CiUG
COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA

PAU **Código: 25**

XUÑO 2015

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto. El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. Un satélite artificial de masa m que gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio r tiene una velocidad v. Si cambia de órbita pasando a otra más próxima a la Tierra, su velocidad debe: A) Aumentar. B) Disminuir. C) No necesita cambiar de velocidad.

C.2. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de λ = 175 nm y el potencial de frenado es de 1 V. Cuando usamos una luz de 250 nm, el potencial de frenado será: A) Mayor. B) Menor. C) Igual.

C.3. Un rayo de luz láser se propaga en un medio acuoso (índice de refracción n = 1,33) e incide en la superficie de separación con el aire (n = 1). El ángulo límite es: A) 36,9°. B) 41,2°. C) 48,8°.

C.4. Explica cómo se puede determinar la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo simple, e indica el tipo de precauciones que debes tomar a la hora de realizar la experiencia.

P.1. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo. Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica. Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ N·m⁻¹, b) calcula las intensidades que circulan por los hilos. c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente? (Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N·A⁻²).

P.2. Una masa de 200 g está unida a un resorte y oscila en un plano horizontal con un movimiento armónico simple (M.A.S.). La amplitud del movimiento es A = 40 cm, y la elongación en el instante inicial es x = −40 cm. La energía total es 8 J. Calcula: a) La constante elástica del resorte. b) La ecuación del M.A.S. c) La velocidad y aceleración máximas, indicando los puntos de la trayectoria en los que se alcanzan dichos valores.

OPCIÓN B

C.1. Dos cargas distintas Q y q, separadas una distancia d, producen un potencial cero en un punto P situado entre las cargas y en la línea que las une. Esto quiere decir que: A) Las cargas deben tener el mismo signo. B) El campo eléctrico debe ser nulo en P. C) El trabajo necesario para traer una carga desde el infinito hasta P es cero.

C.2. Una partícula cargada penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad de la partícula. El radio de la órbita descrita: A) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula. B) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético. C) No depende de la energía cinética de la partícula.

C.3. El periodo de semidesintegración de un elemento radiactivo que se desintegra emitiendo una partícula alfa es de 28 años. ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que la cantidad de muestra sea el 75% de la inicial? A) 4234 años. B) 75 años. C) 11,6 años.

C.4. En la determinación de la constante elástica de un resorte de longitud inicial 21,3 cm, por el método estático, se obtuvieron los siguientes valores:

Masa (g)	20,2	30,2	40,3	50,3	60,4	70,5
Longitud (cm)	27,6	30,9	34,0	37,2	40,5	43,6

Calcula la constante elástica con su incertidumbre en unidades del sistema internacional. (g = 9,8 m/s²).

P.1. El vehículo espacial Apolo VIII estuvo en órbita circular alrededor de la Luna a 113 km sobre su superficie. Calcular: a) El período de la órbita. b) Las velocidades lineal y angular del vehículo. c) La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa posición. (Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m·kg⁻²; R_L = 1740 km; $M_L = 7{,}36 \cdot 10^{22}$ kg).

P.2. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje X y viene dada por la siguiente expresión (en unidades del sistema internacional): $y(x, t) = 0{,}45 \cos(2x - 3t)$. Determinar: a) La velocidad de propagación. b) La velocidad y aceleración máximas de vibración de las partículas. c) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. Un satélite artificial de masa m que gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio r tiene una velocidad v. Si cambia de órbita pasando a otra más próxima a la Tierra, su velocidad debe:
A) Aumentar.
B) Disminuir.
C) No necesita cambiar de velocidad.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: A

La fuerza gravitatoria $\overline{\boldsymbol{F}}_G$ que ejerce el astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r está dirigida hacia el astro, es una fuerza central, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{\boldsymbol{F}}_G = -G\frac{M \cdot m}{r^2}\vec{\boldsymbol{u}}_r$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal. Al no tener aceleración tangencial, el módulo de la velocidad es constante y el movimiento es circular uniforme.
El valor de la aceleración normal en un movimiento circular uniforme se obtiene de la expresión

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

La 2ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza.

$$\Sigma\overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra se puede considerar que es la única fuerza que actúa. La 2ª ley de Newton, expresada para los módulos, queda

$$\left|\sum \vec{\boldsymbol{F}}\right| = |\vec{\boldsymbol{F}}_G| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}| = m \cdot |\vec{\boldsymbol{a}}_N| = m\frac{v^2}{r}$$

La expresión del módulo $|\overline{\boldsymbol{F}}_G|$ de la fuerza gravitatoria, queda

$$G\frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m}\frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

La velocidad es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del radio de la órbita
Si el radio r es menor, la velocidad v en la nueva órbita será mayor.

