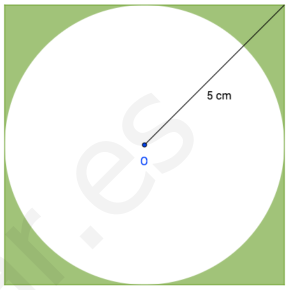
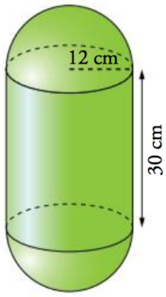
1. (2.5p) Calcula el área de la zona sombreada sabiendo que la distancia del centro O de la circunferencia a cada vértice del cuadrado es de 5 cm.

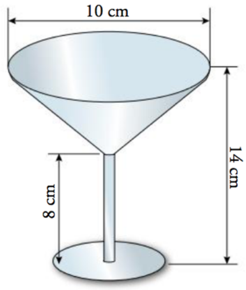


2. (2.5p) Dado el siguiente depósito de acero para gas metano, se pide:



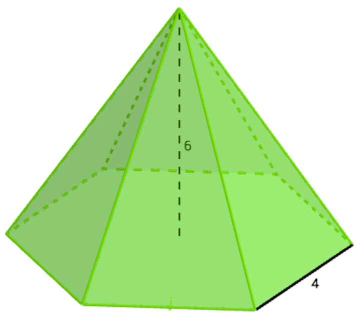
- **a.** Calcula la superficie, expresada en m^2, de lámina de acero necesaria para fabricarlo.
  La superficie de cada una de las semiesferas genera la superficie de una esfera:
- **b.** Litros de gas metano que caben en su interior.

3. (2.5p) Dada una copa de vidrio como la de la imagen:

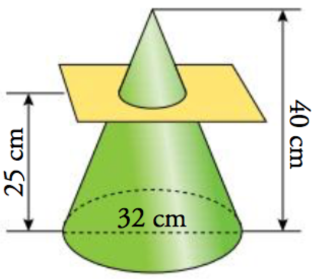


- **a.** ¿Cuántas copas como estas podemos llenar con una botella de 2,5 litros de agua?
- **b.** Calcula la superficie de vidrio en contacto con el agua cuando una de estas copas está completamente llena.

4. (2.5p) Calcula el volumen de la siguiente pirámide de base hexagonal, donde se conocen las dimensiones de la altura y de la arista de la base (expresadas en metros).



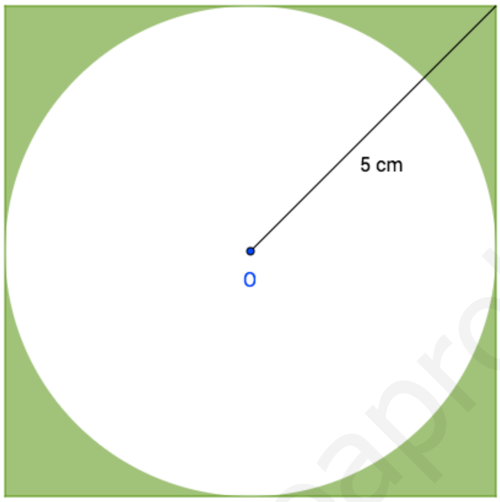
5. (2.5p) Calcula el volumen de los dos cuerpos de revolución que se generan al cortar el cono por el plano de la imagen.



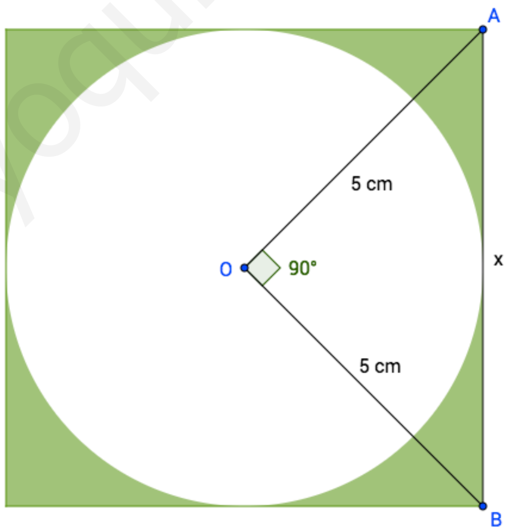
www.yoquieroaprobar.es

SOLUCIÓN

1. Calcula el área de la zona sombreada sabiendo que la distancia del centro O de la circunferencia a cada vértice del cuadrado es de 5 cm.



