

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado). No se valorará la simple anotación de un ítem como solución a las cuestiones; han de ser respuestas razonadas. Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto. El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. Cuando un rayo de luz monocromática pasa desde el aire al agua ($n(\text{agua}) = 4/3$), se produce un cambio: A) En la frecuencia. B) En la longitud de onda. c) En la energía.

C.2. En una fusión nuclear: A) No se precisa energía de activación. B) Intervienen átomos pesados. C) Se libera energía debida al defecto de masa.

C.3. Para construir un generador elemental de corriente alterna con una bobina y un imán (haz un esquema): A) La bobina gira con respecto al campo magnético $\vec{B}$. B) La sección de la bobina se desliza paralelamente a $\vec{B}$. C) La bobina está fija y es atravesada por un campo B constante.

C.4. Comenta brevemente la influencia que tienen en la medida de g con un péndulo: la amplitud de oscilación, el número de medidas, la masa del péndulo.

P.1. Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio de $2 \cdot 10^4$ km. Calcula: a) La velocidad orbital y el período. b) La energía mecánica y la potencial. c) Si por fricción se pierde algo de energía, ¿qué le ocurre al radio y a la velocidad? (Datos $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$; $R(T) = 6370$ km).

P.2. Un objeto de 100 g, unido a un muelle de $k = 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, realiza un movimiento armónico simple. La energía total es de 5 J. Calcula: a) La amplitud. b) La velocidad máxima y la frecuencia de la oscilación. c) Indica cualitativamente en una gráfica como varían la energía total, cinética y potencial con la elongación x .

OPCIÓN B

C.1. Si la Tierra se contrae reduciendo su radio a la mitad y manteniendo la masa: A) La órbita alrededor del Sol será la mitad. B) El período de un péndulo será la mitad. C) El peso de los cuerpos será el doble.

C.2. En el fondo de una piscina hay un foco de luz. Observando la superficie del agua se veía luz: A) En toda la piscina. B) Solo en el punto encima del foco. C) En un círculo de radio R alrededor del punto encima del foco.

C.3. Cuando se compara la fuerza eléctrica entre dos cargas, con la gravitatoria entre dos masas (cargas y masas unitarias y la distancia unidad): A) Ambas son siempre atractivas. B) Son de un orden de magnitud semejante. C) Las dos son conservativas.

C.4. Con un banco óptico de longitud l , se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. Explica qué ocurre.

P.1. El carbono 14 tiene un período de semidesintegración $T = 5730$ años. Una muestra tiene una actividad de $6 \cdot 10^8$ desintegraciones/minuto. Calcula: a) La masa inicial de la muestra. b) Su actividad dentro de 5000 años. c) Justifica por qué se usa este isótopo para estimar la edad de yacimientos arqueológicos. (Datos: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; masa atómica del $^{14}\text{C} = 14$ g).

P.2. Una onda armónica se propaga en dirección x con velocidad $v = 10 \text{ m/s}$, amplitud $A = 3 \text{ cm}$ y frecuencia $f = 50 \text{ s}^{-1}$. Calcula: a) La ecuación de la onda. b) La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria. c) Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto $x = 10 \text{ m}$?

Soluciones

OPCIÓN A

- C.1. Cuando un rayo de luz monocromática pasa desde el aire al agua ($n(\text{agua}) = 4/3$), se produce un cambio:
- A) En la frecuencia.
 - B) En la longitud de onda.
 - C) En la energía.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución: B?

El índice de refracción n_i de un medio es el cociente entre la velocidad de la luz c en el vacío y la velocidad de la luz v_i en ese medio

$$n_i = \frac{c}{v_i}$$

Del valor $n(\text{agua}) = 4/3$, se deduce que la velocidad de la luz en el agua es

$$v(\text{agua}) = \frac{c}{4/3} = \frac{3}{4}c < c$$

La frecuencia de una onda armónica es característica e independiente del medio por el que se propaga. Es el número de oscilaciones (en el caso de la luz como onda electromagnética) del campo eléctrico o magnético en la unidad de tiempo y corresponde al número de ondas que pasan por un punto en la unidad de tiempo.