C.2. En una célula fotoeléctrica, el cátodo metálico se ilumina con una radiación de λ = 175 nm y el potencial de frenado es de 1 V. Cuando usamos una luz de 250 nm, el potencial de frenado será:
A) Mayor.
B) Menor.
C) Igual.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: A

Interpretación de Einstein del efecto fotoeléctrico.

Cuando la luz interacciona con el metal de la célula fotoeléctrica lo hace como si fuese un chorro de partículas llamadas fotones (paquetes de energía).
Cada fotón choca con un electrón y le transmite toda su energía.
Para que ocurra efecto fotoeléctrico, los electrones emitidos deben tener energía suficiente para llegar al anticátodo, lo que ocurre cuando la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción, que es una característica del metal.
La ecuación de Einstein del efecto fotoeléctrico puede escribirse:

$$E_f = W_e + E_c$$

En la ecuación, E_f representa la energía del fotón incidente, W_e el trabajo de extracción del metal y E_c la energía cinética máxima de los electrones (fotoelectrones) emitidos.
La energía que lleva un fotón de frecuencia f es:

$$E_f = h \cdot f$$

En esta ecuación, h es la constante de Planck y tiene un valor muy pequeño: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J·s
La frecuencia de una onda es inversamente proporcional su longitud de onda λ,

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

Cuanto mayor sea su longitud de onda, menor será la frecuencia y menor será la energía del fotón.
La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e$$

La energía del fotón, que depende de la frecuencia f, se escribe en función de la longitud de onda λ.

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

La energía cinética E_c máxima de los electrones se escribe en función del potencial de frenado

$$E_c = |e| \cdot V$$

La ecuación de Einstein queda

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = W_e + |e| \cdot V$$

Por lo tanto, cuanto mayor sea su longitud de onda menor será la energía de los fotones y la energía cinética y el potencial de frenado de los electrones emitidos.

Si tuviésemos todos los datos para hacer los cálculos (la constante de Planck, la velocidad de la luz en el vacío y la carga del electrón) descubriríamos que la radiación de 250 nm no produciría efecto fotoeléctrico.
El trabajo de extracción es:

$$W_e = \frac{h \cdot c}{\lambda} - |e| \cdot V = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}[\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}[\text{m/s}]}{175 \cdot 10^{-9}[\text{m}]} - 1{,}60 \cdot 10^{-19}[\text{C}] \cdot 1[\text{V}] = 9{,}74 \cdot 10^{-19}\text{ J}$$

Y la energía del fotón de 250 nm vale:

$$E_f = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,[\text{J·s}] \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}\,[\text{m/s}]}{250 \cdot 10^{-9}\,[\text{m}]} = 7{,}95 \cdot 10^{-19}\,[\text{J}]$$

Energía menor que el trabajo de extracción. No sería suficiente para producir efecto fotoeléctrico.

C.3. Un rayo de luz láser se propaga en un medio acuoso (índice de refracción $n = 1{,}33$) e incide en la superficie de separación con el aire ($n = 1$). El ángulo límite es:
A) 36,9°
B) 41,2°
C) 48,8°

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: C

La ley de Snell de la refracción puede expresarse

$$n_i \text{ sen } \theta_i = n_r \text{ sen } \theta_r$$

n_i y n_r representan los índices de refracción de los medios incidente y refractado.
θ_i y θ_r son los ángulos de incidencia y refracción que forma cada rayo con la normal a la superficie de separación entre los dos medios.
Ángulo límite λ es el ángulo de incidencia tal que el de refracción vale 90°. Aplicando la ley de Snell

$$1{,}33 \text{ sen } \lambda = 1{,}00 \text{ sen } 90{,}0°$$

$$\text{sen } \lambda = 1{,}00 \ / \ 1{,}33 = 0{,}75$$

$$\lambda = \text{arcsen } 0{,}75 = 48{,}6°$$

C.4. Explica cómo se puede determinar la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo simple, e indica el tipo de precauciones que debes tomar a la hora de realizar la experiencia.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución:

