CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU

Código: 25

XUÑO 2014

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto.
El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?: A) La ley de Faraday-Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual al flujo magnético Φ_m que la atraviesa. B) Las líneas del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ para un conductor largo y recto son circulares alrededor del mismo. C) El campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ es conservativo.

C.2. Un oscilador armónico se encuentra en un instante en la posición $x = A/2$ (A = amplitud). La relación existente entre sus energías cinética y potencial es: A) $E_c = 3\ E_p$. B) $E_c = 2\ E_p$. C) $E_c = E_p/2$.

C.3. En una onda de luz: A) Los campos eléctrico $\overline{\boldsymbol{E}}$ y magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ vibran en planos paralelos. B) Los campos $\overline{\boldsymbol{E}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$ vibran en planos perpendiculares entre sí. C) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico. (Dibuja la onda de luz).

C.4. Describe brevemente como se puede medir en el laboratorio la focal de una lente convergente.

P.1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula: a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8). b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de $-10^4\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{m·s}^{-1}$, calcula su velocidad en el punto C. c) Razona si el movimiento entre C y D es rectilíneo uniforme, rectilíneo uniformemente acelerado, o de cualquiera otro tipo. (Dato: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}\ \text{N·m}^2\text{·kg}^{-2}$).

P.2. Una esfera metálica de masa m = 8 g y carga q = 7 μC, cuelga de un hilo de 10 cm de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Calcula: a) El ángulo que forma el hilo con la vertical si entre las láminas existe un campo electrostático uniforme de $2{,}5\cdot10^3$ N/C. b) La tensión del hilo en ese momento. c) Si las láminas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical? ($g = 9{,}8\ \text{m/s}^2$).

OPCIÓN B

C.1. Si un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra; justifica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta en relación con su energía mecánica E y sus velocidades orbital v y de escape v_e: A) $E = 0$, $v = v_e$. B) $E < 0$, $v < v_e$. C) $E > 0$, $v > v_e$.

C.2. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm): A) No se produce efecto fotoeléctrico. B) Los electrones emitidos se mueven más rápidamente. C) Se emiten más electrones pero a la misma velocidad.

C.3. Si la luz se encuentra con un obstáculo de tamaño comparable a su longitud de onda λ, experimenta: A) Polarización. B) Difracción. C) Reflexión. (Dibuja la marcha de los rayos).

C.4. Describe brevemente cómo se mide en el laboratorio la constante k por el método estático.

P.1. Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo: a) Dibuja la marcha de los rayos. b) Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen. c) Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.

P.2. Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula: a) El radio de la órbita. b) La frecuencia del movimiento. c) Justifica por qué no se consume energía en este movimiento. Datos: $m(\text{protón}) = 1{,}67\cdot10^{-27}$ kg; $q(\text{protón}) = 1{,}6\cdot10^{-19}$ C; 1 eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$ J.

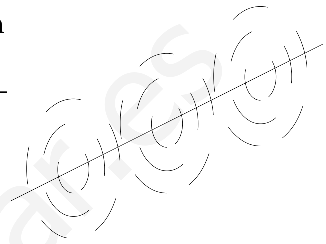
Soluciones

OPCIÓN A

C.1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?:
a) La ley de Faraday-Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual al flujo magnético Φ_m que la atraviesa.
B) Las líneas del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ para un conductor largo y recto son circulares alrededor del mismo.
C) El campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ es conservativo.

(P.A.U. Jun. 14)

Solución: B



Las líneas de campo magnético producido por una corriente recta indefinida, son circunferencias concéntricas alrededor del hilo. Puede comprobarse desparramando limaduras de hierro sobre una superficie perpendicular a un cable que lleva una corriente eléctrica.

Las otras opciones:
A. Falsa. La ley de Faraday - Lenz dice que la f.e.m. inducida en una espira es igual a la variación con el tiempo del flujo magnético Φ_B que la atraviesa.
C. Falsa. El campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ no es conservativo. La circulación del vector $\overline{\boldsymbol{B}}$ a lo largo de una línea l cerrada no es nula, por la ley de Ampère.

$$\oint \vec{\boldsymbol{B}}\, \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

C.2. Un oscilador armónico se encuentra en un instante en la posición $x = A/2$ (A = amplitud). La relación existente entre sus energías cinética y potencial es:
A) $E_c = 3\ E_p$
B) $E_c = 2\ E_p$
C) $E_c = E_p / 2$

(P.A.U. Jun. 14)