Al pasar de un medio (aire) a otro (agua) en el que la velocidad de propagación es menor, la frecuencia f se mantiene pero la longitud de onda, λ disminuye proporcionalmente, por la relación entre la velocidad de propagación v y la longitud de onda λ ,

$$v = \lambda \cdot f$$

La energía de una luz monocromática es proporcional a la frecuencia (h es la constante de Planck), según la ecuación de Planck,

$$E_f = h \cdot f$$

No variaría al cambiar de medio si éste no absorbiera la luz. El agua va absorbiendo la energía de la luz, por lo que se produciría una pérdida de la energía, que a lo largo de una cierta distancia haría que la luz dejara de propagarse por el agua.

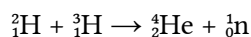
- C.2. En una fusión nuclear:

- A) No se precisa energía de activación.
- B) Intervienen átomos pesados.
- C) Se libera energía debida al defecto de masa.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución: C

El proceso de fusión nuclear consiste en la reacción entre núcleos ligeros para producir otros más pesados. Es el proceso que proporciona la energía las estrellas y que se produce en la bomba de hidrógeno. Una reacción de fusión sería la que ocurre entre los isótopos tritio y deuterio para producir helio y un neutrón.



Las reacciones nucleares producen una gran cantidad de energía que procede de la transformación del defecto de masa « Δm » en energía « E », según la ecuación de Einstein.

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

Siendo c la velocidad de la luz en el vacío.

La suma de las masas del helio-4 y del neutrón es inferior a la suma de las masas del tritio ^3H y del deuterio ^2H .

La energía de activación es un concepto de la cinética química que mide la energía necesaria para iniciar un proceso, como la que aporta la llama de una cerilla para iniciar la combustión del papel. Las reacciones nucleares de fusión necesitan una gran energía para acercar los núcleos a distancias muy cortas venciendo la repulsión eléctrica entre ellos. La temperatura que necesitaría un gas de átomos de isótopos de hidrógeno para que los choques entre ellos fueran eficaces y los núcleos produjeran helio es de la orden del millón de grados. El proceso ocurre en el interior de las estrellas donde la energía gravitatoria produce enormes temperaturas. En las pruebas nucleares de la bomba H de hidrógeno, se empleaba una bomba atómica de fisión como detonante. En la actualidad los experimentos para producir energía nuclear de fusión emplean láseres de alta energía que comuniquen a átomos individuales la energía suficiente para superar la barrera de repulsión eléctrica, y aunque se han obtenido resultados positivos, no se ha diseñado un sistema rentable de producir energía a gran escala.

C.3. Para construir un generador elemental de corriente alterna con una bobina y un imán (haz un esquema):

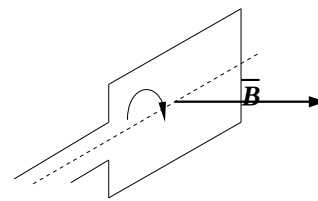
- A) La bobina gira con respecto al campo magnético B .
- B) La sección de la bobina se desplaza paralelamente a B .
- C) La bobina está fija y es atravesada por un campo B constante.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución: A

Se produce una corriente inducida, según la Ley de Faraday - Lenz, cuando hay una variación de flujo magnético con el tiempo.

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$$



El flujo magnético Φ es el producto escalar del vector $\vec{B}$ campo magnético por el vector $\vec{S}$ perpendicular a la sección de la bobina.

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = B \cdot S \cdot \cos \varphi$$

Si la bobina gira con una velocidad angular constante

$$\omega = -\frac{d\varphi}{dt}$$

respecto a un campo magnético $\vec{B}$, de forma que el ángulo φ varíe con el tiempo, la derivada del flujo respecto al tiempo es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cos \varphi)}{dt} = -B \cdot S \cdot \frac{d \cos \varphi}{dt} = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin \varphi = B \cdot S \cdot \omega \cdot \sin(\varphi_0 + \omega \cdot t)$$

Se produce una f.e.m. variable con el tiempo (sinusoidal)

C.4. Comenta brevemente la influencia que tienen en la medida de g con un péndulo: la amplitud de oscilaciones, el número de medidas, la masa del péndulo.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución:

El péndulo describe un movimiento oscilatorio circular alrededor de la posición de equilibrio. Cuando el ángulo es muy pequeño y sea aplicable a aproximación $\sin \varphi \approx \varphi$, el movimiento será armónico simple con un período

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Donde L es la longitud del péndulo.

