CiUG COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	**PAU** **XUÑO 2016**	**Código: 25**

FÍSICA

Puntuación máxima: Cuestiones 4 puntos (1 cada cuestión, teórica o práctica). Problemas 6 puntos (1 cada apartado).
No se valorará la simple anotación de un ítem cómo solución a las cuestiones; han de ser razonadas.
Se puede usar calculadora siempre que no sea programable ni memorice texto. El alumno elegirá una de las dos opciones.

OPCIÓN A

C.1. Supongamos que la masa de la Luna disminuyese a la mitad de su valor real. Justifique si la frecuencia con que veríamos la luna llena sería: A) Mayor que ahora. B) Menor que ahora. C) Igual que ahora.

C.2. En el efecto fotoeléctrico, la representación gráfica de la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente es: A) Una parábola. B) Una línea recta. C) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

C.3. Queremos ver una imagen de nuestra cara para afeitarnos o maquillarnos. La imagen debe ser virtual, derecha y ampliada 1,5 veces. Si colocamos la cara a 25 cm del espejo. ¿Qué tipo de espejo debemos emplear?: A) Convexo. B) Cóncavo. C) Plano.

C.4. Si tenemos un resorte de constante elástica conocida, ¿cómo podemos saber el valor de una masa desconocida? Describe las experiencias que debemos realizar para lograrlo.

P.1. Una onda cuya amplitud es 0,3 m recorre 300 m en 20 s. Calcula: a) La máxima velocidad de un punto que vibra con la onda si la frecuencia es 2 Hz. b) La longitud de onda. c) Construye la ecuación de onda, teniendo en cuenta que su avance es en el sentido negativo del eje *X*.

P.2. Tres cargas de 2, 1 y 1 µC están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo. a) Calcula el trabajo necesario para llevar otra carga de 1 µC desde el infinito al centro del triángulo. b) ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo? c) Razona si en algún punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.
(Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻²).

OPCIÓN B

C.1. Un conductor macizo en forma de esfera recibe una carga eléctrica ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?: A) El potencial electrostático es el mismo en todos los puntos del conductor. B) La carga se distribuye por todo el conductor. C) En el interior del conductor el campo electrostático varía linealmente, aumentando al acercarnos a la superficie del conductor.

C.2. Una masa de 600 g oscila en el extremo de un resorte vertical con frecuencia 1 Hz y amplitud 5 cm. Si añadimos una masa de 300 g sin variar la amplitud, la nueva frecuencia será: A) 0,82 Hz. B) 1,00 Hz. C) 1,63 Hz.

C.3. Cuando una partícula cargada se mueve dentro de un campo magnético, la fuerza magnética que actúa sobre ella realiza un trabajo que siempre es: A) Positivo, si la carga es positiva. B) Positivo, sea como sea la carga. C) Cero.

C.4. Explica cómo se puede determinar la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo simple, e indica el tipo de precauciones que debes tomar a la hora de realizar la experiencia.

P.1. La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía alrededor de la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7,62 km·s⁻¹: a) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra se encontraba? b) ¿Cuánto tiempo tardaba en dar una vuelta completa? c) ¿Cuántos amaneceres veían cada 24 horas los astronautas que iban en el interior de la nave? (Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5{,}93 \cdot 10^{24}$ kg).

P.2. El Cobalto 60 es un elemento radiactivo utilizado en radioterapia. La actividad de una muestra se reduce a la milésima parte en 52,34 años. Calcula: a) El periodo de semidesintegración. b) La cantidad de muestra necesaria para que la actividad sea de $5 \cdot 10^6$ desintegraciones/segundo. c) La cantidad de muestra que queda al cabo de 2 años. (Datos: $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica del ^{60}Co = 60 g·mol⁻¹; 1 año = $3{,}16 \cdot 10^7$ s).

Soluciones

OPCIÓN A

C.1. Supongamos que la masa de la Luna disminuyese a la mitad de su valor real. Justifique si la frecuencia con que veríamos la luna llena sería:
A) Mayor que ahora.
B) Menor que ahora.
C) Igual que ahora.

(P.A.U. Jun. 16)

Solución: C

La fuerza gravitatoria $\vec{F}_G$ que ejerce el astro de masa M sobre un satélite de masa m que gira a su alrededor en una órbita de radio r está dirigida hacia el astro, es una fuerza central, y se rige por la ley de Newton de la gravitación universal:

$$\vec{F}_G = -G \frac{M \cdot m}{r^2} \vec{u}_r$$

En muchos casos la trayectoria del satélite es prácticamente circular alrededor del centro del astro. Como la fuerza gravitatoria es una fuerza central, la aceleración solo tiene componente normal. Al no tener aceleración tangencial, el módulo de la velocidad es constante y el movimiento es circular uniforme.
El valor de la aceleración normal en un movimiento circular uniforme se obtiene de la expresión

$$a_N = \frac{v^2}{r}$$

La 2ª ley de Newton dice que la fuerza resultante sobre un objeto produce una aceleración directamente proporcional a la fuerza.

