PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE NAVARRA

SEPTIEMBRE – 2020

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Elija tres de los seis ejercicios propuestos.

1º) $a)$ Clasifique el sistema $\begin{cases} x-y+z=3 \\ 2x+y+z=4 \\ 3x+3y+z=5 \end{cases}$ en función del número de soluciones y resuélvelo utilizando el método de Gauss.

$b)$ Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B=\begin{pmatrix} -7 & -1 & 2 \\ 12 & 2 & -3 \\ -8 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, calcule AB e indique qué relación hay entre A y B.

$a)$

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}\ y\ M'=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 3 & 1 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} F_2 \to F_2-2F_1 \\ F_3 \to F_3-3F_1 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & 6 & -2 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \{F_3 \to F_3-2F_2\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Rang\ M = Rang\ M' = 2.$$

$\Rightarrow$ Según el teorema de Rouché-Fröbenius:

$$\underline{Rang\ M = Rang\ M' = 2 < nº\ incóg. \Rightarrow S.C.I.}$$

El sistema dado es equivalente a $\left.\begin{matrix} x-y+z=3 \\ 3y-z=-2 \end{matrix}\right\}$. Haciendo $y=\lambda$:

$$z=2+3\lambda;\ \ x=3+y-z=3+\lambda-2-3\lambda;\ \ x=1-2\lambda.$$

$$\underline{Solucióin: x = 1 - 2\lambda, y = \lambda, z = 2 + 3\lambda, \forall\lambda \in R}.$$

$b)$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -7 & -1 & 2 \\ 12 & 2 & -3 \\ -8 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{A \cdot B = I}.$$

$$\underline{La\ relación\ entre\ A\ y\ B\ es\ que\ A = B^{1}\ y\ B = A^{-1}}.$$

****

2º) Dada la función $f(x) = \frac{x^2+3x+4}{x}$:

$a)$ Calcule los máximos y mínimos. $b)$ Calcule $\int_1^2 f(x) \cdot dx$.

$c)$ Calcula la derivada de la unción $g(x) = f(x) + L(5x-3)^2 + x \cdot e^{3x}$.

$a)$

Para que una función tenga un máximo o mínimo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su derivada en ese punto.

$$f'(x) = \frac{(2x+3)\cdot x - (x^2+3x+4)\cdot 1}{x^2} = \frac{2x^2+3x-x^2-3x-4}{x^2} = \frac{x^2-4}{x^2}.$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2-4}{x^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x_1 = -2;\ x_2 = 2.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x) = \frac{2x \cdot x^2 - (x^2-4)\cdot 2x}{x^4} = \frac{2x^2-2x^2+8}{x^3} = \frac{8}{x^3}.$$

$$f''(-2) = \frac{8}{(-2)^3} = \frac{8}{-8} = -1 < 0 \Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = -2.$$

$$f(-2) = \frac{(-2)^2+3\cdot(-2)+4}{-2} = \frac{4-6+4}{-2} = \frac{2}{-2} = -1 \Rightarrow \underline{Máx.relativo: A(-2,-1)}.$$

$$f''(2) = \frac{8}{2^3} = \frac{8}{8} = 1 > 0 \Rightarrow Mínimo\ relativo\ para\ x = 2.$$

$$f(2) = \frac{2^2+3\cdot 2+4}{2} = \frac{4+6+4}{2} = 7 \Rightarrow \underline{Mín.relativo: B(2,7)}.$$

$b)$

$$\int_1^2 f(x) \cdot dx = \int_1^2 \frac{x^2+3x+4}{x} \cdot dx = \int_1^2 \left(x + 3 + \frac{4}{x}\right) \cdot dx = \left[\frac{x^2}{2} + 3x + 4Lx\right]_1^2 =$$

$$= \left(\frac{2^2}{2} + 3 \cdot 2 + 4L2\right) - \left(\frac{1^2}{2} + 3 \cdot 1 + 4L1\right) = 2 + 6 + 4L2 - \frac{1}{2} - 3 - 4 \cdot 0 =$$

$$= 5 - \frac{1}{2} + 4L2 \Rightarrow \underline{\int_1^2 f(x) \cdot dx = \frac{9}{2} + 4L2}.$$