En el laboratorio se mide la longitud de un péndulo y se hace oscilar con una amplitud pequeña. Se mide el tiempo de diez oscilaciones, se calcula el período y a partir de él, el valor de la aceleración de la gravedad despejada de la ecuación anterior:

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$

En esa ecuación puede verse que el valor de g no depende ni de la amplitud de la oscilación ni de la masa del péndulo. Pero si la amplitud de las oscilaciones no es pequeña, el movimiento ya no es armónico simple y la ecuación anterior deja de ser válida.

En cuanto al número de medidas, cuanto mayor sea, menor será el error del valor medio y más exacto el resultado.

P.1. Un satélite artificial de 500 kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra con un radio de 2×10^4 km. Calcula

- La velocidad orbital y el período.
- La energía mecánica y la potencial.
- Si por fricción se pierde algo de energía, ¿qué le ocurre al radio y a la velocidad?

Datos: $g_0 = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $R(T) = 6370 \text{ km}$.

(P.A.U. Sep. 10)

Rta.: a) $v = 4,5 \text{ km/s}$; $T = 7,8 \text{ h}$; b) $E = -5,0 \times 10^9 \text{ J}$; $E_p = -9,9 \times 10^9 \text{ J}$.

Datos

Masa del satélite

Radio de la órbita

Aceleración de la gravedad en la superficie de la Tierra

Radio de la Tierra

Incógnitas

Valor de la velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra

Período orbital del satélite

Energía mecánica del satélite en órbita

Energía potencial del satélite en órbita

Otros símbolos

Masa de la Tierra

Constante de la gravitación universal

Ecuaciones

Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

Relación entre la masa, la gravedad y el radio de un astro

$$G \cdot M = g_0 \cdot R^2$$

Energía cinética

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)

$$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$$

Energía mecánica

$$E = E_c + E_p$$

Solución:

a) La [velocidad de un satélite](#) que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Al [no tener la masa de la Tierra](#) se sustituye $G \cdot M$ por $g_0 \cdot R^2$.

$$v = \sqrt{\frac{g_0 \cdot R^2}{r}} = \sqrt{\frac{9,80 \text{ [m/s}^2\text{]} \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ [m]})^2}{2,00 \cdot 10^7 \text{ [m]}}} = 4,46 \cdot 10^3 \text{ m/s} = 4,46 \text{ km/s}$$

Análisis: Se espera que un objeto que se mueva alrededor de la Tierra tenga una velocidad de algunos km/s. El resultado de 4,46 km/s está de acuerdo con esta suposición.

El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T = \frac{2\pi \cdot r}{v} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2,00 \cdot 10^7 [\text{m}]}{4,46 \cdot 10^3 [\text{m/s}]} = 2,82 \cdot 10^4 \text{ s} = 7 \text{ h } 50 \text{ min}$$

b) La energía mecánica es la suma de las energías cinética y potencial. La energía potencial vale:

$$E_p = -\frac{g_0 \cdot R^2 \cdot m}{r} = -\frac{9,80 [\text{m/s}^2] \cdot (6,37 \cdot 10^6 [\text{m}])^2 \cdot 500 [\text{kg}]}{2,00 \cdot 10^7 [\text{m}]} = -9,94 \cdot 10^9 \text{ J}$$

La energía cinética es

$$E_c = m \cdot v^2 / 2 = 500 [\text{kg}] \cdot (4,46 \cdot 10^3 [\text{m/s}])^2 / 2 = 4,97 \cdot 10^9 \text{ J}$$

La energía mecánica es

$$E = E_c + E_p = 4,97 \cdot 10^9 [\text{J}] + (-9,94 \cdot 10^9 [\text{J}]) = -4,97 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Análisis: La energía mecánica vale la mitad de la energía potencial como se ve en el apartado siguiente.

c) La energía mecánica se puede expresar en función del radio de la órbita. Sustituyendo v^2 por GM/r en la expresión de la energía mecánica, queda

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r} - G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

Si disminuye la energía mecánica, (es más negativa), el radio de la órbita también se hace más pequeño, por lo que el satélite se acerca a la superficie de la Tierra.