Considerando el triángulo rectángulo AOB con ángulo recto en O y aplicando el teorema de Pitágoras, se obtiene el lado x del cuadrado:



$$x^2 = 5^2 + 5^2 \quad \rightarrow \quad x^2 = 50 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{50} = 7{,}07 \ cm$$

El área del cuadrado será:

$$A_{CUADRADO} = lado \cdot lado = \sqrt{50} \cdot \sqrt{50} = 50 \ cm^2$$

www.yoquieroaprobar.es

Para calcular el área del círculo se considerará que el radio es la mitad del lado del cuadrado, es decir:

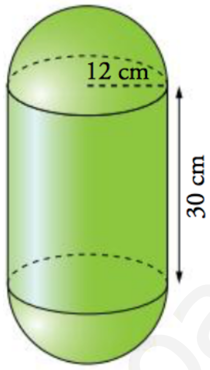
$$R = 7{,}07 : 2 = 3{,}54\ cm$$

$$A_{CÍRCULO} = \pi \cdot R^2 = \pi \cdot 3{,}54^2 = 39{,}27\ cm^2$$

El área total será la diferencia de ambas:

$$A_{TOTAL} = A_{CUADRADO} - A_{CÍRCULO} = 50 - 39{,}27 = 10{,}73\ cm^2$$

2. Dado el siguiente depósito de acero para gas metano, se pide:



a. Calcula la superficie, expresada en m^2, de lámina de acero necesaria para fabricarlo.

La superficie de cada una de las semiesferas genera la superficie de una esfera:

$$A_{ESFERA} = 4\pi R^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 12^2 = 1809{,}56\ cm^2$$

La superficie lateral del cilindro es:

$$A_{LATERAL\ CILINDRO} = 2\pi Rh = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 12 \cdot 30 = 2261{,}95\ cm^2$$

La superficie total es la suma de la superficie lateral del cilindro y la superficie de la esfera (dos semiesferas):

$$A_{TOTAL} = A_{ESFERA} + A_{LATERAL} = 1809{,}56 + 2261{,}95 = 4071{,}51\ cm^2 = 0{,}407\ m^2$$

b. Litros de gas metano que caben en su interior.

La volumen de cada una de las dos semiesferas genera el volumen de una esfera:

$$V_{ESFERA} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 12^3 = 7238{,}23\ cm^3$$

www.yoquieroaprobar.es

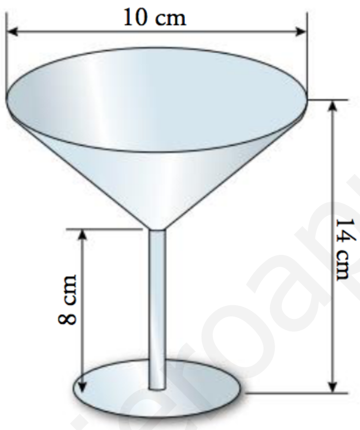
El volumen del cilindro es:

$$V_{CILINDRO} = A_{base} \cdot altura = \pi R^2 \cdot altura = \pi \cdot 12^2 \cdot 30 = 13571{,}68\ cm^3$$

El volumen total es la suma del volumen del cilindro y el volumen de la esfera (dos semiesferas):

$$V_{TOTAL} = V_{ESFERA} + V_{CILINDRO} = 7238{,}23 + 13571{,}68 = 20809{,}91\ cm^3 = 20{,}81\ l$$

3. Dada una copa de vidrio como la de la imagen:



a. ¿Cuántas copas como estas podemos llenar con una botella de 2,5 litros de agua?

El volumen que ocupa el agua al llenar una copa es el volumen de un cono de radio 5 cm y altura $14 - 8 = 6$ cm.

$$V_{CONO} = \frac{A_{base} \cdot altura}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 6}{3} = 157{,}08\ cm^3$$

Expresándolo en litros:

$$157{,}08\ cm^3 = 0{,}15708\ dm^3 = 0{,}15708 \text{ litros.}$$

El número de copas que podremos llenar con una botella de 2,5 litros de agua es:

$$2{,}5 : 0{,}15708 = 15,91 \text{ copas}$$

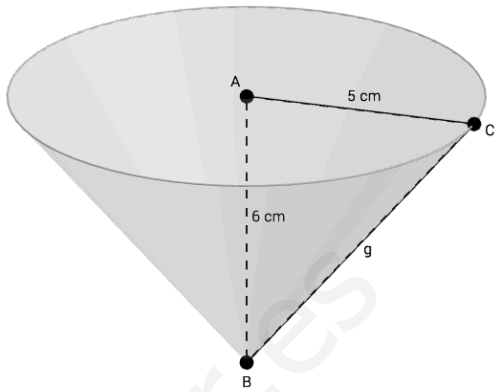
Como las copas han de estar llenas, el número total de copas que se pueden llenar completamente será de 15 copas.

www.yoquieroaprobar.es

b. Calcula la superficie de vidrio en contacto con el agua cuando una de estas copas está completamente llena.