Se cuelga una esfera maciza de un hilo de unos 2,00 m, haciendo pasar el otro extremo por una pinza en el extremo de un vástago horizontal, sujeto a una varilla vertical encajada en una base plana.
Se ajusta la longitud del hilo a uno 60 cm y se mide su longitud desde el punto de suspensión hasta el centro de la esfera. Se aparta ligeramente de la posición de equilibrio y se suelta. Se comprueba que oscila en un plano y a partir de la 2ª o 3ª oscilación se mide el tiempo de 10 oscilaciones. Se calcula el período dividiendo el tiempo entre 10. Se repite la experiencia para comprobar que el tiempo es prácticamente el mismo. Se halla el valor medio del período.
Se ajusta sucesivamente la longitud a 80, 100, 120, 150, 180 y 200 cm y se repite la experiencia para cada una de ellas.
Una vez obtenidos los valores de los períodos T para cada longitud L del péndulo, se puede usar la ecuación del período del péndulo simple para calcular g, la aceleración de la gravedad.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

De los valores obtenidos (que deben ser muy parecidos) se halla el valor medio.

La amplitud de las oscilaciones debe ser pequeña. En teoría una aproximación aceptable es que sean menores de 15º. Como no usamos un transportador de ángulos, separaremos lo menos posible el hilo de la vertical, especialmente cuando la longitud del péndulo sea pequeña.
Se suelen medir 10 o 20 oscilaciones para aumentar la precisión del período, y disminuir el error relativo que daría la medida de una sola oscilación.
Un número demasiado grande de oscilaciones puede dar lugar a que cometamos errores al contarlas.

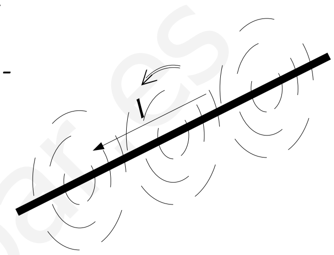
P.1. a) Indica cuál es el módulo, dirección y sentido del campo magnético creado por un hilo conductor recto recorrido por una corriente y realiza un esquema que ilustre las características de dicho campo.
Considérese ahora que dos hilos conductores rectos y paralelos de gran longitud transportan su respectiva corriente eléctrica. Sabiendo que la intensidad de una de las corrientes es el doble que la de la otra corriente y que, estando separados 10 cm, se atraen con una fuerza por unidad de longitud de $4{,}8 \cdot 10^{-5}$ N·m⁻¹,
b) calcula las intensidades que circulan por los hilos.
c) ¿Cuánto vale el campo magnético en un punto situado entre los dos hilos, a 3 cm del que transporta menos corriente?
Dato: $\mu_0 = 4\ \pi \cdot 10^{-7}$ N·A⁻². *(P.A.U. Jun. 15)*
Rta.: b) I_1 = 3,46 A; I_2 = 6,93 A; c) B = 3,3 μT.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Intensidad de corriente por el segundo conductor	$I_2 = 2\ I_1$
Distancia entre los dos conductores	d = 10,0 cm = 0,100 m
Fuerza de atracción por unidad de longitud	$F / l = 4{,}8 \cdot 10^{-5}$ N·m⁻¹

Datos	***Cifras significativas: 3***
Permeabilidad magnética del vacío	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N·A⁻²
Incógnitas	
Intensidades que circulan por los hilos	I_1, I_2
Campo magnético a 3 cm del hilo con menos corriente	$\overline{\boldsymbol{B}}$
Ecuaciones	
Ley de Biot y Savart: campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado a una distancia r por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente I	$B=\dfrac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$
Principio e superposición:	$\overline{\boldsymbol{B}} = \sum \overline{\boldsymbol{B}}_i$
Ley de Laplace: Fuerza que ejerce un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ sobre un tramo l de conductor que transporta una corriente I	$\overline{\boldsymbol{F}} = I(\overline{\boldsymbol{l}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$

Solución:

a) El campo magnético creado por un conductor rectilíneo es circular y su sentido viene dado por la regla de la mano derecha: el sentido del campo magnético es el de cierre de la mano derecha cuando el pulgar apunta en el sentido de la corriente.



El valor del campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ creado a una distancia r por un conductor recto por el que circula una intensidad de corriente I viene dado por la expresión:

$$B=\frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

b) La fuerza entre dos conductores rectilíneos paralelos se obtiene sustituyendo en la ecuación de Lorentz la expresión de la ley de Biot y Savart.

$$F_{1\rightarrow 2}=I_1 \cdot l \cdot B_2=I_1 \cdot l \cdot \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot r}=\frac{\mu_0 \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi \cdot r} \cdot l$$

Sustituyendo los datos, teniendo en cuenta que la fuerza es por unidad de longitud (l = 1 m)

$$4{,}8 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{N \cdot m^{-1}}]=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}] \cdot I_1 \cdot 2 I_1}{2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}$$

