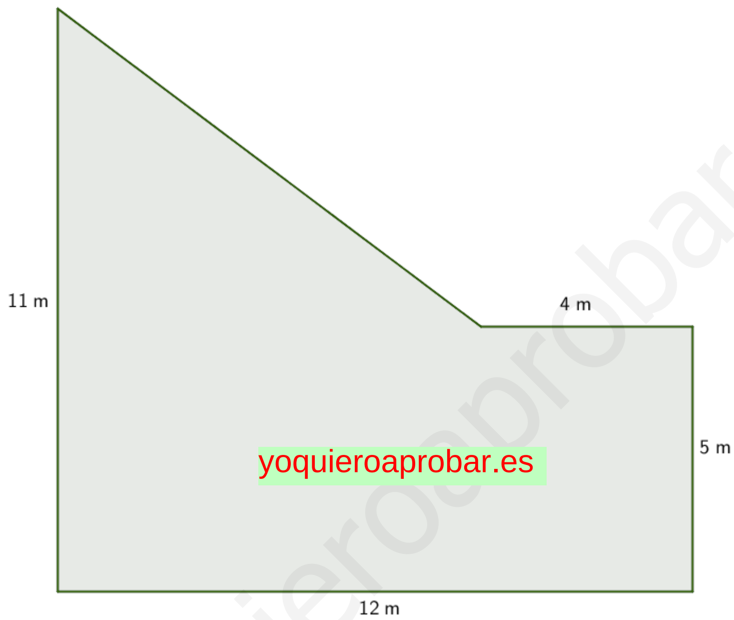
1. (2p) El jardín de una casa tiene la siguiente forma:

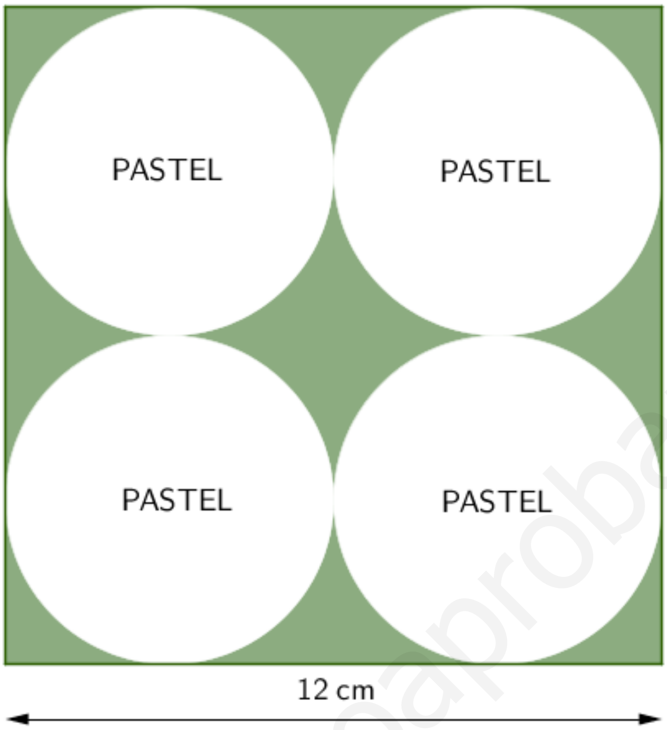


Calcula:

a. Metros de valla necesarios para cercarlo completamente.

b. Superficie que ocupa.