Solución: A

La energía potencial de un oscilador armónico cuando la elongación vale x es:

$$E_p = ½\ k \cdot x^2$$

Donde k es la constante elástica del oscilador.
Como la energía cinética es:

$$E_c = ½\ m \cdot v^2$$

La energía mecánica del oscilador vale:

$$E = (E_c + E_p) = ½\ m \cdot v^2 + ½\ k \cdot x^2$$

Para la elongación máxima o amplitud:

$$E = ½\ m \cdot 0^2 + ½\ k \cdot A^2 = ½\ k \cdot A^2$$

Como la fuerza elástica es una fuerza conservativa, la energía mecánica es una constante y valdrá lo mismo para cualquier elongación. Por lo tanto:

$$E = ½\ k \cdot A^2$$

Para el caso en el que $x = A / 2$,

$$E_p = ½\ k \cdot x^2 = ½\ k\ (A / 2)^2 = (½\ k \cdot A^2) / 4 = E / 4$$

$$E_c = E - E_p = E - E / 4 = 3\ E / 4$$

$$E_c = 3\ E_p$$

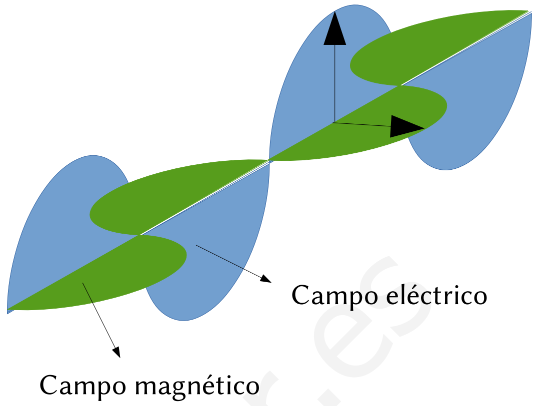
C.3. En una onda de luz:

A) Los campos eléctrico $\overline{\boldsymbol{E}}$ y magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ vibran en planos paralelos.
B) Los campos $\overline{\boldsymbol{E}}$ y $\overline{\boldsymbol{B}}$ vibran en planos perpendiculares entre sí.
C) La dirección de propagación es la de vibración del campo eléctrico. (Dibuja la onda de luz).

(P.A.U. Jun. 14)

Solución: B

Una onda electromagnética es una combinación de un campo eléctrico y un campo magnético oscilante que se propagan en direcciones perpendiculares entre sí.

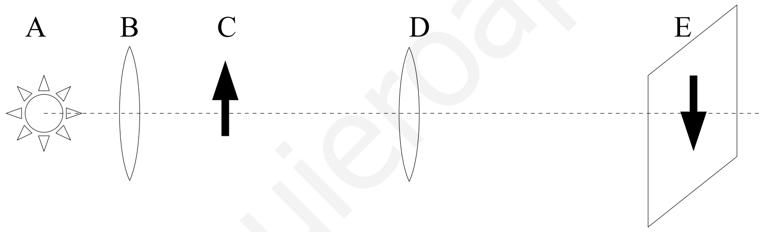


C.4. Describe brevemente como se puede medir en el laboratorio la focal de una lente convergente.

(P.A.U. Jun. 14)

Solución:

Sí. Se hizo el montaje de la figura y se fue variando la posición de la lente D y moviendo la pantalla E hasta obtener una imagen enfocada.



Se medían los valores de s (distancia del objeto a la lente s = CD) y s' (distancia de la imagen a la lente s' = DE)
Se aplicaba la ecuación de las lentes

$$\frac{1}{s'}-\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

Se calculaba la distancia focal f para cada medida.
Luego se calculaba el valor medio de los valores calculados de la distancia focal.

P.1. Dos masas de 150 kg están situadas en A(0, 0) y B(12, 0) metros. Calcula:

a) El vector campo y el potencial gravitatorio en C(6, 0) y D(6, 8)
b) Si una masa de 2 kg posee en el punto D una velocidad de $-10^{-4}\ \overline{\mathbf{j}}$ m·s^{-1}, calcula su velocidad en el punto C.
c) Razona si el movimiento entre C y D es rectilíneo uniforme, rectilíneo uniformemente acelerado, o de cualquiera otro tipo.

Dato: G = 6,67·10^{-11} N·m^2·kg^{-2}. *(P.A.U. Jun. 14)*

Rta.: a) $\overline{\mathbf{g}}_C = \overline{\mathbf{0}}$; $\overline{\mathbf{g}}_D$ = −1,6×10-10 $\overline{\mathbf{j}}$ m/s^2; V_C = −3,34·10^{-9} J/kg; V_D = −2,00·10^{-9} J/kg; b) v = −1,13·10^{-4} $\overline{\mathbf{j}}$ m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Cada una de las masas en el eje X	$M_A = M_B = M$ = 150 kg
Vector de posición de la masa en A	$\overline{\boldsymbol{r}}_A$ = (−0, 0) m
Vector de posición de la masa en B	$\overline{\boldsymbol{r}}_B$ = (12,0, 0) m
Vector de posición del punto C	$\overline{\boldsymbol{r}}_C$ = (6,00, 0) m
Vector de posición del punto D	$\overline{\boldsymbol{r}}_D$ = (6,00, 8,00) m

Datos — ***Cifras significativas: 3***

Masa en el punto D	$m_D = 2{,}00$ kg
Velocidad en el punto D	$\overline{\boldsymbol{v}}_D = -1{,}00 \cdot 10^{-4}\ \overline{\mathbf{j}}$ m/s
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