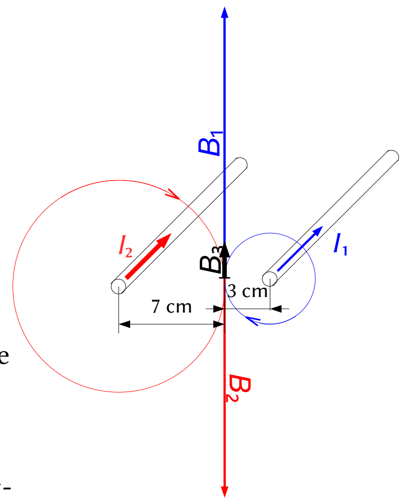
$$I_1=\sqrt{\frac{4{,}8 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{N \cdot m^{-1}}] \cdot 2\pi \cdot 0{,}100\ [\mathrm{m}]}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}]}}=3{,}46\ \mathrm{A}$$

$$I_2 = 2\ I_1 = 6{,}93\ \mathrm{A}$$

c) En el diagrama se dibujan los campos magnéticos $\overline{\boldsymbol{B}}_1$ y $\overline{\boldsymbol{B}}_2$ creados por ambos conductores en el punto 3 a 3 cm de I_1.

El campo magnético creado por el conductor 1 a 3 cm de distancia es:

$$B_1=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_1}=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}] \cdot 3{,}46\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}030\ 0[\mathrm{m}]}=2{,}31 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$



El campo magnético creado por el conductor 2 a 7 cm de distancia es:

$$B_2=\frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot r_2}=\frac{4\pi \cdot 10^{-7}\ [\mathrm{N \cdot A^{-2}}] \cdot 6{,}93\ [\mathrm{A}]}{2\pi \cdot 0{,}070\ 0[\mathrm{m}]}=1{,}98 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Como los campos son de sentidos opuestos, el campo magnético resultante en el punto que dista 3 cm es

$$B_3 = B_1 - B_2 = 2{,}31 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{T}] - 1{,}98 \cdot 10^{-5}\ [\mathrm{T}] = 3{,}3 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

La dirección del campo magnético resultante es perpendicular al plano formado por los dos conductores y el sentido es el del campo magnético del hilo más cercano, (en el dibujo, hacia el borde superior del papel)

P.2. Una masa de 200 g está unida a un muelle y oscila en un plano horizontal con un movimiento armónico simple (M.A.S). La amplitud del movimiento es A = 40 cm, y la elongación en el instante inicial es x = −40 cm. La energía total es 8 J. Calcula:

a) La constante elástica del muelle.
b) La ecuación del M.A.S.
c) La velocidad y aceleración máximas, indicando los puntos de la trayectoria en los que se alcanzan dichos valores.

(P.A.U. Jun. 15)

Rta.: a) $k = 100$ N/kg; b) $x = 0{,}400 \operatorname{sen}(22{,}4 \cdot t + 4{,}71)$ [m]; c) $v_m = 8{,}94$ m/s; $a_m = 200$ m/s²

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa que realiza el M.A.S.	$m = 200$ g $= 0{,}200$ kg
Amplitud	$A = 40{,}0$ cm $= 0{,}400$ m
Elongación inicial	$x_0 = -40{,}0$ cm $= -0{,}400$ m
Energía mecánica	$E = 8{,}00$ J
Incógnitas	
Constante elástica del muelle	k
Ecuación del movimiento (frecuencia angular y fase inicial)	ω, φ_0
Velocidad máxima	v_m
Aceleración máxima	a_m
Ecuaciones	
Ecuación de movimiento en el M.A.S.	$x = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$
Energía mecánica	$E = ½\ k \cdot A^2$
Relación entre la frecuencia angular y la constante elástica	$k = m \cdot \omega^2$

Solución:

a) Se calcula la constante elástica del muelle a partir de la energía y de la amplitud.

$$E = ½\ k \cdot A^2 \Rightarrow k = \frac{2 \cdot E}{A^2} = \frac{2 \cdot 8{,}00\ [\mathrm{J}]}{(0{,}400\ [\mathrm{m}])^2} = 100\ \mathrm{N/kg}$$

b) La ecuación de movimiento de un M.A.S. es

$$x = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

(En «M.A.S.: obtener la ecuación de movimiento» se expone el fundamento teórico)
La amplitud es la máxima separación de la posición de equilibrio y es un dato: $A = 0{,}400$ m
La frecuencia angular se calcula a partir de la constante elástica del muelle y de la masa oscilante.