La superficie en contacto será el área lateral del cono:

$$A_{LATERAL\ CONO} = \pi \cdot R \cdot g$$



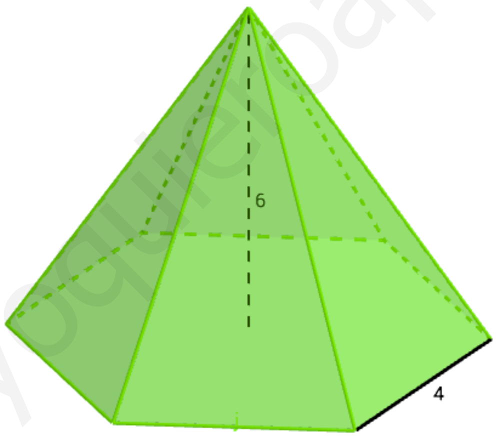
Siendo g la generatriz que se obtiene aplicando el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo ABC:

$$g^2 = 5^2 + 6^2 \quad \rightarrow \quad g = \sqrt{61} = 7{,}81\ cm$$

Luego:

$$A_{LATERAL\ CONO} = \pi \cdot 5 \cdot 7{,}81 = 122{,}68\ cm^2$$

4. Calcula el volumen de la siguiente pirámide de base hexagonal, donde se conocen las dimensiones de la altura y de la arista de la base (expresadas en metros):

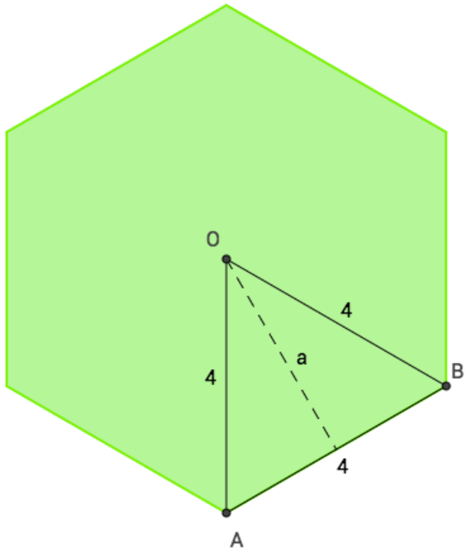


El volumen de la pirámide es:

$$V = \frac{A_{BASE} \cdot altura}{3} = \frac{A_{BASE} \cdot 6}{3}$$

Se calcula el área de la base como la suma de las áreas de 6 triángulos equiláteros de lado 4 en los que se puede descomponer el hexágono (el lado del hexágono coincide con su radio):

www.yoquieroaprobar.es



La altura de un triángulo equilátero es:

$$4^2 = a^2 + 2^2 \;\rightarrow\; 16 = a^2 + 4 \;\rightarrow\; a = \sqrt{12} = 3{,}46\,m$$

El área de cada triángulo es:

$$A_{TRIÁNGULO} = \frac{Base \cdot altura}{2} = \frac{4 \cdot 3{,}46}{2} = 6{,}93\,m^2$$

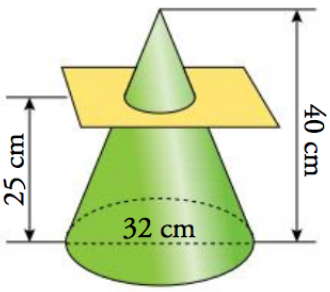
El área del hexágono es:

$$A_{HEXÁGONO} = 6 \cdot A_{TRIÁNGULO} = 6 \cdot 6{,}93 = 41{,}57\,m^2$$

El volumen de la pirámide será:

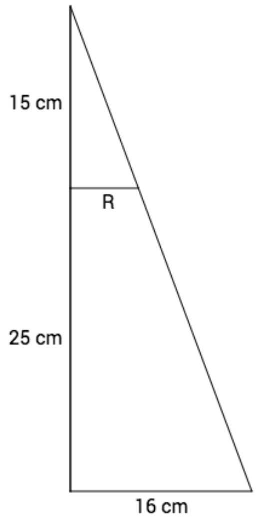
$$V = \frac{A_{BASE} \cdot 6}{3} = \frac{41{,}57 \cdot 6}{3} = 83{,}14\,m^3$$

5. Calcula el volumen de los dos cuerpos de revolución que se generan al cortar el cono por el plano de la imagen:



www.yoquieroaprobar.es

Se obtiene el volumen del cono situado por encima del plano. Para ello hace falta el radio R de la base que se obtiene por semejanza:



$$\frac{16}{R} = \frac{40}{15} \quad \rightarrow \quad 16 \cdot 15 = 40 \cdot R \quad \rightarrow \quad R = \frac{16 \cdot 15}{40} = 6\ cm$$

Luego el volumen del cono es:

$$V_{CONO\ PEQUEÑO} = \frac{A_{base} \cdot altura}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 6^2 \cdot 15}{3} = 565{,}5\ cm^3$$

El volumen del tronco de cono situado por debajo del plano se obtiene como la diferencia entre el volumen del cono grande y el volumen del cono pequeño (situado por encima del plano):

$$V_{CONO\ GRANDE} = \frac{A_{base} \cdot altura}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 16^2 \cdot 40}{3} = 10723{,}3\ cm^3$$

$$V_{TRONCO\ CONO} = V_{CONO\ GRANDE} - V_{CONO\ PEQUEÑO} = 10723{,}3 - 565{,}5 = 10157{,}8\ cm^3$$

www.yoquieroaprobar.es