$c)$

$$g(x) = f(x) + L(5x-3)^2 + x \cdot e^{3x} = f(x) + 2 \cdot L(5x-3) + x \cdot e^{3x}.$$

$$g'(x) = \frac{x^2-4}{x^2} + 2 \cdot \frac{5}{5x-3} + 1 \cdot e^{3x} + x \cdot 3 \cdot e^{3x}.$$

$$\underline{g'(x) = \frac{x^2-4}{x^2} + \frac{10}{5x-3} + e^{3x} \cdot (1+3x).}$$

****

3º) El peso (en toneladas) de los contenedores que transporta una empresa de servicios de transporte marítimo puede aproximarse a una distribución normal con desviación típica de 3 toneladas.

a) Se realizó un estudio tomando una muestra aleatoria simple de contenedores y se calculó un intervalo de confianza al 97 % para la media poblacional, con un error máximo de 0,651. Calcule el tamaño de la muestra que se tomó en ese estudio.

b) Se decide realizar otro estudio y se selecciona una muestra de contenedores, obteniéndose los siguientes pesos (en toneladas):

$$20{,}25;\ \ 17{,}5;\ \ 21{,}8;\ \ 15{,}7;\ \ 14{,}6;\ \ 17{,}2;\ \ 23{,}1;\ \ 11{,}7\ y\ 18{,}3.$$

Construya un intervalo de confianza para el peso medio de los contenedores, con un nivel de confianza del 93 %.

(Escriba las fórmulas necesarias y justifique las respuestas).

----

a)

Para un nivel de confianza del 97 % es:

$1-\alpha=0{,}97\ \rightarrow\ \alpha=1-0{,}97=0{,}03\ \rightarrow\ z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0{,}015}=2{,}17.$
$(1-0{,}015=0{,}9850\ \rightarrow z=2{,}17).$

Datos: $E=0{,}651;\ \ \sigma=3;\ \ z_{\frac{\alpha}{2}}=2{,}17.$

Siendo $E=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\ \Rightarrow\ \sqrt{n}=z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{E}\ \Rightarrow n=\left(z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{E}\right)^2=\left(2{,}17\cdot\frac{3}{0{,}651}\right)^2=$

$=(2{,}17\cdot 4{,}608)^2=10^2=100.$

$\underline{El\ tamaño\ de\ la\ muestra\ utilizado\ fue\ de\ 100\ contenedores.}$

b)

$$\overline{x}=\frac{20{,}25+17{,}5+21{,}8+15{,}7+14{,}6+17{,}2+23{,}1+11{,}7+18{,}3}{9}=\frac{160{,}15}{9}=17{,}794.$$

Para un nivel de confianza del 93 % es:

$1-\alpha=0{,}93\ \rightarrow\ \alpha=1-0{,}93=0{,}07\ \rightarrow\ z_{\frac{\alpha}{2}}=z_{0{,}035}=1{,}81.$
$(1-0{,}0350=0{,}9650\ \rightarrow z=1{,}81).$

Datos: $n=9;\ \ \overline{x}=17{,}794;\ \sigma=3;\ \ z_{\frac{\alpha}{2}}=1{,}81.$

La fórmula que da el intervalo de confianza en función de $\overline{x},\sigma\ y\ n$, es la siguiente: $\left(\overline{x}-z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}};\ \ \overline{x}+z_{\frac{\alpha}{2}}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right).$

$$\left(17{,}794 - 1{,}81 \cdot \frac{3}{\sqrt{9}};\ 17{,}794 + 1{,}81 \cdot \frac{3}{\sqrt{9}}\right);$$

$$(17{,}794 - 1{,}81 \cdot 1;\ 17{,}794 + 1{,}81 \cdot 1);\ \ (17{,}794 - 1{,}81;\ 17{,}794 + 1{,}81).$$

$$\underline{I.C._{93\ \%} = (15{,}984;\ \ 19{,}604)}.$$

****

4º) Una empresa diseña y vende dos tipos de telas, T1 y T2, con un precio de venta de 60 euros/m^2 y 100 euros/m^2, respectivamente. Para cubrir la demanda semanal debe fabricar un total de al menos 15 m^2 de telas. Para elaborar un m^2 de tela T1 se necesitan 2 horas de máquina y 6 carretes de hilo. Para elaborar un m^2 de tela T2 se requieren 4 horas de máquina y 3 carretes de hilo. La disponibilidad semanal de estos dos recursos es de 80 horas de máquina y 150 carretes de hilo. ¿Cuántos m^2 de cada tipo de tela tiene que vender la empresa si busca maximizar el beneficio semanal, sabiendo que el coste de elaborar un m^2 de cada tipo de tela es de 15 y 10 euros, respectivamente?

a) Plantee el problema. b) Resuélvalo gráficamente.

c) Analice gráficamente qué ocurriría si se quiere elaborar al menos el triple de m^2 de tela T1 que de tela T2.