2. (2p) En una pastelería hemos comprado 4 pasteles redondos y nos los han guardado en una caja cuadrada de 12 cm de lado, como se muestra en la figura. Los pasteles caben justos y no se pueden mover, es decir, son tangentes entre sí y a la caja. Calcula:

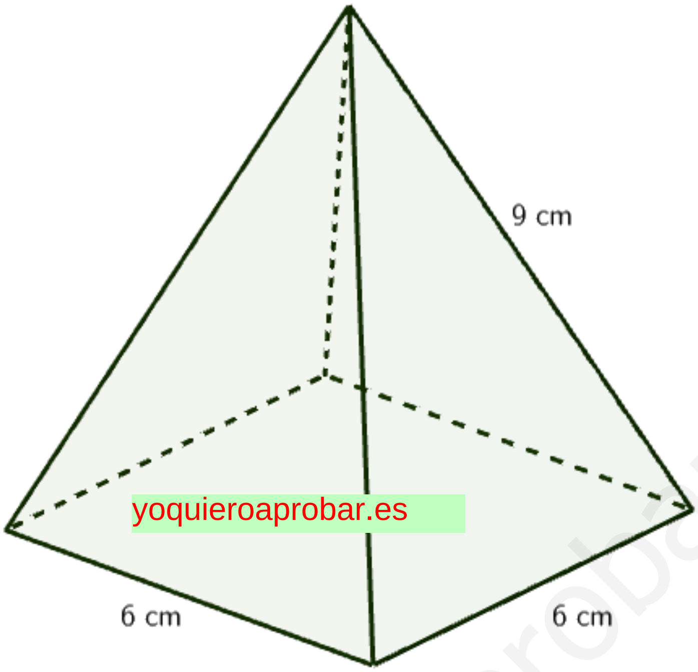


a. (0.5p) Superficie que ocupa la caja

b. (1p) Superficie que ocupan los pasteles

c. (0.5p) Superficie de la caja que queda sin ocupar

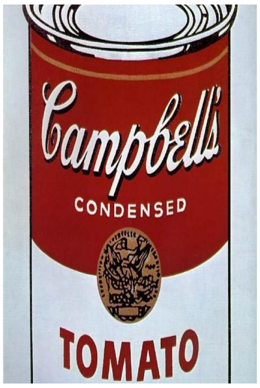
3. (2p) Dada la pirámide maciza de la imagen, calcula:



a. La superficie total

b. Volumen

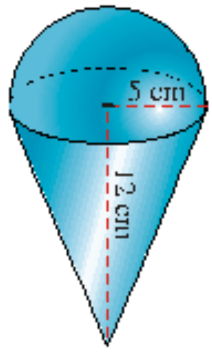
4. (2p) Un bote de sopa de tomate, de forma cilíndrica, tiene un radio de 4 centímetros y su altura mide 20 centímetros.



a. Calcula la superficie de lámina de hojalata necesaria para fabricarlo

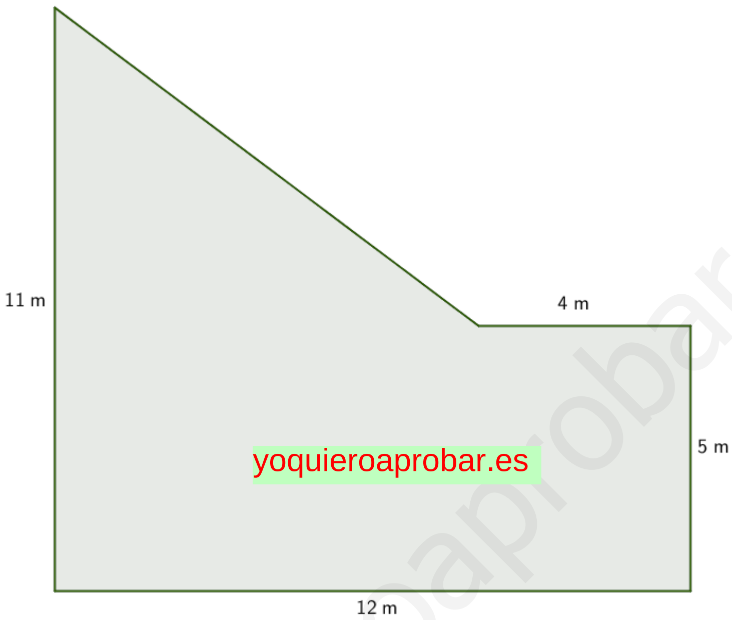
b. ¿Qué volumen de sopa de tomate cabe en su interior?