Incógnitas

Campo gravitatorio en C y en D	$\overline{\boldsymbol{g}}_C$, $\overline{\boldsymbol{g}}_D$
Potencial gravitatorio en C y en D	V_C, V_D
Velocidad en C de la masa que sale de D	$\overline{\boldsymbol{v}}_C$

Ecuaciones

Ley de Newton de la gravitación universal (fuerza que ejerce cada masa puntual sobre cada una de las otras)	$\vec{F}_G = -G \dfrac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$
2ª ley de Newton de la Dinámica	$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$
Intensidad del campo gravitatorio que ejerce una masa M puntual en un punto la una distancia r	$\vec{g} = \dfrac{\vec{F}_G}{m} = -G \dfrac{M}{r^2} \vec{u}_r$
Potencial gravitatorio en un punto debido a una masa M que dista r del punto	$V = -G \dfrac{M}{r}$
Energía potencial gravitatoria (referida al infinito)	$E_p = m \cdot V = -G \dfrac{M \cdot m}{r}$
Trabajo del campo cuando se desplaza una masa desde el punto 1 al punto 2	$W_{1\to2} = E_{p1} - E_{p2} = -\Delta E_p$
Energía cinética	$E_c = ½\ m \cdot v^2$

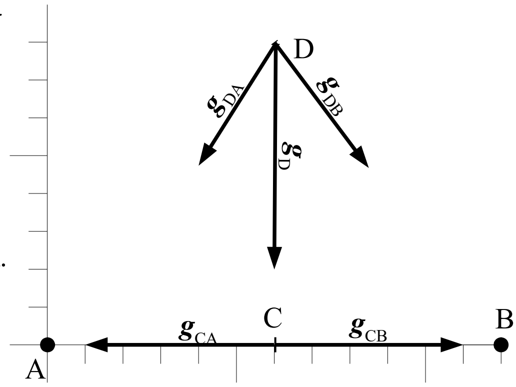
Solución:

a) El campo gravitatorio en el punto C creado por la masa situada en el punto A es:

$$\vec{g}_{A\to C} = -G \frac{M_A}{r_{AC}^2} \vec{u}_r = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{150{,}0\ [\text{kg}]}{(6{,}00\ [\text{m}])^2} \vec{\mathbf{i}} = -2{,}78 \cdot 10^{-10}\ \vec{\mathbf{i}}\ \text{m/s}^2$$

Por simetría, el campo gravitatorio en el punto C creado por la masa situada en el punto B es:

$$\overline{\boldsymbol{g}}_{B\to C} = 2{,}78 \cdot 10^{-10}\ \overline{\mathbf{i}}\ \text{m/s}^2$$



Por el principio de superposición, el campo gravitatorio en el punto C es la suma vectorial de los dos campos.

$$\overline{\boldsymbol{g}}_C = \overline{\boldsymbol{g}}_{A\to C} + \overline{\boldsymbol{g}}_{B\to C} = \overline{\mathbf{0}}$$

r: distancia de cada uno de los puntos A y B al punto D:

$$r = |\vec{r}_D - \vec{r}_A| = |6{,}00\ \vec{\mathbf{i}} + 8{,}00\ \vec{\mathbf{j}}| = \sqrt{(6{,}00\ [\text{m}])^2 + (8{,}00\ [\text{m}])^2} = 10{,}0\ \text{m}$$

$\overline{\boldsymbol{u}}_{DA}$: vector unitario del punto D tomando cómo origen el punto A.

$$\vec{u}_{DA} = \frac{\vec{r}_D - \vec{r}_A}{|\vec{r}_D - \vec{r}_A|} = \frac{(6{,}00\ \vec{\mathbf{i}} + 8{,}00\ \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]}{10{,}0\ [\text{m}]} = 0{,}600\ \vec{\mathbf{i}} + 0{,}800\ \vec{\mathbf{j}}$$

El campo gravitatorio en el punto D creado por la masa situada en el punto A:

$$\vec{g}_{A\to D} = -G \frac{M}{r^2} \vec{u}_r = -6{,}67 \cdot 10^{-11}\ [\text{N·m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}] \frac{150\ [\text{kg}]}{(10{,}0\ [\text{m}])^2} (0{,}600\ \vec{\mathbf{i}} + 0{,}800\ \vec{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

$$\overline{\boldsymbol{g}}_{A\to D} = (-6{,}00 \cdot 10^{-11}\ \overline{\mathbf{i}} - 8{,}00 \cdot 10^{-11}\ \overline{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

Por simetría,

$$\overline{\boldsymbol{g}}_{B\to D} = (6{,}00 \cdot 10^{-13}\ \overline{\mathbf{i}} - 8{,}00 \cdot 10^{-13}\ \overline{\mathbf{j}})\ \text{m/s}^2$$

Por el principio de superposición, el campo gravitatorio resultante en el punto D es la suma vectorial de los campos que actúan en él.