$$k = m \cdot \omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{100\ [\mathrm{N \cdot m^{-1}}]}{0{,}200\ [\mathrm{kg}]}} = 22{,}4\ \mathrm{rad/s}$$

Para calcular la fase inicial se sustituyen en la ecuación de movimiento los datos y los valores de la posición inicial:

$$-0{,}400\ [\mathrm{m}] = 0{,}400\ [\mathrm{m}] \operatorname{sen}(22{,}4 \cdot 0 + \varphi_0)$$

$$\operatorname{sen}(\varphi_0) = -1$$

$$\varphi_0 = \arcsin(-1) = 3\ \pi / 2\ [\mathrm{rad}] = 4{,}71\ \mathrm{rad}$$

La ecuación de movimiento queda:

$$x = 0{,}400 \operatorname{sen}(22{,}4\ t + 4{,}71)\ [\mathrm{m}]$$

Análisis: La ecuación de movimiento cumple la condición de la posición inicial (para $t = 0$, $x_0 = -0{,}400$ m).

c) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo

$$v = \frac{\mathrm{d}\,x}{\mathrm{d}\,t} = \frac{\mathrm{d}\{A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

Tiene el valor máximo cuando $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$

$$v_m = A \cdot \omega = 0{,}400\ [\mathrm{m}] \cdot 22{,}4\ [\mathrm{rad/s}] = 8{,}94\ \mathrm{m/s}$$

Esta velocidad máxima se alcanza cuando la masa pasa por el punto medio de su trayectoria (origen), porque cuando $\cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = 1$, entonces $\operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) = 0$ y $x = A \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \varphi_0) = 0$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo

$$a=\frac{\mathrm{d}\,v}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}\{A\cdot\omega\cdot\cos(\omega\cdot t+\varphi_0)\}}{\mathrm{d}\,t}=-A\cdot\omega^2\cdot\operatorname{sen}(\omega\cdot t+\varphi_0)$$

Tiene el valor máximo cuando sen($\omega \cdot t + \varphi_0$) = −1

$$a_\mathrm{m} = A \cdot \omega^2 = 0{,}400\ [\mathrm{m}] \cdot (22{,}4\ [\mathrm{rad/s}])^2 = 200\ \mathrm{m/s^2}$$

Esta aceleración máxima se alcanza cuando la masa pasa por los extremos de su trayectoria ($x = \pm A$), porque la aceleración es proporcional a la elongación, $a = -\omega^2 \cdot x$. La aceleración es máxima cuando es máxima la elongación.

OPCIÓN B

C.1. Dos cargas distintas Q y q, separadas una distancia d, producen un potencial cero en un punto P situado entre las cargas y en la línea que las une. Esto quiere decir que:
A) Las cargas deben tener el mismo signo.
B) El campo eléctrico debe ser nulo en P.
C) El trabajo necesario para traer una carga desde el infinito hasta P es cero.

(P.A.U. Jun. 15)

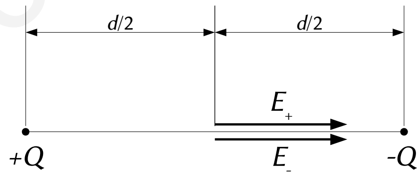
Solución: C

El potencial electrostático en un punto es el trabajo que hace la fuerza electrostática cuando la unidad de carga positiva se traslada desde su posición hasta el infinito. Como el trabajo de la fuerza del campo eléctrico es

$$W = q \cdot \Delta V$$

Si el potencial es cero también lo es el trabajo.

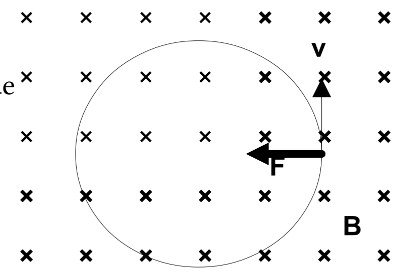
Las otras opciones.
A. Falsa. Si las cargas tuviesen el mismo signo, el potencial en el punto creado por ambas cargas, que es la suma de los potenciales producidos por cada carga, $V = K \cdot Q / r$, siempre se acumularían, nunca podrían anularse.
B. Falsa. En un caso simple de un punto P que equidista de dos cargas de igual valor y signo opuesto, el potencial en el punto es nulo: $V = K \cdot Q / r + K \cdot (-Q) / r = 0$, pero el campo eléctrico no porque los vectores intensidad de campo eléctrico tienen el mismo sentido.