$$\Sigma \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Como la fuerza gravitatoria que ejerce el astro sobre el satélite es mucho mayor que cualquier otra se puede considerar que es la única fuerza que actúa. La 2ª ley de Newton, expresada para los módulos, queda

$$\left|\sum \vec{F}\right| = |\vec{F}_G| = m \cdot |\vec{a}| = m \cdot |\vec{a}_N| = m \frac{v^2}{r}$$

La expresión del módulo $|\vec{F}_G|$ de la fuerza gravitatoria, queda

$$G \frac{M \cdot \cancel{m}}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m} \frac{v^2}{\cancel{r}}$$

Despejando la velocidad orbital del satélite, queda

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{r}}$$

La velocidad es independiente de la masa del satélite (la Luna) ya que solo depende de la masa del astro (la Tierra) y del radio de la órbita.
Si la velocidad y el radio son los mismos, el período orbital también será igual.

$$T = \frac{2 \pi \cdot r}{v}$$

C.2. En el efecto fotoeléctrico, la representación gráfica de la energía cinética máxima de los electrones emitidos en función de la frecuencia de la luz incidente es:
A) Una parábola.
B) Una línea recta.
C) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

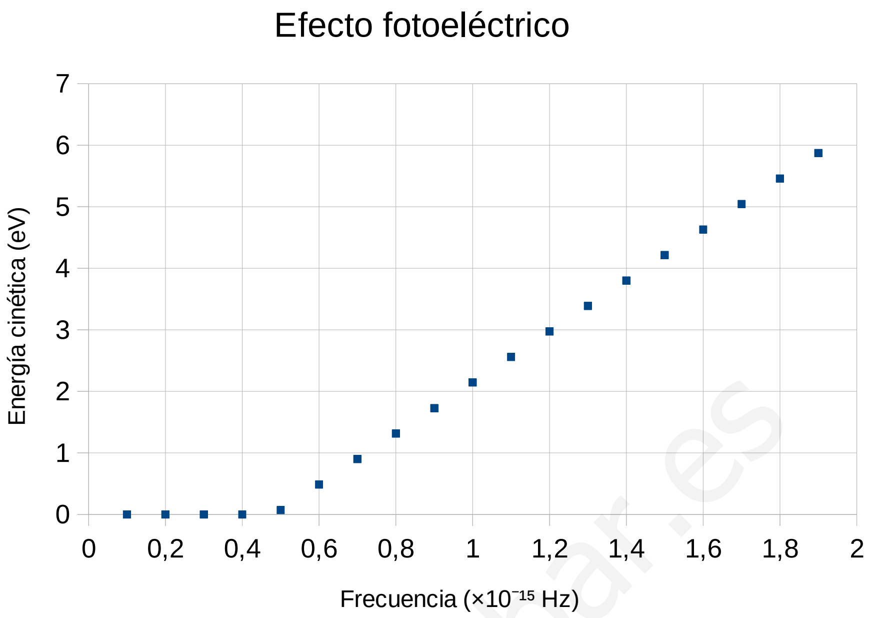
(P.A.U. Jun. 16)

Solución: B

La energía cinética máxima de los electrones emitidos será:

$$E_c = E_f - W_e = h \cdot f - W_e$$

La representación gráfica de la energía cinética frente a la frecuencia de la radiación incidente es una línea recta cuya pendiente es la constante de Planck. Teniendo en cuenta que para energías inferiores al trabajo de extracción no se produce efecto fotoeléctrico, la energía cinética vale cero hasta que la energía del fotón es mayor que el trabajo de extracción. La representación sería parecida a la de la figura.



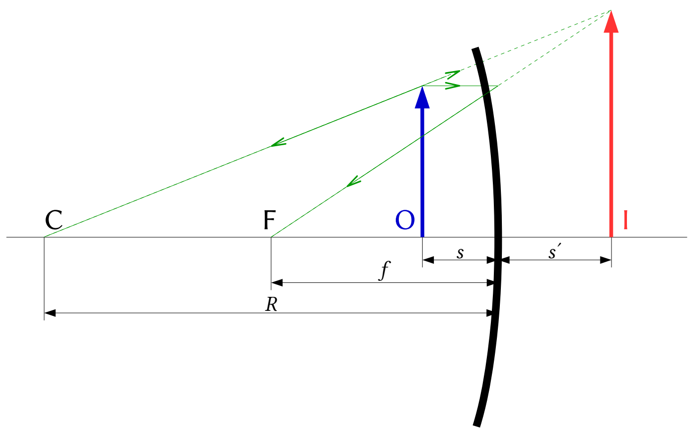
C.3. Queremos ver una imagen de nuestra cara para afeitarnos o maquillarnos. La imagen debe ser virtual, derecha y ampliada 1,5 veces. Si colocamos la cara a 25 cm del espejo. ¿Qué tipo de espejo debemos emplear?:
A) Convexo
B) Cóncavo
C) Plano.