5. (2p) Calcula el volumen de helado que hay en este cucurucho:

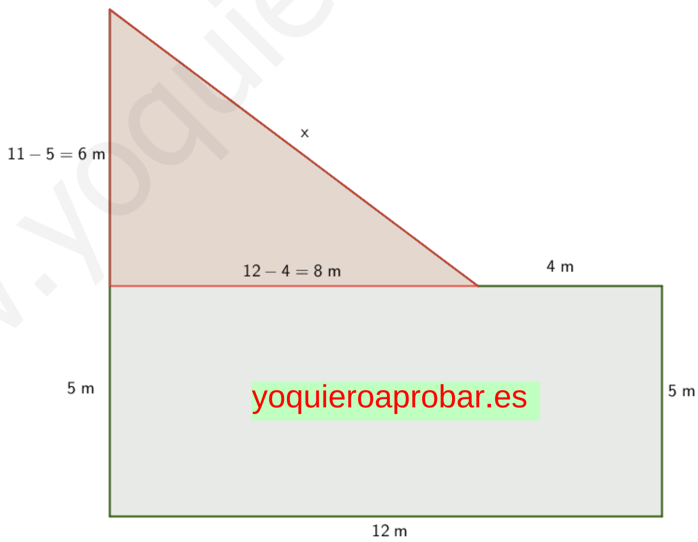


SOLUCIONES

1. El jardín de una casa tiene la siguiente forma. Calcula:



a. Metros de valla necesarios para cercarlo completamente.



Dado que falta la longitud de un lado del polígono, aplicamos el Teorema de Pitágoras en el triángulo rectángulo marcado en rojo, cuyos catetos miden 8 m y 6 m, y la hipotenusa mide "x":

$$x^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \rightarrow x = \sqrt{100} = 10\ m$$

Sumando todos los 5 lados del polígono, obtenemos el perímetro:

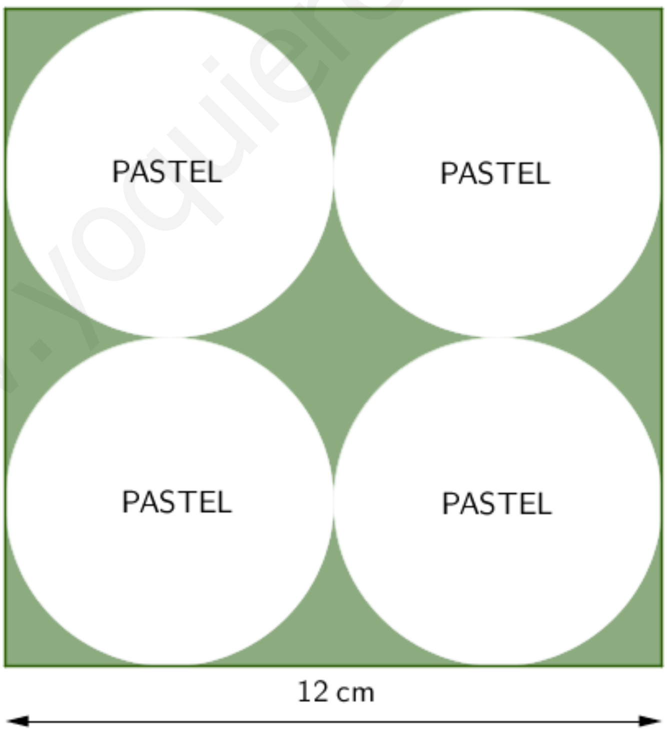
$$P = 12 + 11 + 10 + 4 + 5 = 42\,m$$

b. Superficie que ocupa

Descomponemos en la suma de la superficie del rectángulo sombreado en verde y del triángulo sombreado en rojo:

$$A_{RECTÁNGULO} = b \cdot h = 12 \cdot 5 = 60\,m^2$$
$$A_{TRIÁNGULO} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6}{2} = 24\,m^2$$
$$A_{TOTAL} = 60 + 24 = 84\,m^2$$