C.2. Una partícula cargada penetra en una región donde existe un campo magnético uniforme perpendicular a la velocidad de la partícula. El radio de la órbita descrita:
A) Aumenta si aumenta la energía cinética de la partícula.
B) Aumenta si aumenta la intensidad del campo magnético.
C) No depende de la energía cinética de la partícula.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: B



La fuerza magnética $\overline{\boldsymbol{F}}_B$ sobre una carga q que se desplaza en el interior de un campo magnético $\overline{\boldsymbol{B}}$ con una velocidad $\overline{\boldsymbol{v}}$ viene dada por la ley de Lorentz:

$$\overline{\boldsymbol{F}}_B = q\ (\overline{\boldsymbol{v}} \times \overline{\boldsymbol{B}})$$

Esta fuerza es perpendicular en todos los puntos a la dirección de avance de la partícula, por lo que describe trayectoria circular con velocidad de valor constante ya que la aceleración solo tiene componente normal a_N.
Si solo actúa la fuerza magnética:

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_B$$

Aplicando la 2ª ley de Newton

$$\Sigma \overline{\boldsymbol{F}} = m \cdot \overline{\boldsymbol{a}}$$

$$F_B = m \cdot a = m \cdot a_N = m \frac{v^2}{R}$$

Usando la expresión de la ley de Lorentz (en módulos) para la fuerza magnética quedaría

$$|q| \cdot B \cdot v \cdot \operatorname{sen} \varphi = m \frac{v^2}{R}$$

Si las partículas entran perpendicularmente al campo, sen φ = 1.
Despejando el radio R

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Si aumenta la energía cinética, aumenta la velocidad y, como se ve en la ecuación anterior, aumenta también el radio de la trayectoria.

C.3. El periodo de semidesintegración de un elemento radiactivo que se desintegra emitiendo una partícula alfa es de 28 años. ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que la cantidad de muestra sea el 75 % de la inicial?
A) 4234 años.
B) 75 años.
C) 11,6 años.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución: C

El período de semidesintegración de una sustancia radiactiva es el tiempo que transcurre hasta que solo queda la mitad de la muestra original. Es un valor constante.
Si la cantidad de muestra que queda sin desintegrar al cabo de un tiempo es el 75 %, significa que aún no ha transcurrido un período de desintegración. La opción C es la única que propone un tiempo inferior al período de semidesintegración.
Es una consecuencia de la ley de desintegración radiactiva:

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

Siendo λ la constante de desintegración.
Para encontrar la relación con el período $T_{½}$ de semidesintegración sacamos logaritmos:

$$-\ln (N / N_0) = \lambda \cdot t$$

Para $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$,

$$-\ln \frac{(N_0/2)}{N_0} = \lambda T_{1/2}$$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0{,}693}{28\,[\text{año}]} = 0{,}024\ \ 8\text{año}^{-1}$$

Despejando el tiempo t en la ecuación de logaritmos

$$t = \frac{-\ln (N / N_0)}{\lambda} = \frac{-\ln 0{,}75}{0{,}024\ \ 8[\text{año}^{-1}]} = 11{,}6 \text{ años}$$

C.4. En la determinación de la constante elástica de un resorte de longitud inicial 21,3 cm, por el método estático, se obtuvieron los siguientes valores: (g = 9,8 m/s²)

Masa (g)	20,2	30,2	40,3	50,3	60,4	70,5
Longitud (cm)	27,6	30,9	34,0	37,2	40,5	43,6

Calcula la constante elástica con su incertidumbre en unidades del sistema internacional.

(P.A.U. Jun. 15)

Solución:

El método estático, se basa en la ley de Hooke:

$$F = -k \cdot \Delta x$$

Se calculan
- los alargamientos $\Delta x = L - L_0$ restando las longitudes de la longitud inicial (L_0 = 21,3 cm), y se pasan los resultados a metros
- los pesos, de la expresión $P = m \cdot g$, usando los valores de las masas en kg
- los valores de la constante del muelle de la expresión de la ley de Hooke, $k = P / \Delta x$

Masa	(g)	m	20,2	30,2	40,3	50,3	60,4	70,5
Longitud	(cm)	L	27,6	30,9	34	37,2	40,5	43,6
Alargamiento	(cm)	$\Delta x = L - L_0$	6,3	9,6	12,7	15,9	19,2	22,3
Masa	(kg)	m	0,0202	0,0302	0,0403	0,0503	0,0604	0,0705
Peso	(N)	$P = m \cdot g$	0,198	0,296	0,395	0,493	0,592	0,691
Alargamiento	(m)	Δx	0,063	0,096	0,127	0,159	0,192	0,223
Constante	(N/m)	$k = P / \Delta x$	3,1422	3,0829	3,1098	3,1003	3,0829	3,0982