(P.A.U. Jun. 16)

Datos (convenio de signos DIN)	***Cifras significativas: 2***
Posición del objeto	$s = -25$ cm $= -0{,}25$ m
Aumento lateral	$A_L = 1{,}5$
Incógnitas	
Distancia focal del espejo	f
Otros símbolos	
Posición de la imagen	s'
Tamaño del objeto	y
Tamaño de la imagen	y'
Ecuaciones	
Relación entre la posición de la imagen y la del objeto en los espejos	$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$
Aumento lateral en los espejos	$A_L=\frac{y'}{y}=\frac{-s'}{s}$

Solución: B

En el dibujo se representa el objeto O antes del espejo y desde su punto superior se dibujan dos rayos:
- Uno horizontal hacia el espejo que se refleja de manera que el rayo reflejado pasa por el foco F (que se encuentra a la mitad de la distancia entre el espejo y su centro C).
- Otro hacia el espejo que se refleja sin desviarse pasando por el centro C de curvatura del espejo.



Como los rayos no se cortan, se prolongan al otro lado del espejo hasta que sus prolongaciones se cortan. El punto de corte es el correspondiente a la imagen I.

a) Para calcular la posición de la imagen se usa la expresión del aumento lateral

$$A_L = 1{,}5 = -s' / s$$

$$s' = -1{,}5\ s = -\ 1{,}5 \cdot (-25 \text{ cm}) = +37{,}5 \text{ cm} = +0{,}375 \text{ m}$$

La imagen se encuentra a 37,5 cm a la derecha del espejo.
Análisis: En un espejo, la imagen es virtual si se forma a la derecha del espejo, ya que los rayos que salen reflejados solo se cortan a la izquierda.

b) Se usa la ecuación de los espejos:

$$\frac{1}{s'}+\frac{1}{s}=\frac{1}{f}$$

Se sustituyen los datos:

$$\frac{1}{0{,}375\ [\text{m}]}+\frac{1}{-0{,}25\ [\text{m}]}=\frac{1}{f}$$

Y se calcula la distancia focal:

$$f = -0{,}75 \text{ m} = -75 \text{ cm}$$

Análisis: El signo negativo indica que el espejo es cóncavo, ya que su foco y su centro de curvatura se encuentran a la izquierda del espejo. El espejo tiene que ser cóncavo, ya que los espejos convexos dan una imagen virtual pero menor que el objeto. Los resultados de s´ y f están de acuerdo con el dibujo.

C.4.- Si tenemos un resorte de constante elástica conocida, ¿cómo podemos saber el valor de una masa desconocida? Describe las experiencias que debemos realizar para lograrlo.

(P.A.U. Jun. 16)

Solución:

Se colgaría el resorte con un platillo de balanza y se anotaría la posición del platillo, medida con una regla vertical: y_1
Sin mover la regla, se colocaría la masa en el platillo y se mediría y anotaría la nueva posición del platillo: y_2
Se calcularía el alargamiento $\Delta y = y_2 - y_1$.
Conocido el valor de la constante podría calcularse la fuerza de recuperación elástica por la ecuación de Hooke

$$F = -\ k \cdot \Delta y$$

Como en el equilibrio estático entre la fuerza elástica y el peso del objeto son iguales:

$$k \cdot \Delta y = m \cdot g$$

La masa se calcula despejándola en la ecuación anterior.

$$m=\frac{k \cdot \Delta y}{g}$$

P.1. Una onda cuya amplitud es 0,3 m recorre 300 m en 20 s. Calcula:
a) La máxima velocidad de un punto que vibra con la onda si la frecuencia es 2 Hz.
b) La longitud de onda.
c) Construye la ecuación de onda, teniendo en cuenta que su avance es en el sentido negativo del eje *X*.

(P.A.U. Jun. 16)

Rta.: a) $v_m = 3{,}77$ m/s; b) $\lambda = 7{,}50$ m; c) $y(x, t) = 0{,}300 \cdot \text{sen}(12{,}6 \cdot t + 0{,}838 \cdot x)$ [m].

Datos	***Cifras significativas: 3***
Amplitud	$A = 0{,}0300$ m
Distancia recorrida por la onda en 20 s	$\Delta x = 300$ m
Tiempo que tarda en recorrer 300 m	$\Delta t = 20{,}0$ s
Frecuencia	$f = 2{,}00$ Hz $= 2{,}00$ s^{-1}
Velocidad de propagación	$v_p = 20{,}0$ m/s
Incógnitas	
Máxima velocidad de un punto que vibra con la onda	v_m
Longitud de onda	λ
Ecuación de la onda (frecuencia angular y número de onda)	ω, k
Otros símbolos	
Posición del punto (distancia al foco)	x
Período	T
Ecuaciones	
Ecuación de una onda armónica unidimensional	$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t \pm k \cdot x)$
Número de onda	$k = 2\pi / \lambda$
Frecuencia angular	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la longitud de onda y la velocidad de propagación	$v_p = \lambda \cdot f$
Velocidad de propagación	$v_p = \Delta x / \Delta t$

Solución:

b) Se calcula la velocidad de propagación a partir de la distancia recorrida y el tiempo empleado;

$$v_p = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300\ [\text{m}]}{20{,}0\ [\text{s}]} = 15{,}0\ \text{m/s}$$

