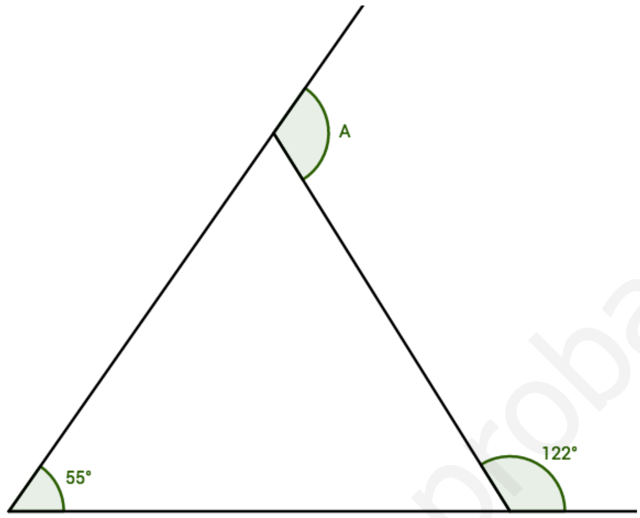
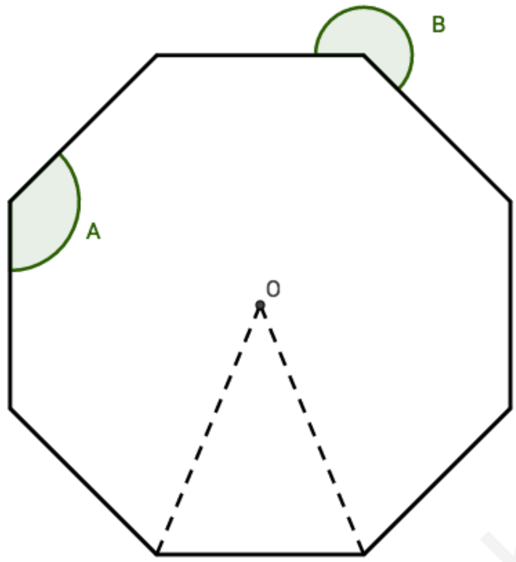
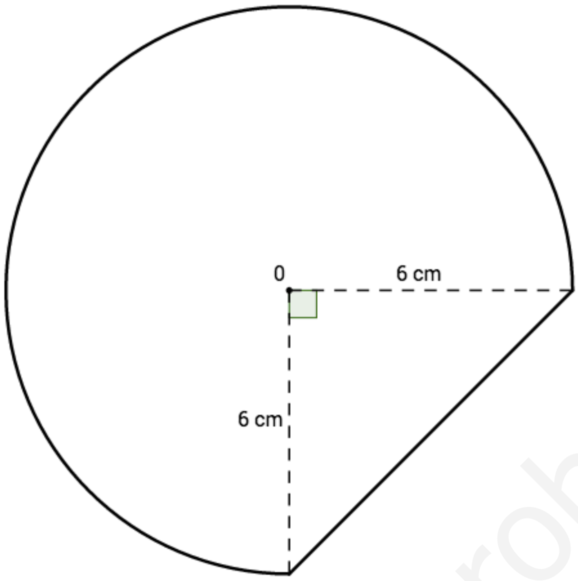
1. (1.5p) Calcula el valor del ángulo A:



2. (1.5p) Dado el octógono de centro O, calcula el valor de los ángulos A y B:

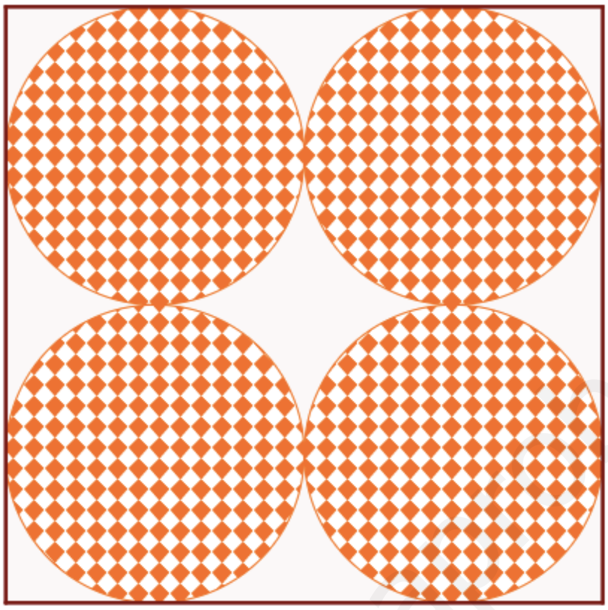


3. (2.5p) Calcula el perímetro y el área de la siguiente pieza:



4. (2p) LA CAJA DE PASTELES

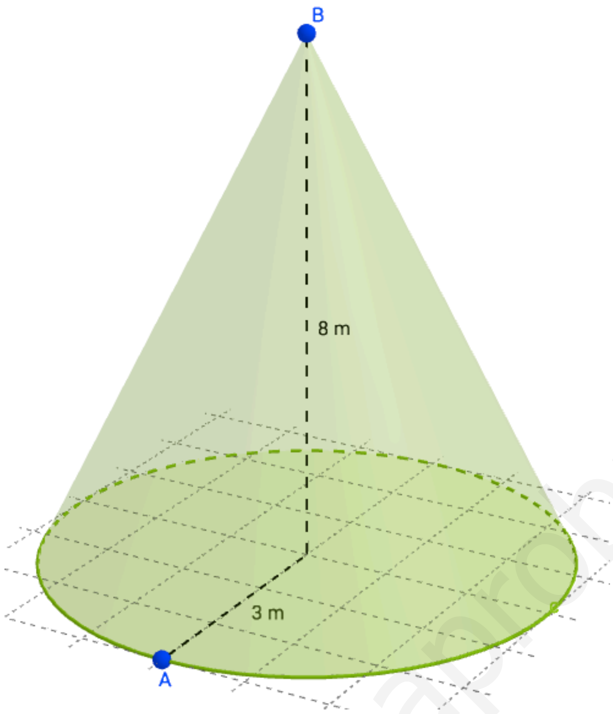
En una pastelería hemos comprado 4 pasteles redondos y no los han guardado en una caja cuadrada de 12 cm de lado, como se muestra en la figura. Los pasteles caben justos y nos se pueden mover, es decir, son tangentes entre sí y a la caja.



a. Cuál es el área de cada uno de los pasteles.

b. Que superficie de la caja queda sin ocupar.

5. (2.5p) Se ha construido la siguiente superficie cónica, totalmente cerrada y hueca, de 8 metros de altura y 3 metros de radio:



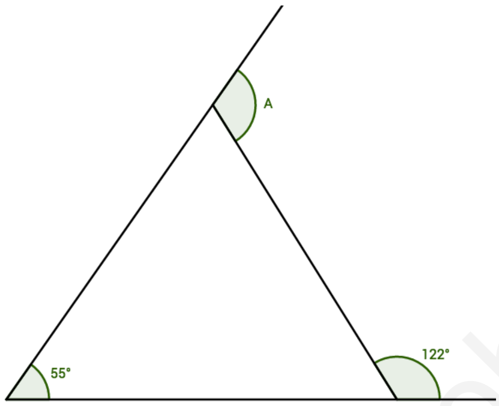
a. (0.5p) Si una gota de agua desciende por la superficie desde B hasta A. ¿Cuántos metros recorrerá si lo hace por el camino más corto?

b. (1p) ¿Qué cantidad de material (área) se ha empleado en su construcción?

c. (1p) Si se quisiera emplear como depósito de agua, ¿qué cantidad de agua (volumen) cabría en su interior?

SOLUCIONES

1. Calcula el valor del ángulo A:



El ángulo $\hat{B}$ y el ángulo de 122° son suplementarios, luego:

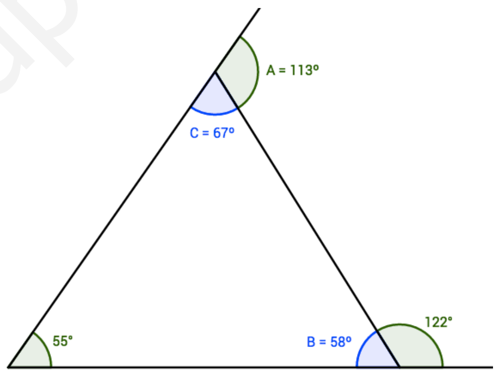
$$\hat{B} = 180 - 122 = 58°$$

La suma de los ángulos de un triángulo es de 180°, luego:

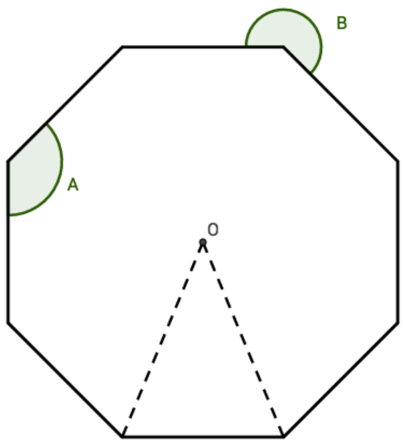
$$\hat{C} = 180 - 55 - 58 = 67°$$

Los ángulos $\hat{A}$ y $\hat{C}$ son suplementarios, luego:

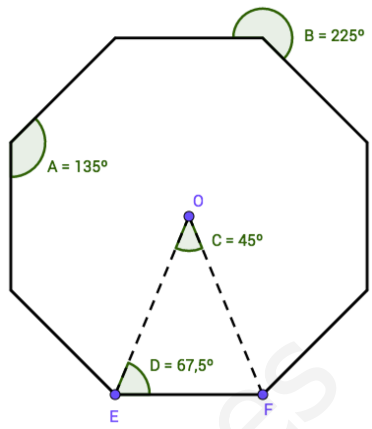
$$\hat{C} = 180 - 67 = 113°$$



2. Dado el octógono de centro O, calcula el valor de los ángulos A y B:



El ángulo completo en O mide 360°. Por tratarse de un octógono, el ángulo $\hat{C}$ será la octava parte:



$$\hat{C} = \frac{360}{8} = 45°$$

La suma de los ángulos del triángulo isósceles OEF es de 180°, luego el ángulo $\widehat{D}$ medirá:

$$\widehat{D} = \frac{180 - 45}{2} = 67{,}5°$$

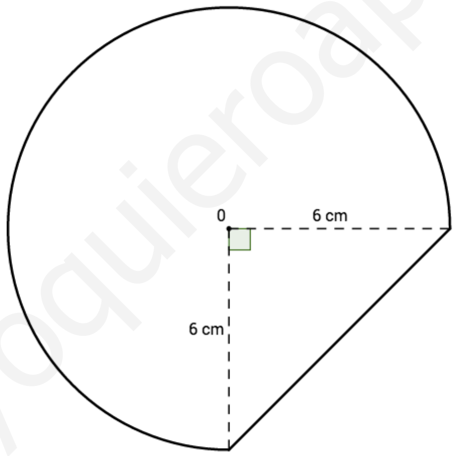
El ángulo $\hat{A}$ es el doble de $\widehat{D}$:

$$\hat{A} = 2 \cdot 67{,}5 = 135°$$

Considerando el ángulo completo de cualquiera de los vértices, como el ángulo interior es $\hat{A} = 135°$, el ángulo exterior $\hat{B}$ será:

$$\hat{B} = 360 - 135 = 225°$$

3. Calcula el perímetro y el área de la siguiente pieza:



PERÍMETRO:

- Arco de circunferencia comprendido entre A y B:

  Perímetro de la circunferencia completa:

  $$P = 2\pi R = 2\pi 6 \approx 37{,}70\ cm$$

  La longitud del arco de circunferencia comprendido entre A y B son las ¾ partes de la longitud de la circunferencia completa:

  $$P_1 = \frac{3}{4} \cdot 37{,}70 \approx 28{,}27\ cm$$

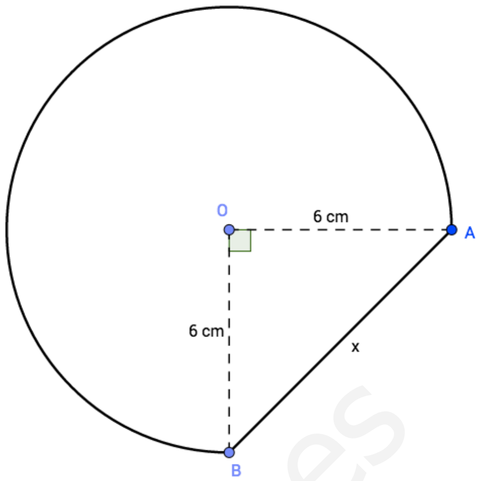
- Segmento AB:

  Aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo OAB:

  $$x^2 = 6^2 + 6^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = 72 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{72} \approx 8{,}49\ cm$$

- Sumando los dos perímetros:

$$P_{TOTAL} = 28{,}27 + 8{,}49 = 36{,}76\ cm$$



ÁREA:

- Sector circular:

  Área de la circunferencia completa:

$$A = \pi R^2 = \pi 6^2 \approx 113{,}10\ cm^2$$

  El área del sector circular son las ¾ partes del área de la circunferencia completa:

$$A_1 = \frac{3}{4} \cdot 113{,}10 \approx 84{,}82\ cm^2$$

- Triángulo OAB:

  Es un triángulo rectángulo cuya base y altura miden *6 cm*:

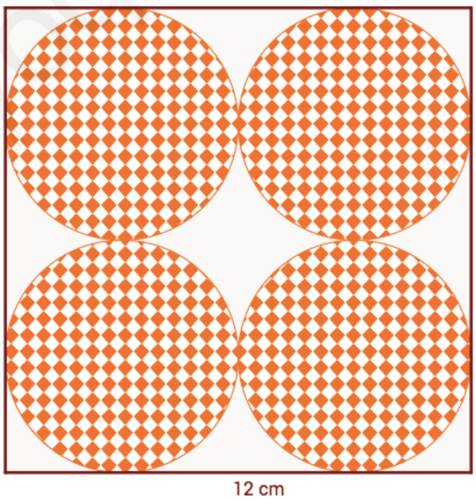
$$A_2 = \frac{B \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18\ cm^2$$

- Sumando las dos áreas:

$$A_{TOTAL} = 84{,}82 + 18 = 102{,}82\ cm^2$$

4. LA CAJA DE PASTELES

En una pastelería hemos comprado 4 pasteles redondos y no los han guardado en una caja cuadrada de 12 cm de lado, como se muestra en la figura. Los pasteles caben justos y nos se pueden mover, es decir, son tangentes entre sí y a la caja.



a. Cuál es el área de cada uno de los pasteles.

Cada uno de los pasteles tiene un diámetro de 6 cm, es decir, un radio de 3 cm, luego:

Área que ocupa un pastel: $A = \pi R^2 = \pi 3^2 \approx 28{,}27\ cm^2$

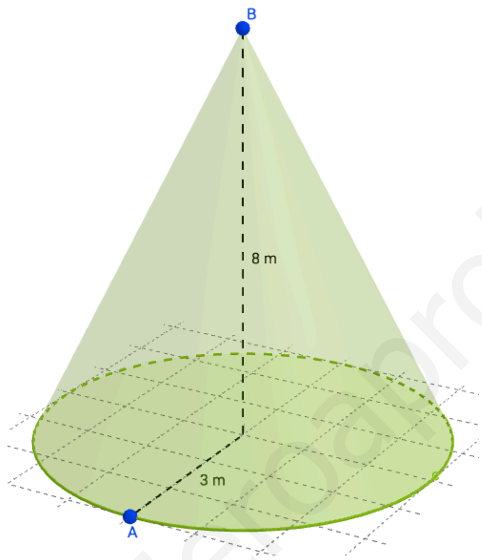
b. Que superficie de la caja queda sin ocupar.

Área que ocupan los 4 pasteles: $A = 28{,}27 \cdot 4 = 113{,}10\ cm^2$

Área que ocupa la caja: $A = l \cdot l = 12 \cdot 12 \approx 144\ cm^2$

Superficie sin ocupar: $S = 144 - 113{,}10 = 30{,}90\ cm^2$

5. Se ha construido la siguiente superficie cónica, totalmente cerrada y hueca, de 8 metros de altura y 3 metros de radio:



a. Si una gota de agua desciende por la superficie desde B hasta A. ¿Cuántos metros recorrerá si lo hace por el camino más corto?

El camino más corto corresponde al de la generatriz del cono, cuya longitud se puede obtener aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo ABC:

$$g^2 = 3^2 + 8^2 \quad \rightarrow \quad g^2 = 73 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{73} \approx 8{,}54\ m$$

b. ¿Qué cantidad de material (área) se ha empleado en su construcción?

$$A_L = \pi R g = \pi \cdot 3 \cdot 8{,}54 \approx 80{,}53\ m^2$$

$$A_B = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 \approx 25{,}27\ m^2$$

$$A_{TOTAL} = 80{,}53 + 25{,}2 = 105{,}8\ m^2$$

c. Si se quisiera emplear como depósito de agua, ¿qué cantidad de agua (volumen) cabría en su interior?

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3} = \frac{25{,}27 \cdot 8}{3} \approx 67{,}39\ m^3$$