El valor medio de la constante es:

$$k = (3{,}14 + 3{,}08 + 3{,}11 + 3{,}10 + 3{,}08 + 3{,}10) / 6 = 3{,}10 \text{ N/m}$$

El cálculo de incertidumbres se limita al uso apropiado de las cifras significativas.
El valor de la constante, teniendo en cuenta que el valor de g y algunos valores de alargamientos solo tiene dos cifras significativas, es:

$$k = (3{,}1 \pm 0{,}1) \text{ N/m}$$

P.1. El vehículo espacial Apolo VIII estuvo en órbita circular alrededor de la Luna a 113 km sobre su superficie. Calcula:

a) El período de la órbita.
b) Las velocidades lineal y angular del vehículo.
c) La velocidad de escape a la atracción lunar desde esa posición.

Datos: G = 6,67·10⁻¹¹ N·m·kg⁻²; R(Luna) = 1740 km; M(Luna) = 7,36·10²² kg. *(P.A.U. Jun. 15)*

Rta.: a) T = 1 h 59 min; b) v = 1,63 km/s; ω = 8,79·10⁻⁴ rad/s; c) v_e = 2,38 km/s.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Masa de la Luna	$M = 7{,}36 \cdot 10^{22}$ kg
Radio de la Luna	R = 1740 km = $1{,}74 \cdot 10^6$ m
Altura de la órbita	h = 113 km = $1{,}13 \cdot 10^5$ m
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Período de la órbita	T
Valor de la velocidad lineal del satélite	v
Velocidad angular del satélite	ω
Velocidad de escape en la Luna	v_e
Otros símbolos	
Masa del satélite	m
Ecuaciones	
Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M	$v=\sqrt{\dfrac{G \cdot M}{r}}$

Ecuaciones

Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T $\quad v=\frac{2\pi\cdot r}{T}$

Energía cinética de un objeto de masa m que se mueve a la velocidad v $\quad E_c = ½\ m \cdot v^2$

Energía potencial gravitatoria de una objeto de masa m situado a una distancia r del centro de un astro de masa M (referida al infinito) $\quad E_p=-G\frac{M\cdot m}{r}$

Energía mecánica $\quad E = E_c + E_p$

Solución:

b) El radio de la órbita del Apolo VIII es:

$$r = R + h = 1{,}74\cdot10^6\ [\text{m}] + 1{,}13\cdot10^5\ [\text{m}] = 1{,}85\cdot10^6\ \text{m}$$

La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M es:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}=\sqrt{\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot7{,}36\cdot10^{22}\ [\text{kg}]}{1{,}85\cdot10^6\ [\text{m}]}}=1{,}63\cdot10^3\ \text{m/s}=1{,}63\ \text{km/s}$$

a) El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot3{,}14\cdot1{,}85\cdot10^6\ [\text{m}]}{1{,}63\cdot10^3\ [\text{m/s}]}=7{,}15\cdot10^3\ \text{s}=1\ \text{h}\ 59\ \text{min}$$

b) La velocidad angular es

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\cdot3{,}14\ [\text{rad}]}{7{,}15\cdot10^3\ [\text{s}]}=8{,}79\cdot10^{-4}\ \text{rad/s}$$

c) La velocidad de escape es la velocidad mínima que hay que comunicarle a un objeto en reposo sobre la superficie de la Luna para que llegue a una distancia «infinita» del centro de la Luna.
Despreciando las interacciones de los demás objetos celestes y teniendo en cuenta que la fuerza gravitatoria es una fuerza conservativa, se aplica el principio de conservación de la energía mecánica entre la superficie de la Luna y el infinito.

$$(E_c + E_p)_L = (E_c + E_p)_\infty$$

Al ser la velocidad de escape una velocidad mínima, se toma que el objeto llega al infinito con velocidad nula. Como el origen de energía potencial gravitatoria está en el infinito, la energía potencial gravitatoria de un objeto en el infinito es nula.

$$\frac{1}{2}m\,v_e^2+\left(-G\frac{M\cdot m}{R}\right)=0$$

Despejando la velocidad de escape v_e

$$v_e=\sqrt{2G\frac{M}{R}}=\sqrt{2\cdot6{,}67\cdot10^{-11}\ [\text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}]\cdot\frac{7{,}36\cdot10^{22}\ [\text{kg}]}{1{,}74\cdot10^6\ [\text{m}]}}=2{,}38\cdot10^3\ \text{m/s}=2{,}38\ \text{km/s}$$

P.2. Una onda armónica transversal se propaga en la dirección del eje x y viene dada por la siguiente expresión (en unidades del sistema internacional): $y(x, t) = 0{,}45 \cos (2\ x - 3\ t)$. Determinar:
a) La velocidad de propagación.
b) La velocidad y aceleración máximas de vibración de las partículas.
c) La diferencia de fase entre dos estados de vibración de la misma partícula cuando el intervalo de tiempo transcurrido es de 2 s.