Se calcula la longitud de onda a partir de la velocidad de propagación de la onda y de la frecuencia:

$$v_p = \lambda \cdot f \Rightarrow \lambda = \frac{15{,}0\ [\text{m/s}]}{2{,}00\ [\text{s}^{-1}]} = 7{,}50\ \text{m}$$

c) Se toma la ecuación de una onda armónica en sentido negativo del eje X:

$$y = A \cdot \text{sen}(\omega \cdot t + k \cdot x)$$

Se calcula la frecuencia angular a partir de la frecuencia:

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}00\ [\text{s}^{-1}] = 4{,}00 \cdot \pi\ [\text{rad·s}^{-1}] = 12{,}6\ \text{rad·s}^{-1}$$

Se calcula el número de onda a partir de la longitud de onda:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]}{7{,}50\ [\text{m}]} = 0{,}838\ \text{rad/m}$$

La ecuación de onda queda:

$$y(x, t) = 0{,}300 \cdot \text{sen}(12{,}6 \cdot t + 0{,}838 \cdot x)\ [\text{m}]$$

a) La velocidad se obtiene derivando la ecuación de movimiento con respecto al tiempo:

$$v = \frac{\text{d}y}{\text{d}t} = \frac{\text{d}\{0{,}300 \cdot \text{sen}(12{,}6 \cdot t + 0{,}838 \cdot x)\}}{\text{d}t} = 0{,}300 \cdot 12{,}6 \cos(12{,}6 \cdot t + 0{,}838 \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

$$v = 3{,}77 \cdot \cos(628 \cdot t - 1{,}90 \cdot x)\ [\text{m/s}]$$

La velocidad es máxima cuando $\cos(\varphi) = 1$

$$v_m = 3{,}77\ \text{m/s}$$

P.2. Tres cargas de −2, 1 y 1 µC están situadas en los vértices de un triángulo equilátero y distan 1 m del centro del mismo.
   a) Calcula el trabajo necesario para llevar otra carga de 1 µC desde el infinito al centro del triángulo.
   b) ¿Qué fuerza sufrirá la carga una vez que esté situada en el centro del triángulo?
   c) Razona si en algún punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.
   Dato: $K = 9 \cdot 10^9$ N·m²·C⁻². *(P.A.U. Jun. 16)*

Rta.: a) $W = 0$; b) $\overline{\boldsymbol{F}} = 0{,}0270$ N hacia la carga negativa.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Valor de la carga situada en el punto A	$Q_1 = -2{,}00\ \mu C = -2{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto B	$Q_2 = 1{,}00\ \mu C = 1{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Valor de la carga situada en el punto C	$Q_3 = 1{,}00\ \mu C = 1{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Distancia de las cargas al centro del triángulo	$r = 1{,}00$ m
Valor de la carga que se traslada	$q = 1{,}00\ \mu C = 1{,}00 \cdot 10^{-6}$ C
Constante eléctrica	$K = 9{,}00 \cdot 10^9\ N \cdot m^2 \cdot C^{-2}$
Incógnitas	
Trabajo para llevar una carga de 1 µC del infinito al centro del triángulo.	$W_{\infty \to O}$
Fuerza sobre la carga en el centro del triángulo	$\overline{\boldsymbol{F}}$
Otros símbolos	
Distancia entre dos puntos A y B	r_{AB}
Ecuaciones	
Ley de Coulomb (aplicada a dos cargas puntuales separadas una distancia r)	$\vec{F} = K \dfrac{Q \cdot q}{r^2} \vec{u}_r$
Principio de superposición	$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_{A\,i}$
Potencial electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r	$V = K \dfrac{Q}{r}$
Potencial electrostático de varias cargas	$V = \sum V_i$
Trabajo que hace la fuerza del campo cuando se mueve una carga q desde un punto A hasta otro punto B	$W_{A \to B} = q\,(V_A - V_B)$

Solución:

a) El trabajo W de la fuerza del campo cuando se lleva una carga q desde el infinito al centro O del triángulo es:

$$W_{\infty \to O} = q\,(V_\infty - V_O)$$

Para calcular el potencial V_O electrostático en el centro O del triángulo, se calculan cada uno de los potenciales creados en ese punto por cada carga situada en los vértices y luego se suman.
La ecuación del potencial V electrostático en un punto creado por una carga puntual Q situada a una distancia r:

$$V = K \frac{Q}{r}$$

El potencial electrostático en el centro O del triángulo debido a la carga de −2 µC situada en el punto A a 1 m de distancia vale:

$$V_{A \to O} = 9{,}00 \cdot 10^9 \left[N \cdot m^2 \cdot C^{-2}\right] \frac{-2{,}00 \cdot 10^{-6}\ [C]}{(1{,}00\ [m])} = -1{,}80 \cdot 10^4\ V$$

Los potenciales electrostáticos en el centro O del triángulo debidos a las cargas de 1 µC situadas en los puntos B y C son iguales porque tanto las cargas como las distancias al centro son iguales. Valen:

$$V_{B \to O} = V_{C \to O} = 9{,}00 \cdot 10^9 \left[N \cdot m^2 \cdot C^{-2}\right] \frac{1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [C]}{(1{,}00\ [m])} = 9{,}00 \cdot 10^3\ V$$