$$\overline{\boldsymbol{g}}_D = \overline{\boldsymbol{g}}_{A\to D} + \overline{\boldsymbol{g}}_{B\to D} = -1{,}60 \cdot 10^{-10}\ \overline{\mathbf{j}}\ \text{m/s}^2$$

El potencial gravitatorio creado por la masa del punto A sobre el punto C es:

$$V_{A\to C} = -G\frac{M}{r_{AC}} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{150{,}0\ [\mathrm{kg}]}{6{,}00\ [\mathrm{m}]} = -1{,}17\cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/kg}$$

Por simetría, el potencial creado por la masa del punto B vale lo mismo. El potencial gravitatorio del punto C es:

$$V_C = V_{A\to C} + V_{B\to C} = 2\ V_{A\to C} = 2\cdot(-1{,}17\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{J/kg}]) = -3{,}34\cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/kg}$$

El potencial gravitatorio creado por la masa del punto A sobre el punto D es:

$$V_{A\to D} = -G\frac{M}{r_{AD}} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{150{,}0\ [\mathrm{kg}]}{10{,}0\ [\mathrm{m}]} = -1{,}00\cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/kg}$$

Por simetría, el potencial creado por la masa del punto B vale lo mismo. El potencial gravitatorio del punto D es:

$$V_D = V_{A\to D} + V_{B\to D} = 2\ V_{A\to D} = 2\cdot(-1{,}00\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{J/kg}]) = -2{,}00\cdot 10^{-9}\ \mathrm{J/kg}$$

b) Ya que la aceleración no es constante, no se puede resolver de una manera sencilla por cinemática. (No se puede usar la ecuación $\bar{\boldsymbol{r}} = \bar{\boldsymbol{r}}_0 + \bar{\boldsymbol{v}}_0\ t + ½\ \bar{\boldsymbol{a}}\ t^2$, que solo es válida si el vector aceleración $\bar{\boldsymbol{a}}$ es un vector constante).

Como el campo gravitatorio es un campo conservativo, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica a los puntos C y D

$$(E_c + E_p)_C = (E_c + E_p)_D$$

$$\frac{1}{2}m\cdot v_C^2 + 2\left(-G\frac{M\cdot m}{r_{AC}}\right) = \frac{1}{2}m\cdot v_D^2 + 2\left(-G\frac{M\cdot m}{r_{AD}}\right)$$

Despejando el valor de la velocidad en C:

$$v_C = \sqrt{v_D^2 + 4\,G\,M\left(\frac{1}{r_{AC}} - \frac{1}{r_{AD}}\right)} =$$

$$= \sqrt{(1{,}00\cdot 10^{-4}[\mathrm{m/s}])^2 + 4\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N\,m^2\cdot kg^{-2}}]\cdot 150\ [\mathrm{kg}]\left(\frac{1}{6{,}00\ [\mathrm{m}]} - \frac{1}{10{,}0\ [\mathrm{m}]}\right)} = 1{,}13\cdot 10^{-4}\ \mathrm{m/s}$$

Como la velocidad es un vector, tenemos que deducir la dirección y sentido.

Como tanto la aceleración como la velocidad en el punto D tienen la dirección del eje Y en sentido negativo, la dirección de la velocidad en el punto C es la del eje Y en sentido negativo

$$\bar{\boldsymbol{v}}_C = -1{,}13\cdot 10^{-4}\ \bar{\mathbf{j}}\ \mathrm{m/s}$$

Análisis: El valor de la velocidad es muy pequeño, pero esto es lógico, si tenemos en cuenta que la fuerza gravitatoria es una fuerza de muy baja intensidad (si las masas no son de tipo planetario)

c) La aceleración de la masa que se mueve de D a C está dirigida en todo momento hacia C. Como la velocidad en D también tenía esa dirección, el movimiento es rectilíneo, paralelo al eje Y. Pero el valor del campo gravitatorio en los puntos por los que pasa la masa que se mueve no es constante. No es el mismo en el punto C que en el punto D. Por tanto la aceleración no es constante.

El movimiento es rectilíneo y acelerado, pero con aceleración variable.

Lo que sigue es la demostración de la relación entre el campo gravitatorio, que vale lo mismo que la aceleración, y la coordenada y en los puntos por los que pasa la masa móvil entre D e C.

Para un punto G cualquiera entre C e D, el campo gravitatorio creado por la masa situada en A es:

$$\vec{g}_{A\to G} = -G\frac{M}{r_{AG}^2}\vec{u}_r = -6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{150\ [\mathrm{kg}]}{\left(\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\mathrm{m}]\right)^2}\frac{(6{,}00\ \vec{\mathbf{i}} + y_G\ \vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\mathrm{m}]}$$

Por simetría, el campo creado en ese punto G por la masa situada en B es:

$$\vec{g}_{B\to G} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\mathrm{N{\cdot}m^2\cdot kg^{-2}}]\frac{150\ [\mathrm{kg}]}{\left(\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\mathrm{m}]\right)^2}\frac{(-6{,}00\ \vec{\mathbf{i}} + y_G\ \vec{\mathbf{j}})\ [\mathrm{m}]}{\sqrt{6{,}00^2 + y_G^2}\ [\mathrm{m}]}$$