La velocidad, por el contrario, aumentará, pues su relación con el radio es

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Cuanto más pequeño es el radio de la órbita más grande es su velocidad.

Análisis: Es lo mismo que le ocurre a cualquier cuerpo que se mueve cerca de la superficie de la Tierra. Al perder energía pierde altura, y cae hacia el suelo, ganando velocidad.

P.2. Un objeto de 100 g, unido a un muelle de $k = 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$, realiza un movimiento armónico simple. La energía total es de 5 J. Calcula:

- La amplitud.
- La velocidad máxima y la frecuencia de la oscilación.
- Indica cualitativamente en una gráfica como varían la energía total, cinética y potencial con la elongación x .

(P.A.U. Sep. 10)

Rta.: a) $A = 0,14 \text{ m}$; b) $v_m = 9,9 \text{ m/s}$; $f = 11 \text{ Hz}$.

Datos

Masa que realiza el M.A.S.

Constante elástica del muelle

Energía mecánica

Incógnitas

Amplitud (elongación máxima)

Velocidad máxima

Frecuencia de oscilación

Otros símbolos

Valor de la velocidad

Pulsación (frecuencia angular)

Cifras significativas: 3

$m = 100 \text{ g} = 0,100 \text{ kg}$

$k = 500 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

$E = 5,00 \text{ J}$

A

v_m

f

v

ω

Incógnitas

Fase inicial

Elongación

Fuerza recuperadora elástica

Ecuaciones

Ecuación de movimiento en el M.A.S.

Relación entre la frecuencia angular y la constante elástica

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Energía potencial elástica

Energía cinética

Energía mecánica

 φ_0 x F

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

$$k = m \cdot \omega^2$$

$$\omega = 2 \pi \cdot f$$

$$E_p = \frac{1}{2} k \cdot x^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E = \frac{1}{2} k \cdot A^2$$

Solución:

a) Se calcula la amplitud partir de la energía y de la constante elástica del muelle.

$$E = \frac{1}{2} k \cdot A^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{k}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5,00 \text{ [J]}}{500 \text{ [N} \cdot \text{m}^{-1}]}} = 0,141 \text{ m}$$

b) Para calcular la frecuencia de oscilación se calcula antes la frecuencia angular a partir de la constante elástica del muelle y de la masa oscilante.

$$k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{500 \text{ [N} \cdot \text{m}^{-1}]}{0,100 \text{ [kg]}}} = 70,7 \text{ rad/s}$$

La frecuencia de oscilación se obtiene de la frecuencia angular.

$$\omega = 2 \pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2 \pi} = \frac{70,7 \text{ [rad/s]}}{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}} = 11,3 \text{ s}^{-1}$$

La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d\{A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Tiene el valor máximo cuando $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$

$$v_m = A \cdot \omega = 0,141 \text{ [m]} \cdot 70,7 \text{ [rad/s]} = 10,0 \text{ m/s}$$