El potencial electrostático de un punto debido a la presencia de varias cargas es la suma algebraica de los potenciales debidos a cada carga.

$$V_O = V_{A \to O} + V_{B \to O} + V_{C \to O} = -1{,}80 \cdot 10^4\ [V] + 9{,}00 \cdot 10^3\ [V] + 9{,}00 \cdot 10^3\ [V] = 0$$

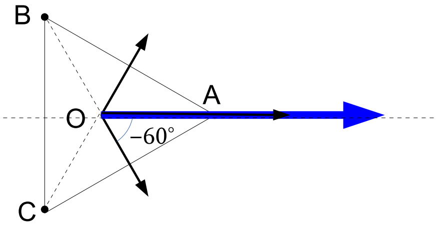
El potencial electrostático en el infinito es nulo por definición.
El trabajo que hace la fuerza del campo cuando se lleva una carga de 1 µC desde el infinito hasta el centro O del triángulo es:

$$W_{\infty \to O} = q\,(V_\infty - V_O) = 1{,}00 \cdot 10^{-6}\ [C] \cdot (0 - 0)\ [V] = 0$$

Suponiendo que la carga salga y llegue con velocidad nula, el trabajo que hay que hacer es:

$$W(\text{exterior}) = -W(\text{campo}) = 0$$

b) Se hace un esquema en el que se dibujan los vectores fuerza electrostática ejercida sobre la carga que está en el centro.
Se dibuja un vector por cada carga, teniendo en cuenta el sentido. Las fuerza ejercidas por las cargas en los puntos B y C son de repulsión (porque las cargas son del mismo signo) pero la fuerza realizada por la carga en A es de atracción y vale el doble que una de las otras.
Se dibuja el vector suma vectorial que es el vector fuerza $\overline{\boldsymbol{F}}$ resultante.
Como los vectores fuerza creados por las cargas en B y C son del mismo valor, sus componentes verticales se anulan y la resultante estará dirigida hacia el vértice A.
Se calculan cada una de las fuerzas entre las cargas situadas en los vértices y la carga situada en el centro con la ley de Coulomb.



$$\vec{F}=K\frac{Q\cdot q}{r^2}\vec{u}_r$$

La fuerza electrostática sobre la carga de 1 μC situada en el centro O del triángulo, debida a la carga de -2 μC situada en el punto A es:

$$\vec{F}_{A\to O}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{-2{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]\cdot 1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])^2}(-\vec{\mathbf{i}})=0{,}018\ \vec{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}$$

(El vector unitario $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ es un vector cuya dirección es la de la línea A ⟶ O y el sentido es desde la carga que ejerce la fuerza (A) hacia la carga que la sufre (O): en este caso es el vector unitario horizontal en sentido negativo $-\overline{\mathbf{i}}$)
La fuerza electrostática sobre la carga de 1 μC situada en el centro O del triángulo, debida a la carga de 1 μC situada en el punto B es:

$$\vec{F}_{B\to O}=9{,}00\cdot 10^9\ [\mathrm{N\cdot m^2\cdot C^{-2}}]\frac{1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]\cdot 1{,}00\cdot 10^{-6}\ [\mathrm{C}]}{(1{,}00\ [\mathrm{m}])^2}(\cos(-60°)\vec{\mathbf{i}}+\mathrm{sen}(-60°)\vec{\mathbf{j}})=(4{,}50\cdot 10^{-3}\vec{\mathbf{i}}-7{,}79\cdot 10^{-3}\vec{\mathbf{j}})\ \mathrm{N}$$

(Cuando se conoce el ángulo α que forma el vector $\overline{\boldsymbol{u}}_r$ con el eje X horizontal, el vector unitario se calcula con la expresión: $\overline{\boldsymbol{u}}_r = \cos\alpha\,\overline{\mathbf{i}} + \mathrm{sen}\,\alpha\,\overline{\mathbf{j}}$)
La fuerza electrostática sobre la carga de 1 μC situada en el centro O del triángulo, debida a la carga de 1 μC situada en el punto C es simétrica a la ejercida por la carga que se encuentra en el punto B:

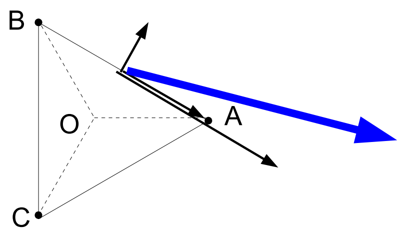
$$\overline{\boldsymbol{F}}_{C\to O} = 4{,}50\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}} + 7{,}79\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{j}}\ \mathrm{N}$$

(El vector tiene la misma componente horizontal, y la componente vertical es del mismo valor pero de signo contrario).
Por el principio de superposición, la fuerza electrostática resultante sobre la carga de 1 μC situada en el centro O del triángulo es la suma vectorial de las fuerzas ejercidas por cada carga:

$$\overline{\boldsymbol{F}} = \overline{\boldsymbol{F}}_{A\to O} + \overline{\boldsymbol{F}}_{B\to O} + \overline{\boldsymbol{F}}_{C\to O} = (18{,}0\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}}) + (4{,}5\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}} - 7{,}8\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{j}}) + (4{,}5\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{i}} + 7{,}8\cdot 10^{-3}\ \overline{\mathbf{j}}) = 0{,}0270\ \overline{\mathbf{i}}\ \mathrm{N}$$