El vector resultante valdría

$$\vec{g}_G = \vec{g}_{A\to G} + \vec{g}_{B\to G} = -6{,}67\cdot 10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}] \frac{150\ [\text{kg}]}{\left((6{,}00^2 + y_G^2)^{3/2}\ [\text{m}]^3\right)} (2\, y_G\, \vec{\mathbf{j}})\ [\text{m}]$$

$$\vec{g}_G = \frac{-2{,}00\cdot 10^{-8}\ y_G}{(6{,}00^2 + y_G^2)^{3/2}}\ \vec{\mathbf{j}}\ [\text{m/s}^2]$$

P.2. Una esfera metálica de masa m = 8 g y carga q = 7 μC, cuelga de un hilo de 10 cm de longitud situado entre dos láminas metálicas paralelas de cargas iguales y de signo contrario. Calcula:

a) El ángulo que forma el hilo con la vertical si entre las láminas existe un campo electrostático uniforme de $2{,}5\cdot 10^3$ N/C.

b) La tensión del hilo en ese momento.

c) Si las láminas se descargan, ¿cuál será la velocidad de la esfera al pasar por la vertical?

Dato: g = 9,8 m/s². *(P.A.U. Jun. 14)*

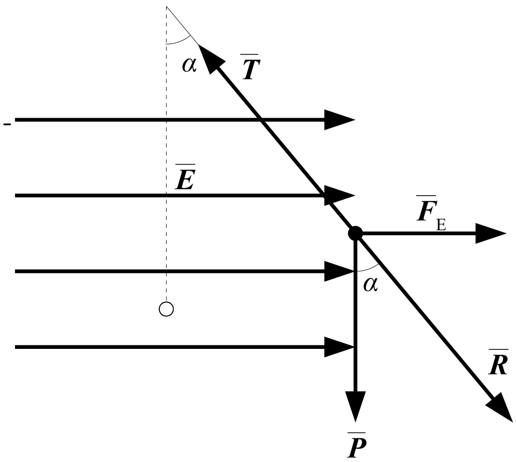
Rta.: a) α = 12,6°; b) T = 0,0802 N; c) v = 0,217 m/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la esfera	m = 8,00 g = $8{,}00\cdot 10^{-3}$ kg
Carga de la esfera	q = 7,00 μC = $7{,}00\cdot 10^{-6}$ C
Longitud del hilo	L = 10,0 cm = 0,100 m
Valor del campo eléctrico	E = $2{,}50\cdot 10^3$ N/C
Valor del campo gravitatorio terrestre	g = 9,80 m/s²
Incógnitas	
Ángulo que forma el hilo con la vertical	α
Tensión del hilo	T
Velocidad de la esfera al pasar por la vertical	v
Ecuaciones	
Fuerza sobre una carga puntual q en un campo electrostático uniforme $\overline{\boldsymbol{E}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_E = q\cdot\overline{\boldsymbol{E}}$
Valor de la fuerza peso	$P = m\cdot g$
Energía potencial de la fuerza peso	$E_p = m\cdot g\cdot h$
Energía cinética	$E_c = ½\ m\cdot v^2$

Solución:

a) En el enunciado no se especifica ni la dirección ni el sentido del campo electrostático uniforme.

Si fuera horizontal, el esquema con las fuerzas sería el siguiente:



Cuando la esfera alcanza el equilibrio, la tensión equilibra a la resultante de las fuerzas peso y eléctrica. Estas valen:

Peso:

$$P = m\cdot g = 8{,}00\cdot 10^{-3}\ [\text{kg}]\cdot 9{,}80\ [\text{m}\cdot\text{s}^{-2}] = 0{,}0784\ \text{N}$$

Fuerza eléctrica:

$$F_E = q\cdot E = 7{,}00\cdot 10^{-6}\ [\text{C}]\cdot 2{,}50\cdot 10^3\ [\text{N/C}] = 0{,}0175\ \text{N}$$

Como son perpendiculares, la fuerza resultante vale:

$$|\vec{\boldsymbol{R}}| = \sqrt{(0{,}078\ 4\ [\text{N}])^2 + (0{,}017\ 5\ [\text{N}])^2} = 0{,}080\ 2\ \text{N}$$

El ángulo entre la resultante y la vertical mide

$$\alpha = \arccos\frac{P}{R} = \arccos\frac{0{,}078\ 4}{0{,}080\ 2} = 12{,}6°$$

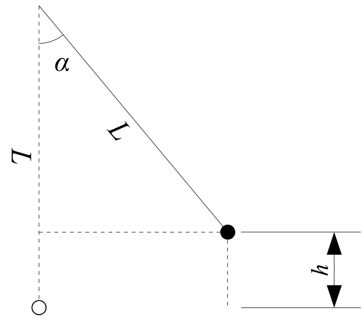
b) El valor de la tensión es el mismo que el de la fuerza resultante:

$$T = R = 0{,}0802\ \text{N}$$

c) Al descargarse las láminas solo actúa la fuerza peso, que es una fuerza conservativa. La energía mecánica se conserva entre la posición inicial y el punto más bajo de la trayectoria.