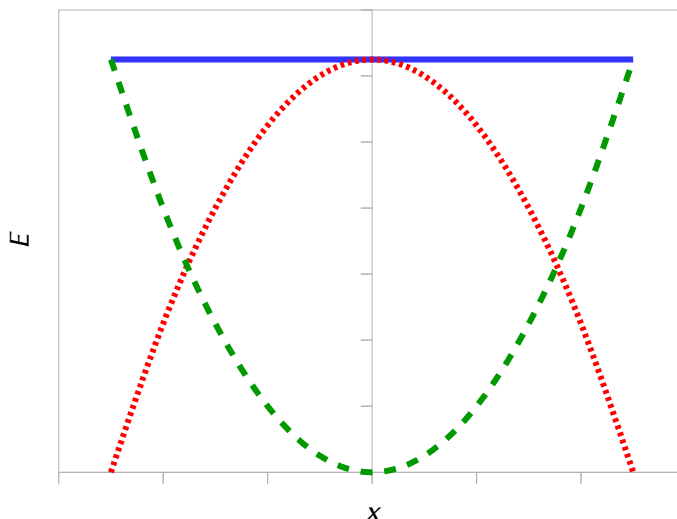
c) La energía mecánica $E = \frac{1}{2} k \cdot A^2$ es constante y, por tanto, su representación es una línea recta horizontal.

La representación gráfica de la energía potencial es una parábola con el vértice en el origen.

La energía cinética se puede expresar como la diferencia entre la energía mecánica y la energía potencial

$$E_c = E - E_p = \frac{1}{2} k \cdot A^2 - \frac{1}{2} k \cdot x^2 = \frac{1}{2} k (A^2 - x^2)$$

Su representación gráfica también es una parábola pero invertida.



OPCIÓN B

C.1. Si la Tierra se contrae reduciendo su radio a la mitad y manteniendo la masa:

A) La órbita alrededor del Sol será la mitad.

B) El período de un péndulo será la mitad.

C) El peso de los cuerpos será el doble.

--- Ep --- Ec — E

(P.A.U. Sep. 10)

Solución: B

El período T de un péndulo de longitud L en un lugar donde la gravedad sea g viene dado por la ecuación:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

La aceleración de la gravedad es la fuerza sobre la unidad de masa:

$$g = \frac{F_G}{m} = \frac{G \frac{M_T m}{R_T^2}}{m} = G \frac{M_T}{R_T^2}$$

Si el radio de la Tierra fuera la mitad, manteniendo la masa, la aceleración g de la gravedad en su superficie sería cuatro veces mayor.

$$g' = G \frac{M_T}{(R_T/2)^2} = 4G \frac{M_T}{R_T^2} = 4g$$

El período T de un péndulo en tal caso sería la mitad.

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g'}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{4g}} = \pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{T}{2}$$

Las otras opciones:

C: Como la gravedad sería cuatro veces mayor, el peso de los cuerpos sería cuatro (y no dos) veces mayor.

A: El período de revolución de la Tierra que sigue una trayectoria aproximadamente circular alrededor del Sol no depende del radio de la Tierra, ya que se puede considerar que se trata de una masa puntual.

C.2. En el fondo de una piscina hay un foco de luz. Observando la superficie del agua se vería luz:

A) En toda la piscina.

B) Solo en el punto encima del foco.

C) En un círculo de radio R alrededor del punto encima del foco.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución: C

La superficie circular iluminada se debe a que los rayos que vienen desde el agua e inciden en la superficie de separación con un ángulo superior al ángulo límite no salen al exterior, porque sufren reflexión total.

El ángulo límite es el ángulo de incidencia para que produce un rayo refractado que sale con un ángulo de refracción de 90° .

Por la 2ª ley de Snell

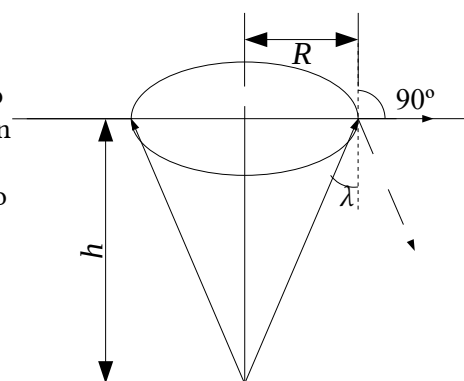
$$n(\text{agua}) \cdot \sin \theta_i = n(\text{aire}) \cdot \sin \theta_r$$

$$n(\text{agua}) \cdot \sin \lambda = 1 \cdot \sin 90^\circ$$

$$\lambda = \arcsen(1/n(\text{agua}))$$

Del triángulo rectángulo del dibujo se deduce que:

$$R = h \cdot \tan \lambda$$



C.3. Cuando se compara la fuerza eléctrica entre dos cargas, con la gravitatoria entre dos masas (cargas y masas unitarias y a distancia unidad):

A) Ambas son siempre atractivas.