Análisis: Coincide con el dibujo pues las componentes verticales se anulan y solo queda la componente horizontal en sentido positivo.

c) No. En ningún punto de los lados del triángulo puede existir un campo electrostático nulo.
En el centro del lado BC se anulan las fuerzas debidas a las cargas situadas en los vértices B y C, porque son iguales pero de sentidos opuestos, pero la fuerza de la carga de −2 μC situada en A queda sin contrarrestar.
Cualquier otro punto de ese lado estaría más cerca de una de las cargas verticales, y en ese caso, la componente vertical de una de ellas sería mayor que la otra y no se anularían.
En los otros lados las fuerzas de la carga situada en A y la del otro vértice siempre sumarían y tampoco se anularían. El dibujo representa la fuerza en el centro del lado BA.



OPCIÓN B

C.1. Un conductor macizo en forma de esfera recibe una carga eléctrica ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?:
A) El potencial electrostático es el mismo en todos los puntos del conductor.
B) La carga se distribuye por todo el conductor.
C) En el interior del conductor el campo electrostático varía linealmente, aumentando al acercarnos a la superficie del conductor.

(P.A.U. Jun. 16)

Solución: A

La diferencia de potencial entre dos puntos $V_1 - V_2$ es:

$$V_1 - V_2 = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{r}$$

Como la intensidad $\overline{E}$ de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula, también lo será la diferencia de potencial entre dos puntos:

$$V_1 - V_2 = 0$$

O sea, el potencial será constante:

$$V_1 = V_2$$

Las otras opciones:
B: Falsa.
La carga se distribuye por la superficie de la esfera.
Si hubiese carga en el interior del conductor, esta crearía un campo eléctrico que produciría el movimiento de las cargas y el conductor ya no estaría en equilibrio.

C: Falsa.
La intensidad $\overline{E}$ de campo electrostático en el interior de un conductor metálico en equilibrio es nula. Si no fuese así, las cargas se desplazarían debido a la fuerza del campo.

C.2. Una masa de 600 g oscila en el extremo de un resorte vertical con frecuencia 1 Hz y amplitud 5 cm. Si añadimos una masa de 300 g sin variar la amplitud, la nueva frecuencia será:
A) 0,82 Hz.
B) 1,00 Hz.
C) 1,63 Hz.

(P.A.U. Jun. 16)

Datos	***Cifras significativas: 3***
Frecuencia inicial	f_0 = 1,00 Hz = 1,00 s^{-1}
Masa inicial que cuelga	m_0 = 600 g = 0,600 kg
Amplitud	A = 5,00 cm = 0,0500 m
Masa añadida	Δm = 300 g = 0,300 kg
Incógnitas	
Nueva frecuencia	f'
Ecuaciones	
Relación entre la frecuencia angular y la frecuencia	$\omega = 2\pi \cdot f$
Relación entre la frecuencia angular y la constante elástica	$k = m \cdot \omega^2$

Solución: A

La frecuencia angular se calcula a partir de la frecuencia.

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}] \cdot 1\ [\text{s}^{-1}] = 6{,}28\ \text{rad/s}$$

La constante elástica del muelle se calcula a partir de la frecuencia angular y de la masa oscilante.

$$k = m \cdot \omega^2 = 0{,}600\ [\text{kg}] \cdot (6{,}28\ [\text{rad/s}])^2 = 23{,}7\ \text{N/m}$$

Para calcular la nueva frecuencia, despejamos primero la nueva frecuencia angular con la nueva masa:

$$m' = m + \Delta m = 0{,}600\ [\text{kg}] + 0{,}300\ [\text{kg}] = 0{,}900\ \text{kg}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m'}} = \sqrt{\frac{23{,}7\ [\text{N·m}^{-1}]}{0{,}900\ [\text{kg}]}} = 5{,}13\ \text{rad/s}$$

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi} = \frac{5{,}13\ [\text{rad/s}]}{2 \cdot 3{,}14\ [\text{rad}]} = 0{,}817\ \text{s}^{-1}$$

C.3. Cuando una partícula cargada se mueve dentro de un campo magnético, la fuerza magnética que actúa sobre ella realiza un trabajo que siempre es:
A) Positivo, si la carga es positiva.
B) Positivo, sea como sea la carga.
C) Cero.

(P.A.U. Jun. 16)

Solución: C

El trabajo de una fuerza es

$$W = \int_{r_A}^{r_B} \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

La fuerza magnética es perpendicular a la trayectoria en todos los puntos

$$\vec{F} \cdot d\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |d\vec{r}| \cdot \cos 90° = 0$$

Por tanto, no realiza trabajo.

C.4. Explica cómo se puede determinar la aceleración de la gravedad utilizando un péndulo simple, e indica el tipo de precauciones que debes tomar a la hora de realizar la experiencia.