La altura del punto de equilibrio respeto del punto más bajo pode calcularse del triángulo:

$$h = L - L\cos\alpha = L(1 - \cos\alpha) = 0{,}100\ [\text{m}]\ (1 - \cos 12{,}6°) = 0{,}00240\ \text{m}$$



La energía potencial del peso en el punto de partida es:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 8{,}00 \cdot 10^{-3}\ [\text{kg}] \cdot 9{,}80\ [\text{m} \cdot \text{s}^{-2}] \cdot 0{,}00240\ [\text{m}] = 1{,}88 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

Como la energía cinética es nula en ese punto, la energía mecánica valdrá lo mismo.

OPCIÓN B

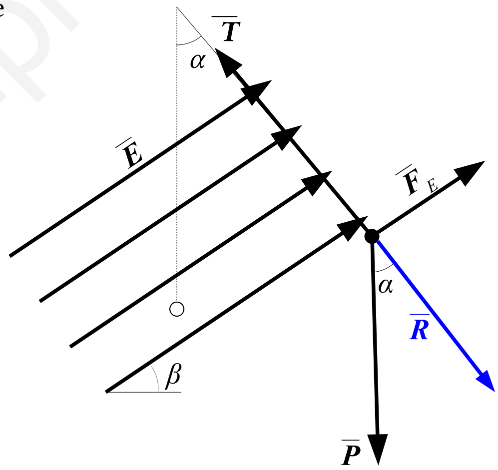
C.1. Si un satélite artificial describe órbitas circulares alrededor de la Tierra; justifica cuál de las siguientes afirmaciones es correcta en relación con su energía mecánica E y sus velocidades orbital v y de escape v_e:
A) $E = 0$, $v = v_e$.
B) $E < 0$, $v < v_e$.
C) $E > 0$, $v > v_e$.

(P.A.U. Jun. 14)

Solución: Ninguna

Tal como está enunciada la pregunta, parece que la velocidad de escape del satélite se refiere a cuando el satélite se encuentra en órbita. En ese caso la velocidad de escape del satélite en órbita y su velocidad orbital coinciden, como se ve a continuación. La opción B no se cumple.

La energía mecánica de un satélite de masa m en órbita circular de radio R alrededor de la Tierra de masa M es la suma de las energías cinética y potencial.



$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \left(-G \frac{M \cdot m}{r}\right)$$

La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor de un astro de masa M es:

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

Sustituyendo v^2 en la expresión de la energía mecánica:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - G \frac{M \cdot m}{r} = \frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r} - G \frac{M \cdot m}{r} = -\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}$$

La energía mecánica es negativa: $E < 0$.

La velocidad de escape de la Tierra es la velocidad mínima adicional que habría que comunicar un cuerpo sometido al campo gravitatorio terrestre para situarlo en un punto en el que no esté sometido a dicha atracción (a una distancia «infinita» del centro de la Tierra) donde la energía potencial es nula:

$$E_{p\,\infty} = 0$$

Si tenemos en cuenta que velocidad de escape es velocidad mínima, la velocidad que tendría el objeto en el «infinito» también sería nula:

$$v_\infty = 0$$

La velocidad de escape v_e es la velocidad que debería tener para permitirle llegar hasta el «infinito».

$$\Delta E = ½\, m \cdot v_e^2 = (E_c + E_p)_\infty - (E_c + E_p)$$

Sustituyendo

$$\frac{1}{2} m\, v_e^2 = 0 - \left(-\frac{1}{2} G \frac{M \cdot m}{r}\right)$$

$$v_e = \sqrt{G \frac{M}{r}}$$

La velocidad de escape es igual que la velocidad orbital. Pero ninguna de las opciones coincide con los resultados obtenidos. $E < 0$ y $v = v_e$.

Análisis: Me imagino que aunque el enunciado habla de la velocidad de escape del satélite, el autor de la cuestión daba por hecho que la velocidad de escape se refería a un proyectil en la superficie de la Tierra: $v_e=\sqrt{2\,G\frac{M}{R}}$ *que da un valor superior a cualquier velocidad orbital* $v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$ *, ya que, aparte del factor 2, r < R (radio de la Tierra). En ese caso la opción B sería correcta, pero, en mi opinión, no lo es.*

C.2. Al irradiar un metal con luz roja (682 nm) se produce efecto fotoeléctrico. Si irradiamos el mismo metal con luz amarilla (570 nm):
a) No se produce efecto fotoeléctrico.
B) Los electrones emitidos se mueven más rápidamente.
C) Se emiten más electrones pero a la misma velocidad.