B) Son de un orden de magnitud semejante.

C) Las dos son conservativas.

Solución: C

Una fuerza es conservativa cuando el trabajo que realiza cuando se desplaza una magnitud sensible (masa para las fuerzas gravitatorias, masa para las fuerzas eléctricas) entre dos puntos es independiente del camino seguido, y solo depende de las posiciones inicial y final. En esos casos se puede definir una magnitud llamada energía potencial que depende, además de la magnitud sensible, solo de las posiciones inicial y final. Por tanto el trabajo de la fuerza es la variación (cambiada de signo) de la energía potencial.

$$W_{1 \rightarrow 2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$$

Es el caso de las fuerzas gravitatoria y eléctrica.

	Gravitatoria	Eléctrica
Fuerza	$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$	$\vec{F}_E = K \frac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$
Energía potencial	$E_p = -G \frac{M \cdot m}{r}$	$E_{pE} = K \frac{Q \cdot q}{r}$

Las otras opciones:

A. Falsa. La fuerza gravitatoria es siempre atractiva, pero la fuerza eléctrica es atractiva para cargas de distinto signo pero repulsiva para cargas del mismo signo.

B. Falsa. Dado el valor tan diferente de las constantes ($K = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ y $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$), la fuerza entre masas o cargas unitarias separadas por la distancia unidad, será $\approx 10^{20}$ mayor en el caso de la fuerza eléctrica, aunque esta comparación no tenga mucho sentido.

C.4. Con un banco óptico de longitud l , se observa que la imagen producida por una lente convergente es siempre virtual. Explica qué ocurre.

(P.A.U. Sep. 10)

Solución:

La distancia focal de la lente es mayor que la mitad de la longitud del banco óptico.

$$f > l/2$$

Las imágenes virtuales no se pueden recoger en una pantalla. En la práctica de laboratorio con lentes convergentes se sitúa un objeto (una placa con un símbolo 1 en la trayectoria de los rayos paralelos) a una cierta distancia de una lente convergente, y con una pantalla se busca la posición de la imagen nítida. No se puede, por tanto, obtener una imagen virtual.

Teóricamente la posición del objeto para que una lente convergente de una imagen virtual y derecha, puede calcularse de las ecuaciones de las lentes

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$$

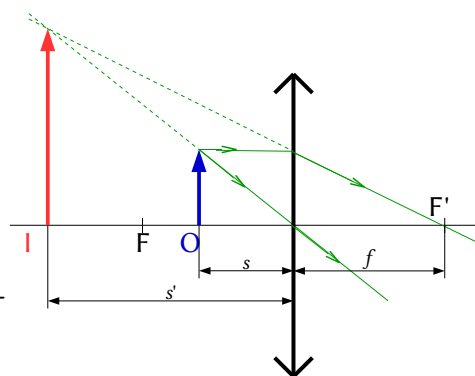
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$$

Si la imagen es derecha, $y' > 0$, y si es virtual, $s' < 0$.

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f} = \frac{f - s'}{s' \cdot f}$$

$$s = \frac{s' \cdot f}{f - s'}$$

Como $f > 0$ y $s' < 0$



$$f' - s' > |s'|$$

$$|s| = f' \frac{|s'|}{f' - s'} < f'$$

Para que la imagen sea virtual el objeto debe encontrarse dentro de la distancia focal.

P.1. El carbono 14 tiene un período de semidesintegración $T = 5730$ años. Una muestra tiene una actividad de 6×10^8 desintegraciones/minuto. Calcula:

- La masa inicial de la muestra.
- Su actividad dentro de 5000 años.
- Justifica por qué se usa este isótopo para estimar la edad de yacimientos arqueológicos.