2. En una pastelería hemos comprado 4 pasteles redondos y no los han guardado en una caja cuadrada de 12 cm de lado, como se muestra en la figura. Los pasteles caben justos y no se pueden mover, es decir, son tangentes entre sí y a la caja. Calcula:



a. Superficie que ocupa la caja

Obtenemos la superficie de un cuadrado de lado 12 cm:

$$A_{CAJA} = 12 \cdot 12 = 144\,m^2$$

b. Superficie que ocupan los pasteles

Cada una de las circunferencias tiene un diámetro de 6 cm (en la anchura de la caja caben dos pasteles, es decir, un radio de 3 cm. Dado que hay 4 pasteles, la superficie que ocupan los pasteles es la correspondiente a la superficie de 4 circunferencias de radio 3 cm:

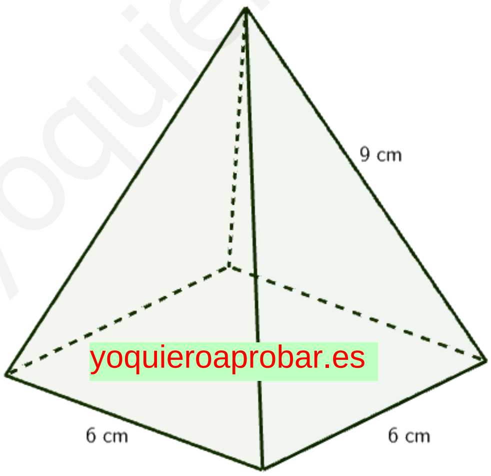
$$A_{PASTELES} = 4 \cdot \pi R^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 = 113{,}04\ m^2$$

c. Superficie de la caja que queda sin ocupar

Es la diferencia entre la superficie que ocupa la caja y la que ocupan los pasteles:

$$A_{CAJA} - A_{PASTELES} = 144 - 113{,}04 = 30{,}96\ m^2$$

3. Dada la pirámide maciza de la imagen, calcula:

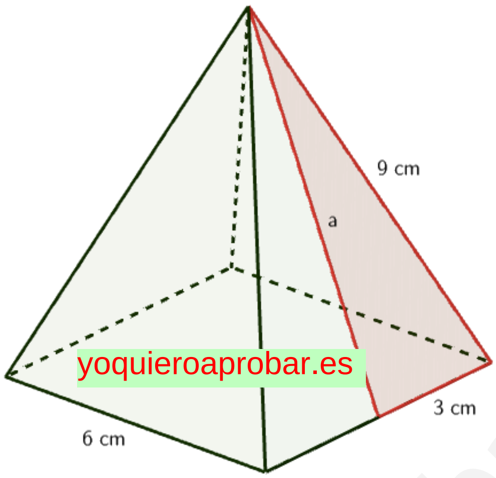


a. La superficie total

El área total será la suma de el área de la base (rectángulo) y el área de cuatro caras laterales (triángulos), iguales entre sí:

$$A_{BASE} = 6 \cdot 6 = 36\ m^2$$

Para calcular el área de uno de los triángulos necesitamos la altura. Aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo sombreado en rojo:



$$9^2 = a^2 + 3^2 \rightarrow 81 - 9 = a^2 \rightarrow a = \sqrt{72} = 8{,}49 \cong 8{,}5\ cm$$

El área lateral formada por los 4 triángulos valdrá:

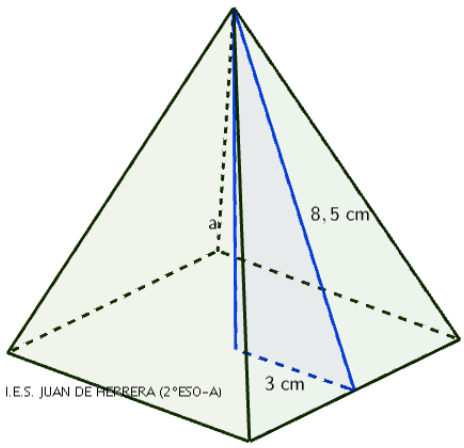
$$A_{LATERAL} = 4 \cdot \frac{base \cdot altura}{2} = 4 \cdot \frac{6 \cdot 8{,}5}{2} = 102\ cm^2$$

El área total valdrá:

$$A_{TOTAL} = 36 + 102 = 138\ cm^2$$

b. Volumen

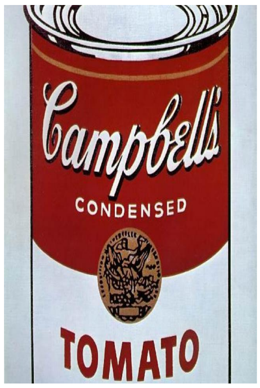
Calculamos la altura de la pirámide (distinta a la altura de la cara lateral) aplicando el Teorema de Pitágoras al triángulo sombreado en azul, en el cual la hipotenusa mide 8,5 cm (obtenido en el apartado anterior):



$$8{,}5^2 = a^2 + 3^2 \rightarrow 72{,}25 - 9 = a^2 \rightarrow a = \sqrt{63{,}25} = 7{,}95\ cm$$

$$V = \frac{A_{BASE} \cdot altura}{3} = \frac{36 \cdot 7{,}95}{3} = 95{,}4\ cm^3$$

4. Un bote de sopa de tomate, de forma cilíndrica, tiene un radio de 4 centímetros y su altura mide 20 centímetros.



a. Calcula la superficie de lámina de hojalata necesaria para fabricarlo.

La superficie de cada una de las bases es:

$$A_{BASE} = \pi R^2 = 3{,}14 \cdot 4^2 = 3{,}14 \cdot 16 = 50{,}24\ m^2$$

La superficie lateral vale:

$$A_{LATERAL} = 2\pi Rh = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 20 = 502{,}4\ m^2$$

La superficie total se obtiene sumando a la superficie lateral la superficie de las bases inferior y superior:

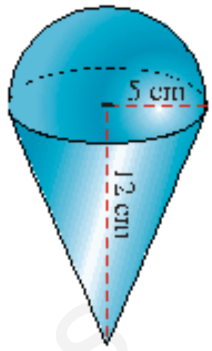
$$A_{TOTAL} = 502{,}4 + 50{,}24 + 50{,}24 = 602{,}88\ m^2$$

b. ¿Qué volumen de sopa de tomate cabe en su interior?

Calculamos el volumen del cilindro:

$$V_{CILINDRO} = A_{base} \cdot altura = 50{,}24 \cdot 20 = 1004{,}8\ m^3$$

5. Calcula el volumen de helado que hay en este cucurucho:



El volumen de helado es el formado por el del cucurucho de forma cónica de radio 5 cm y altura 12 cm, así como media esfera de radio 5 cm.

$$V_{CONO} = \frac{A_{base} \cdot altura}{3} = \frac{\pi R^2 \cdot h}{3} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 12}{3} = 314{,}16\ cm^3$$

El volumen de una esfera es:

$$V_{ESFERA} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = 523{,}60\ cm^3$$

El volumen de media esfera valdrá:

$$V_{MEDIA\ ESFERA} = \frac{523{,}60}{2} = 261{,}80\ cm^3$$

El volumen total de helado es:

$$V_{TOTAL} = 314{,}16 + 261{,}80 = 576\ cm^3$$ (más de medio litro de helado!!!)