(P.A.U. Jun. 14)

Solución: B

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que ocurra efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63\cdot 10^{-34}$ J·s
La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f=\frac{c}{\lambda}$$

Cuanto menor sea su longitud de onda, mayor será la frecuencia y mayor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

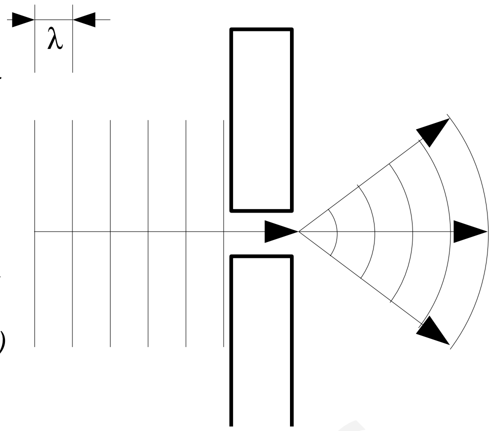
Por lo tanto, cuanto mayor sea la energía de los fotones, mayor será la energía cinética (y la velocidad) de los electrones emitidos.

Las otras opciones:
A. Falsa. Si la luz roja produce efecto fotoeléctrico es que sus fotones tienen energía suficiente para extraer los electrones del metal. Como los fotones de luz amarilla tienen más energía (porque su longitud de onda es menor), también podrán producir efecto fotoeléctrico.
C. Falsa. Como ya se dijo, el efecto fotoeléctrico se produce cuándo cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía. Para producir más electrones tendría que haber más fotones. La cantidad de fotones está relacionada con la intensidad de la luz, pero no tiene que ver con la energía de los fotones.

C.3. Si la luz se encuentra con un obstáculo de tamaño comparable a su longitud de onda λ, experimenta:
a) Polarización.
B) Difracción.
C) Reflexión.

Dibuja la marcha de los rayos. *(P.A.U. Jun. 14)*

Solución: C



Se produce difracción cuando una onda «se abre» cuando atraviesa una abertura de tamaño comparable a su longitud de onda. Es un fenómeno característico de las ondas.
Puede representarse tal como en la figura para una onda plana.

C.4. Describe brevemente como se mide en el laboratorio la constante k por el método estático. *(P.A.U. Jun. 14)*

Solución:

El método estático, se basa en la ley de Hooke:

$$F = -k \cdot \Delta y$$

Se cuelgan pesas de masa conocida de un muelle y se miden los alargamientos producidos. La constante se determina:

- numéricamente de la media de los cocientes $k = m \cdot g / \Delta y$
- gráficamente representando los alargamientos producidos frente a las masas colgadas. El valor de la constante se obtiene de la pendiente de la recta de la gráfica por la relación.

$$\text{pendiente} = p_e = \frac{\Delta y}{\Delta m} = \frac{g \Delta y}{\Delta m g} = g \frac{\Delta y}{\Delta F} = \frac{g}{k}$$

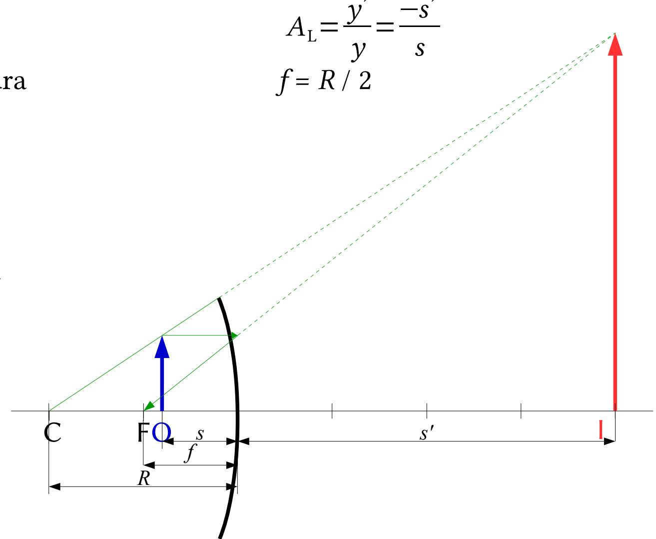
P.1. Un espejo cóncavo tiene 50 cm de radio. Un objeto de 5 cm se coloca a 20 cm del espejo:
a) Dibuja la marcha de los rayos.
b) Calcula la posición, tamaño y naturaleza de la imagen.
c) Dibuja una situación en la que no se forme imagen del objeto.
(P.A.U. Jun. 14)

Rta.: b) $s' = 1{,}00$ m; $y' = 25$ cm; virtual, derecha y mayor.

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Radio de curvatura del espejo	$R = -50$ cm $= -0{,}50$ m
Tamaño del objeto	$y = 5{,}0$ cm $= 0{,}050$ m
Posición del objeto	$s = -20$ cm $= -0{,}20$ m
Incógnitas	
Posición de la imagen	s'
Tamaño de la imagen	y'
Otros símbolos	
Distancia focal del espejo	f
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{-s'}{s}$
Relación entre la distancia focal y el radio de curvatura	$f = R / 2$

Solución:

a) En el dibujo se representa el objeto O antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:
- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C).



- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.
Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I.

b) Por el convenio de signos, los puntos situados a la izquierda del espejo tienen signo negativo.
Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

Se calcula la distancia focal, que es la mitad del radio del espejo.

$$f = R / 2 = -0{,}50\ [\text{m}] / 2 = -0{,}25\ \text{m}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{-0{,}20\ [\text{m}]}=\frac{1}{-0{,}25\ [\text{m}]}$$

Y se calcula la posición de la imagen:

$$s' = +1{,}0\ \text{m}$$

La imagen se encuentra a 1,0 m a la derecha del espejo.

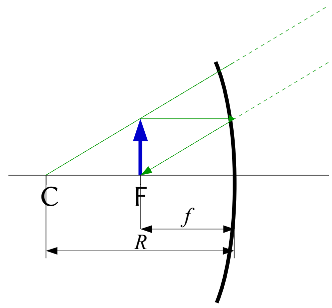
Para calcular la altura de la imagen se usa la ecuación del aumento lateral:

$$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s} = \frac{-1{,}0\ [\text{m}]}{-0{,}20\ [\text{m}]}=5{,}0$$

Y se calcula la altura de la imagen:

$$y' = A_L \cdot y = 5{,}0 \cdot 5{,}0\ \text{cm} = 25\ \text{cm}$$

La imagen es virtual ($s' > 0$), derecha ($A_L > 0$) y mayor ($|A_L| > 1$).



Análisis: El resultado del cálculo coincide con el dibujo.

c) Cuando el objeto se encuentra en el foco, los rayos salen paralelos y no se cortan, por lo que no se forma imagen.

P.2. Un protón con una energía cinética de 20 eV se mueve en una órbita circular perpendicular a un campo magnético de 1 T. Calcula:
a) El radio de la órbita.
b) La frecuencia del movimiento.
Justifica por qué no se consume energía en este movimiento.
Datos: m(protón) = $1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg; q(protón) = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; 1 eV = $1{,}6 \cdot 10^{-19}$ J. *(P.A.U. Jun. 14)*
Rta.: a) $R = 6{,}46 \cdot 10^{-4}$ m; b) $f = 1{,}52 \cdot 10^{7}$ vueltas/s.

Datos	***Cifras significativas: 2***
Energía cinética del protón	E_c = 20 eV = $3{,}2 \cdot 10^{-18}$ J
Valor de la intensidad del campo magnético	B = 1,0 T
Carga del protón	$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C
Ángulo entre la velocidad del protón y el campo	$\varphi = 90°$
Masa del protón	$m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg
Incógnitas	
Radio de la trayectoria circular	R
Frecuencia del movimiento	f
Otros símbolos	
Valor de la fuerza magnética sobre el protón	F_B
Período del movimiento circular	T
Ecuaciones	
Ley de Lorentz: fuerza magnética sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$	$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\ (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$

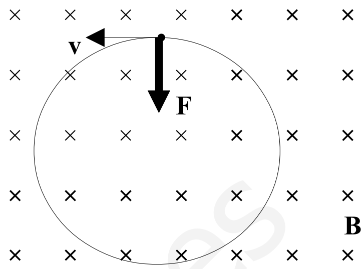
Ecuaciones

Aceleración normal (en un movimiento circular de radio R) $a_N = \frac{v^2}{R}$

2ª ley de Newton de la Dinámica $\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio R $v = \frac{2\pi \cdot R}{T}$

Solución:



a) La energía cinética vale:

$$E_c = 20 \text{ eV} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 3{,}2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

La velocidad del protón se calcula a partir de la energía cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}\, m \cdot v^2 \Longrightarrow 3{,}2 \cdot 10^{-18} \text{ [J]} = (1{,}67 \cdot 10^{-27} \text{ [kg]} / 2) \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-18} [\text{J}]}{1{,}67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]}} = 6{,}2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Como solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

El protón describe una trayectoria circular con velocidad de valor constante, por lo que la aceleración solo tiene componente normal a_N,

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Despejando el radio R

$$R = \frac{m \cdot v}{|q| \cdot B \cdot \operatorname{sen} \varphi} = \frac{1{,}67 \cdot 10^{-27} [\text{kg}] \cdot 6{,}2 \cdot 10^4 [\text{m/s}]}{1{,}6 \cdot 10^{-19} [\text{C}] \cdot 1{,}0 [\text{T}] \cdot \operatorname{sen} 90°} = 6{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

b)

$$T = \frac{2\pi \cdot R}{v} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}4 \cdot 10^{-4} [\text{m}]}{6{,}2 \cdot 10^4 [\text{m/s}]} = 6{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

La frecuencia será:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1 \text{ vuelta}}{6{,}5 \cdot 10^{-8} [\text{s}]} = 1{,}5 \cdot 10^7 \text{ vueltas/s}$$

c) Como la fuerza magnética es perpendicular al desplazamiento en todo momento, su trabajo es nulo.

Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22