial experimentada por el electrón al cabo de 1 segundo de penetrar en el campo.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C

Masa del electrón $= 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg

Solución:

El electrón se ve sometido a una fuerza de valor $F = q \cdot E$ dirigida siempre en el sentido negativo del eje y, mientras que según el eje X la fuerza es nula. La trayectoria resulta de la composición de un movimiento uniforme según el eje X y un movimiento acelerado según el eje Y, es decir, la trayectoria es una parábola:

La fuerza será: $\mathbf{F} = 0 \cdot \mathbf{i} - q E/m \cdot \mathbf{j} = 0 \cdot \mathbf{i} - 1.05 \cdot 10^6 \mathbf{j}$

Las ecuaciones del movimiento son:

$$\begin{aligned} a_x &= 0 & v_x &= \text{constante} = 3 \cdot 10^5 & x &= 3 \cdot 10^5 \cdot t \\ a_y &= -q E / m = -1.05 \cdot 10^6 & v_y &= -1.05 \cdot 10^6 \cdot t & y &= -1.05 \cdot 10^6 \cdot t^2 / 2 = -0.53 \cdot 10^6 \cdot t^2 \end{aligned}$$

El vector velocidad, en función del tiempo será:

$$\mathbf{v} = 3 \cdot 10^5 \cdot \mathbf{i} - 1.05 \cdot 10^6 \cdot t \cdot \mathbf{j}$$

La energía cinética 1 segundo después será:

$$v(t=1) = ((3 \cdot 10^5)^2 + (1.05 \cdot 10^6)^2)^{1/2} = 1.9 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$E_{\text{cinética}} = m \cdot v^2 / 2 = 1.6 \cdot 10^{-18} \text{ Julios}$$

La variación de la energía potencial se calcula teniendo en cuenta que en un campo conservativo la energía mecánica debe permanecer constante:

$$(E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}})_{\text{inicial}} = (E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}})_{\text{final}}$$

$$E_{p,\text{final}} - E_{p,\text{inicial}} = E_{c,\text{inicial}} - E_{c,\text{final}} = 9.1 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^5)^2 / 2 - 1.6 \cdot 10^{-18} = -1.56 \cdot 10^{-18} \text{ Julios}$$

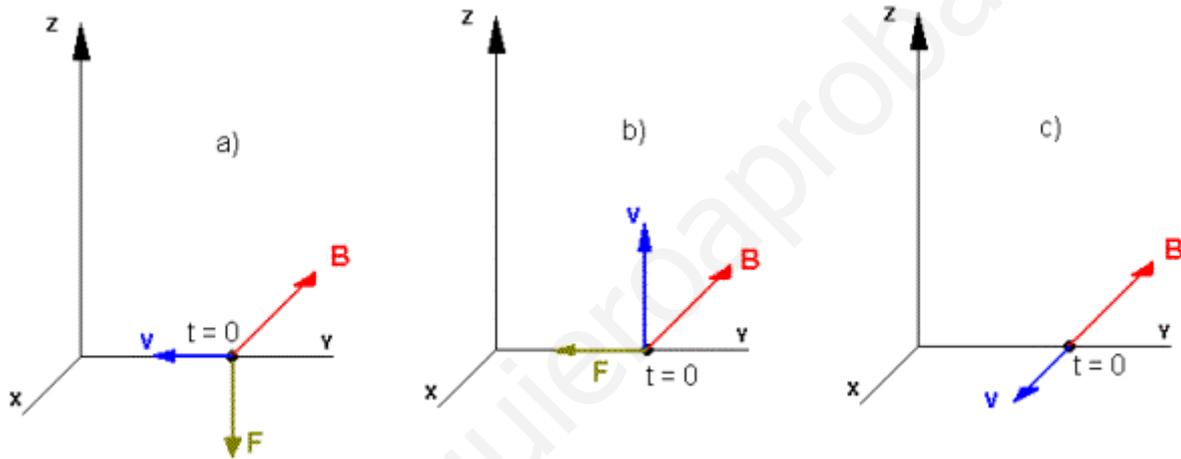
Repertorio B. Problema 1.-

Un conductor rectilíneo indefinido transporta una corriente de 10 A en el sentido positivo del eje Z. Un protón, que se mueve a 2×10^5 m/s, se encuentra a 50 cm del conductor. Calcule el módulo de la fuerza ejercida sobre el protón si su velocidad:

- es perpendicular al conductor y está dirigida hacia él.
- es paralela al conductor.
- es perpendicular a las direcciones definidas en los apartados a) y b).
- ¿En qué casos, de los tres anteriores, el protón ve modificada su energía cinética?

Datos: Permeabilidad magnética $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$

Solución:



En todos los casos la fuerza a que se ve sometido el protón es: $F = q \cdot (v \times B)$, es decir, la fuerza, caso de existir, es perpendicular a la velocidad en todo instante por lo que no existe ninguna componente de la fuerza en la dirección de la velocidad que lo acelere o lo frene, la velocidad del protón es constante en módulo y por consiguiente la energía cinética del protón permanece constante.

El valor del campo magnético en el punto inicial será:

$$B = \mu_0 \cdot I / (2 \pi d) = 4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 / (2 \pi \cdot 0.5) = 4 \cdot 10^{-6} \text{ Teslas}$$

$$a) F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90 = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 1.28 \cdot 10^{-19} \text{ Newton}$$

$$b) F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 90 = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 1.28 \cdot 10^{-19} \text{ Newton}$$

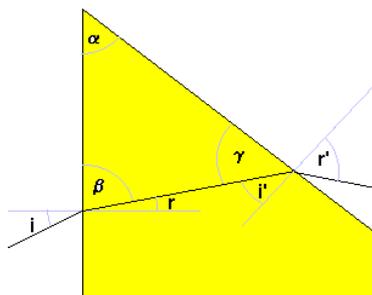
$$c) F = q \cdot v \cdot B \cdot \sin 180 = 0 \text{ Newton}$$

Repertorio B. Problema 2.-

Un rayo de luz monocromática incide sobre una cara lateral de un prisma de vidrio, de índice de refracción $n = 2$. El ángulo del prisma es 60° . Determine:

a) El ángulo de emergencia a través de la segunda cara lateral si el ángulo de incidencia es de 30° . Efectúe un esquema gráfico de la marcha del rayo.

b) El ángulo de incidencia para que el ángulo de emergencia del rayo sea 90° .



$$1 \cdot \sin i = n \cdot \sin r \quad \sin 30 = 2 \cdot \sin r$$

$$r = 20'7^\circ \quad - 20'7 = 69'90$$

$$\gamma = 180 - 60 - 69'3 = 50'7^\circ \quad i' = 90'7 = 39'3^\circ$$

$$n \cdot \sin i' = 1 \cdot \sin r' \quad 2 \cdot \sin 39'3 = 1 \cdot \sin r' \quad r' = 63'6^\circ$$

Si el ángulo de emergencia es de 90° :

$$2 \cdot \sin i' = 1 \cdot \sin 90 \quad i' = 45^\circ \quad - 45 = 45 \quad \beta = 180 - 45 = 75$$

$$r = 90 - 75 = 15^\circ \quad 1 \cdot \sin i = 2 \cdot \sin 15 \quad i = 21'47^\circ$$

www.yoquieroaprobar.es