(P.A.U. Jun. 15)

Rta.: a) $v_p = 1{,}5$ m/s; b) $|v_m| = 1{,}4$ m/s; $|a_m| = 4{,}1$ m/s²; c) $\Delta\varphi = 6{,}0$ rad.

Datos — ***Cifras significativas: 3***

Ecuación de la onda $\quad y = 0{,}450 \cdot \cos (2{,}00 \cdot x - 3{,}00 \cdot t)\ [\text{m}]$

Intervalo de tiempo transcurrido $\quad \Delta t = 2{,}00\ \text{s}$

Incógnitas	
Velocidad de propagación	v_p
Velocidad máxima de vibración	v_m
Aceleración máxima de vibración	a_m
Diferencia de fase entre dos estados separados por Δt= 2 s	$\Delta\varphi$
Otros símbolos	
Pulsación (frecuencia angular)	ω
Frecuencia	f
Longitud de onda	λ
Número de onda	k
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$

Solución:

a) Se obtienen la frecuencia angular y el número de onda comparando la ecuación de una onda armónica unidimensional con la ecuación del problema:

$$y = A \cdot \cos(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$$

$$y = 0{,}450 \cdot \cos(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\text{m}]$$

Frecuencia angular: $\omega = 3{,}00$ rad/s
Número de onda: $k = 2{,}00$ rad/m
Se calculan la longitud de onda y la frecuencia para determinar la velocidad de propagación.
Se calcula la frecuencia a partir de la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{3{,}00\ [\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]}{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]} = 0{,}477\ \text{s}^{-1} = 0{,}477\ \text{Hz}$$

Se calcula la longitud de onda a partir del número de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{2{,}00\ [\text{rad}\cdot\text{m}^{-1}]} = 3{,}14\ \text{m}$$

Se calcula la velocidad de propagación de la onda a partir de la longitud de onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f = 3{,}14\ [\text{m}] \cdot 0{,}477\ [\text{s}^{-1}] = 1{,}50\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

b) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{0{,}450 \cdot \cos(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\}}{\text{d}t} = 0{,}450 \cdot (-3{,}00) \cdot (-\text{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x))\ [\text{m/s}]$$

$$v = 1{,}35 \cdot \text{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\text{sen}(\varphi) = 1$

$$v_m = 1{,}35\ \text{m/s}$$

La aceleración se obtiene derivando la velocidad con respecto al tiempo:

$$a = \frac{\text{d}v}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{1{,}35 \cdot \text{sen}(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\}}{\text{d}t} = 1{,}35 \cdot (-3{,}00) \cdot \cos(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\text{m/s}^2]$$

$$a = -4{,}05 \cdot \cos(-3{,}00 \cdot t + 2{,}00 \cdot x)\ [\text{m/s}^2]$$

La aceleración es máxima cuando $\cos(\varphi) = -1$

$$a_m = 4{,}05\ \text{m/s}^2$$

c) En un punto x, la diferencia de fase entre dos instantes t_1 y t_2 es:

$$\Delta\varphi = [-3{,}00 \cdot t_2 + 2{,}00 \cdot x] - [-3{,}00 \cdot t_1 + 2{,}00 \cdot x)] = -3{,}00 \cdot (t_2 - t_1) = -3{,}00 \cdot \Delta t = -3{,}00 \cdot 2{,}00 = 6{,}00\ \text{rad}$$

Análisis: Como los instantes que están en fase o cuya diferencia de fase es múltiplo de 2 π *se encuentran a una distancia temporal que es múltiplo del período, un intervalo de tiempo de* 2,00 s, *que es algo inferior al período, corresponde a una diferencia de fase algo inferior a* 2 π = 6,3 rad. *El resultado de* 6,0 rad *es aceptable.*

Cuestiones y problemas de las Pruebas de acceso a la Universidad (P.A.U.) en Galicia.
Respuestas y composición de Alfonso J. Barbadillo Marán.
Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22