Dato $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; masa atómica del $^{14}\text{C} = 14 \text{ g}$.

(P.A.U. Sep. 10)

Rta.: a) $m_0 = 6,04 \times 10^{-5} \text{ g}$; b) $A = 3,24 \times 10^8 \text{ min}^{-1}$.

Datos

Período de semidesintegración

Actividad de la muestra

Tiempo para calcular la actividad

Masa atómica del ^{14}C

Número de Avogadro

Incógnitas

Masa inicial de la muestra

Actividad radiactiva a los 5000 años

Otros símbolos

Constante de desintegración radiactiva

Ecuaciones

Ley de la desintegración radiactiva

Cuando $t = T_{1/2}$, $N = N_0 / 2$

Actividad radiactiva

Cifras significativas: 3

$T_{1/2} = 5730 \text{ años} = 1,81 \cdot 10^{11} \text{ s}$

$A_0 = 6,00 \cdot 10^8 \text{ des/min} = 1,00 \cdot 10^7 \text{ Bq}$

$t = 5000 \text{ años} = 1,58 \cdot 10^{11} \text{ s}$

$M = 14,0 \text{ g/mol}$

$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

m_0

A

λ

$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

$\lambda = \ln(N_0 / N) / t$

$T_{1/2} = \ln 2 / \lambda$

$A = -dN / dt = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se puede calcular el número de átomos N a partir de la expresión de la actividad radiactiva: $A = \lambda \cdot N$. Antes hay que calcular la constante λ de desintegración radiactiva, a partir del período de semidesintegración.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1,81 \cdot 10^{11} [\text{s}]} = 3,83 \cdot 10^{-12} \text{ s}^{-1} = 0,000175 \text{ año}^{-1}$$

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{1,00 \cdot 10^7 [\text{Bq}]}{3,83 \cdot 10^{-12} [\text{s}^{-1}]} = 2,61 \cdot 10^{18} \text{ átomos}$$

La masa es proporcional a la cantidad de átomos:

$$m_0 = \frac{N_0}{N_A} \cdot M = \frac{2,61 \cdot 10^{18} [\text{átomos}]}{6,02 \cdot 10^{23} [\text{átomos/mol}]} \cdot 14 [\text{g/mol}] = 6,06 \cdot 10^{-5} \text{ g} = 60,6 \text{ } \mu\text{g}$$

b) Como la actividad radiactiva es proporcional a la cantidad de núcleos, $A = \lambda \cdot N$, se puede obtener una expresión similar a la ley de la desintegración radiactiva, $N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$, en la que aparece la actividad en vez de la cantidad de átomos:

$$\lambda \cdot N = \lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$A = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t} = 1,00 \cdot 10^7 [\text{Bq}] \cdot e^{-0,000175 [\text{año}^{-1}] \cdot 5000 [\text{año}]} = 5,46 \cdot 10^6 \text{ Bq} = 3,28 \cdot 10^8 \text{ des/min}$$

c) Por el valor del período de semidesintegración, el carbono-14 se emplea para datar restos (que necesariamente deben contener carbono, normalmente restos orgánicos como madera, huesos, etc.) relativamente recientes, de menos de 50 000 años, (tiempo en el que la actividad radiactiva original habrá disminuido a la milésima parte).

El método del carbono-14 se basa en el hecho de que la proporción de carbono-14 en las plantas vivas se mantiene constante al largo de su vida, ya que el carbono desintegrado se compensa por el asimilado en la fotosíntesis, y que el carbono-14 atmosférico se restituye por la radiación cósmica que convierte el nitrógeno atmosférico en carbono-14. Cuando la planta muere, el carbono que se desintegra ya no se repone y, con la ecuación anterior, podemos determinar el tiempo transcurrido midiendo su actividad radiactiva y comparándola con la que tiene una planta viva.

P.2. Una onda armónica se propaga en dirección x con velocidad $v = 10$ m/s, amplitud $A = 3$ cm y frecuencia $f = 50$ s⁻¹. Calcula:

- La ecuación de la onda.
- La velocidad y aceleración máxima de un punto de la trayectoria.
- Para un tiempo fijo t , ¿qué puntos de la onda están en fase con el punto $x = 10$ m?