(P.A.U. Jun. 16)

Solución:

Se cuelga una esfera maciza de un hilo de unos 2,00 m, haciendo pasar el otro extremo por una pinza en el extremo de un vástago horizontal, sujeto a una varilla vertical encajada en una base plana.
Se ajusta la longitud del hilo a uno 60 cm y se mide su longitud desde el punto de suspensión hasta el centro de la esfera. Se aparta ligeramente de la posición de equilibrio y se suelta. Se comprueba que oscila en un plano y a partir de la 2ª o 3ª oscilación se mide el tiempo de 10 oscilaciones. Se calcula el período dividiendo el tiempo entre 10. Se repite la experiencia para comprobar que el tiempo es prácticamente el mismo. Se halla el valor medio del período.
Se ajusta sucesivamente la longitud a 80, 100, 120, 150, 180 y 200 cm y se repite la experiencia para cada una de ellas.
Una vez obtenidos los valores de los períodos T para cada longitud L del péndulo, se puede usar la ecuación del período del péndulo simple para calcular g, la aceleración de la gravedad.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

De los valores obtenidos (que deben ser muy parecidos) se halla el valor medio.

La amplitud de las oscilaciones debe ser pequeña. En teoría una aproximación aceptable es que sean menores de 15º. Como no usamos un transportador de ángulos, separaremos lo menos posible el hilo de la vertical, especialmente cuando la longitud del péndulo sea pequeña.
Se suelen medir 10 o 20 oscilaciones para aumentar la precisión del período, y disminuir el error relativo que daría la medida de una sola oscilación.
Un número demasiado grande de oscilaciones puede dar lugar a que cometamos errores al contarlas.

P.1. La nave espacial Discovery, lanzada en octubre de 1998, describía alrededor de la Tierra una órbita circular con una velocidad de 7,62 km·s⁻¹:

a) ¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra se encontraba?

b) ¿Cuánto tiempo tardaba en dar una vuelta completa?

c) ¿Cuántos amaneceres veían cada 24 horas los astronautas que iban en el interior de la nave?

Datos: $G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²; $R_T = 6370$ km; $M_T = 5{,}93\cdot10^{24}$ kg. *(P.A.U. Jun. 16)*

Rta.: a) $h = 500$ km; b) $T = 1$ h 34 min; c) $n = 15$.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Velocidad del satélite en su órbita alrededor de la Tierra.	$v = 7{,}62$ km/s $= 7{,}62\cdot10^3$ m/s
Radio de la Tierra	$R = 6370$ km $= 6{,}37\cdot10^6$ m
Masa de la Tierra	$M = 5{,}93\cdot10^{24}$ kg
Constante de la gravitación universal	$G = 6{,}67\cdot10^{-11}$ N·m²·kg⁻²
Incógnitas	
Altura de la órbita	h
Tiempo de una vuelta completa	T
Número de vueltas en 24 horas	n
Otros símbolos	
Masa del satélite	m
Radio de la órbita	r
Ecuaciones	
Velocidad de un satélite a una distancia r del centro de un astro de masa M	$v=\sqrt{\dfrac{G\cdot M}{r}}$
Velocidad en un movimiento circular uniforme de radio r y período T	$v=\dfrac{2\pi\cdot r}{T}$

Solución:

a) La velocidad de un satélite que gira a una distancia r alrededor del centro de un astro de masa M es:

$$v=\sqrt{\frac{G\cdot M}{r}}$$

Se despeja el radio de la órbita

$$r=\frac{G\cdot M}{v^2}=\frac{6{,}67\cdot10^{-11}\,[\mathrm{m/s^2}]\cdot5{,}98\cdot10^{24}\,[\mathrm{m}]}{(7{,}62\cdot10^3\,[\mathrm{m/s}])^2}=6{,}87\cdot10^6\ \mathrm{m}$$

Se calcula la altura a partir del radio de la órbita y el radio de la Tierra:

$$h = r - R = 6{,}87\cdot10^6\,[\mathrm{m}] - 6{,}37\cdot10^6\,[\mathrm{m}] = 5{,}0\cdot10^5\ \mathrm{m} = 500\ \mathrm{km}$$

Análisis: Se espera que la altura de un satélite en órbita baja alrededor de la Tierra sea alrededor de 400 km. *El resultado de* 500 km *está de acuerdo con esta suposición.*

b) El período se calcula a partir de la expresión de la velocidad en el movimiento circular uniforme:

$$T=\frac{2\pi\cdot r}{v}=\frac{2\cdot3{,}14\cdot6{,}87\cdot10^6\,[\mathrm{m}]}{7{,}62\cdot10^3\,[\mathrm{m/s}]}=5{,}67\cdot10^3\ \mathrm{s}=1\ \mathrm{h}\ 34\ \mathrm{min}$$

c) El número de amaneceres que ven los astronautas en 24 h es

$$n=\frac{24\ \mathrm{h}}{1{,}57\ \mathrm{h}}=15$$

P.2. El Cobalto 60 es un elemento radiactivo utilizado en radioterapia. La actividad de una muestra se reduce a la milésima parte en 52,34 años. Calcula:

a) El periodo de semidesintegración.

b) La cantidad de muestra necesaria para que la actividad sea de $5\cdot10^6$ desintegraciones/segundo.

c) La cantidad de muestra que queda al cabo de 2 años.