(P.A.U. Sep. 10)

Rta.: a) $y = 0,030 \sin(100 \pi t - 10 \pi x)$ [m]; b) $v_m = 9,42$ m/s; $a_m = 2,96 \times 10^3$ m/s²; c) $x' = 10 + 0,20 n$.

Datos

Velocidad de propagación

Amplitud

Frecuencia

Posición del punto

Incógnitas

Ecuación da onda

Velocidad máxima

Aceleración máxima

Puntos de la onda que están en fase con el punto en $x = 10$ m

Otros símbolos

Pulsación (frecuencia angular)

Número de onda

Ecuaciones

Ecuación de una onda armónica unidimensional

Número de onda

Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia

Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación

Cifras significativas: 3

$v_p = 10,0$ m/s

$A = 3,00$ cm = $0,0300$ m

$f = 50,0$ s⁻¹

$x_2 = 10,0$ m

ω, k

v_m

a_m

x'

ω

k

$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$

$k = 2 \pi / \lambda$

$\omega = 2 \pi \cdot f$

$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido positivo del eje X :

$$y = A \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2 \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 50,0 \text{ [s}^{-1}\text{]} = 100 \cdot \pi \text{ [rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{]} = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{10,0 \text{ [m/s]}}{50,0 \text{ [s}^{-1}\text{]}} = 0,200 \text{ m}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3,14 \text{ [rad]}}{0,200 \text{ [m]}} = 10,0 \cdot \pi \text{ [rad/m]} = 31,4 \text{ rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0,0300 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m]}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{dy}{dt} = \frac{d\{0,030 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x)\}}{dt} = 0,030 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s]}$$

$$v = 9,42 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s]}$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = 1$

$$v_m = 9,42 \text{ m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d\{9,42 \cdot \cos(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x)\}}{dt} = -9,42 \cdot 100 \cdot 3,14 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

$$a = -2,96 \cdot 10^3 \cdot \sin(100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x) \text{ [m/s}^2\text{]}$$

La aceleración es máxima cuando $\sin(\varphi) = -1$

$$a_m = 2,96 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$$

c) En un instante t , la diferencia de fase entre dos puntos situados en x_1 y x_2 es:

$$\Delta\varphi = (100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x_2) - (100 \cdot \pi \cdot t - 10,0 \cdot \pi \cdot x_1) = 10 \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2)$$

Dos puntos se encuentran en fase cuando la diferencia de fase es múltiplo de 2π :

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot n \text{ (siendo } n = 0, 1, 2, \dots)$$

Si se encuentran en fase se cumple:

$$10 \cdot \pi \cdot (x_1 - x_2) = 2\pi \cdot n$$

$$x_1 - x_2 = 0,200 \cdot n \text{ [m]}$$

Se sustituye el valor del punto $x_2 = 10,0 \text{ m}$ y se despeja x_1

$$x_1 = 20,0 \cdot n + x_2 = 10,0 + 0,200 \cdot n \text{ [m]}$$

Como la elección de cuál es el punto 1 y cuál el punto 2 es arbitraria, es más general la expresión:

$$x' = 10,0 \pm 0,200 \cdot n \text{ [m]}$$

Análisis: Los puntos que están en fase se encuentran a una distancia que es múltiplo de la longitud de onda,
 $\Delta x = n \cdot \lambda = 0,200 \cdot n \text{ [m]}$

Cuestiones y problemas de las [Pruebas de acceso a la Universidad](#) (P.A.U.) en Galicia.

[Respuestas](#) y composición de [Alfonso J. Barbadillo Marán](#).

Algunos cálculos se hicieron con una [hoja de cálculo](#) de [LibreOffice](#) u [OpenOffice](#) del mismo autor.

Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión [CLC09](#) de Charles Lalanne-Cassou.

La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de [traducindote](#), de Óscar Hermida López.

Se procuró seguir las [recomendaciones](#) del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 10/02/22