Datos $N_A = 6{,}02\cdot10^{23}$ mol⁻¹; masa atómica del ^{60}Co = 60 g·mol⁻¹; 1 año = $3{,}16\cdot10^7$ s. *(P.A.U. Jun. 16)*

Rta.: a) $T_{½}$ = 5,25 años; b) m = 0,12 µg; c) m_2 = 0,091 µg.

Datos	***Cifras significativas: 3***
Actividad al cabo de 52,34 años	$A = 0{,}00100\ A_0$
Tiempo transcurrido	t = 52,34 años = $1{,}65·10^9$ s
Actividad para el cálculo de la cantidad del apartado b	$A_b = 5·10^6$ Bq
Tiempo para el cálculo de la cantidad del apartado c	t_c = 2,00 años = $6{,}32·10^7$ s
Incógnitas	
Período de semidesintegración	$T_{½}$
Cantidad de muestra para que la actividad sea de $5·10^6$ Bq	m
Cantidad de muestra que queda al cabo de 2 años	m_2
Otros símbolos	
Constante de desintegración radiactiva	λ
Ecuaciones	
Ley de la desintegración radiactiva	$N=N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$ $\lambda = \ln (N_0 / N) / t$
Cuando $t = T_{½}$, $N = N_0 / 2$	$T_{½} = \ln 2 / \lambda$
Actividad radiactiva	$A = -\mathrm{d}\ N / \mathrm{d}\ t = \lambda \cdot N$

Solución:

a) Se calcula la constante de desintegración radiactiva λ en la ecuación de desintegración radiactiva

$$N=N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

Es más fácil usar la expresión anterior en forma logarítmica.

$$-\ln (N / N_0) = \ln (N_0 / N) = \lambda \cdot t$$

$$\lambda=\frac{\ln(N_0/N)}{t}=\frac{\ln(\lambda \cdot N_0/\lambda \cdot N)}{t}=\frac{\ln(A_0/A)}{t}=\frac{\ln(1000)}{1{,}65\cdot 10^9\ [\mathrm{s}]}=4{,}18\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{s}^{-1}]$$

Se calcula el período de semidesintegración a partir de la constante de desintegración radiactiva:

$$T_{1/2}=\frac{\ln 2}{\lambda}=\frac{0{,}693}{4{,}18\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{s}^{-1}]}=1{,}653\cdot 10^9\ \mathrm{s}=5{,}25\ \text{años}$$

b) Se calcula el número de átomos a partir de la actividad

$$N=\frac{A}{\lambda}=\frac{5{,}00\cdot 10^6\ \mathrm{Bq}}{4{,}18\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{s}^{-1}]}=1{,}20\cdot 10^{15}\ \text{átomos}$$

Con el número de Avogadro y la masa atómica se calcula la masa de cobalto-60

$$m=1{,}20\cdot 10^{15}\ \text{átomos}\ {}^{60}\mathrm{Co}\cdot\frac{1\ \mathrm{mol}}{6{,}02\cdot 10^{23}\ \text{átomos}}\cdot\frac{60\ \mathrm{g}\ {}^{60}\mathrm{Co}}{1\ \mathrm{mol}\ {}^{60}\mathrm{Co}}=1{,}19\cdot 10^{-7}\ \mathrm{g}=0{,}119\ \mu\mathrm{g}$$

c) Se calcula la masa que queda con la ecuación de desintegración radiactiva.
La ley de desintegración radiactiva, $N=N_0 \cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$, puede escribirse en función de la masa porque el número de átomos de un elemento es proporcional a su masa.
La constante de proporcionalidad es: N_A / M, el número de átomos que hay en la unidad de masa de ese elemento, donde N_A es el número de Avogadro y M es la masa atómica del elemento.

$$N = m \cdot N_A / M$$

$$m\frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}}=m_0\frac{\cancel{N_A}}{\cancel{M}}e^{-\lambda t}$$

$$m=m_0\cdot \mathrm{e}^{-\lambda \cdot t}$$

$$m_2=1{,}19\cdot 10^{-7}\ [\mathrm{g}]\cdot \mathrm{e}^{-4{,}18\cdot 10^{-9}\ [\mathrm{s}^{-1}]\cdot 6{,}32\cdot 10^7\ [\mathrm{s}]}=9{,}15\cdot 10^{-8}\ \mathrm{g}=0{,}091\ 5\mu\mathrm{g}$$

Algunos cálculos se hicieron con una hoja de cálculo de LibreOffice u OpenOffice del mismo autor.
Algunas ecuaciones y las fórmulas orgánicas se construyeron con la extensión CLC09 de Charles Lalanne-Cassou.
La traducción al/desde el gallego se realizó con la ayuda de *traducindote*, de Óscar Hermida López.
Se procuró seguir las recomendaciones del Centro Español de Metrología (CEM)

Actualizado: 11/02/22