----

a)

Sean x e y el número de metros cuadrados de telas que se fabrican y venden de los tipos T1 y T2, respectivamente.

Las restricciones son las siguientes: $\left.\begin{array}{r} x+y\geq 15 \\ 2x+4y\leq 80 \\ 6x+3y\leq 150 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}\ \left.\begin{array}{r} x+y\geq 15 \\ x+2y\leq 40 \\ 2x+y\leq 50 \\ x\geq 0;\ y\geq 0 \end{array}\right\}.$

b)

① $\Rightarrow x+y\geq 15 \Rightarrow y\geq 15-x \Rightarrow O(0,0)\rightarrow No.$

x	0	15
y	15	0

② $\Rightarrow x+2y\leq 40 \Rightarrow y\leq \frac{40-x}{2} \Rightarrow O(0,0)\rightarrow Si.$

x	40	0
y	0	20

③ $\Rightarrow 2x+y\leq 50 \Rightarrow y\leq 50-2x \Rightarrow O(0,0)\rightarrow Si.$

x	10	25
y	50	0

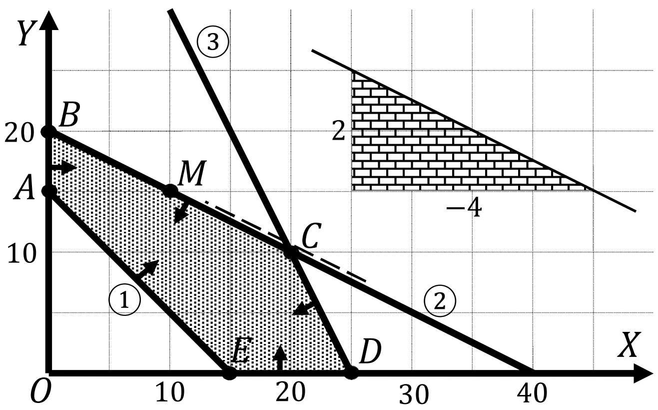
La zona factible es la que aparece sombreada en la figura adjunta.

Los vértices de la sección factible son los siguientes:

$A\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=0 \\ x+y=15 \end{array}\right\}\Rightarrow A(0,15).$

$B\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x=0 \\ x+2y=40 \end{array}\right\}\Rightarrow B(0,20).$

$C\Rightarrow \left.\begin{array}{r} x+2y=40 \\ 2x+y=50 \end{array}\right\}$



$\left.\begin{array}{r} 2x+4y=80 \\ -2x-y=-50 \end{array}\right\}\Rightarrow 3y=30;\ \ y=10;\ \ x=20\Rightarrow C(20,10).$

$D\Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=0 \\ 2x+y=50 \end{array}\right\}\Rightarrow D(25,0).$ $E\Rightarrow \left.\begin{array}{r} y=0 \\ x+y=15 \end{array}\right\}\Rightarrow E(15,0).$

La función de objetivos es la siguiente:

$$f(x,y) = (60-15)x + (100-10)y \Rightarrow f(x,y) = 45x + 90y.$$

Los valores de la función de objetivos en cada vértice son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0,15) = 45 \cdot 0 + 90 \cdot 15 = 0 + 1.350 = 1.350.$

$B \Rightarrow f(0,20) = 45 \cdot 0 + 90 \cdot 20 = 0 + 1.800 = 1.800.$

$C \Rightarrow f(20,10) = 45 \cdot 20 + 90 \cdot 10 = 900 + 900 = 1.800.$

$D \Rightarrow f(25,0) = 45 \cdot 25 + 90 \cdot 0 = 1.125 + 0 = 1.125.$

$E \Rightarrow f(15,0) = 45 \cdot 15 + 90 \cdot 0 = 675 + 0 = 675.$

El valor máximo se produce en todos los puntos del segmento cuyos extremos son los puntos $B(20,0)\ y\ C(20,10)$.

Concretamente los puntos enteros son $B(0,20), M(10,15)\ y\ C(20,10)$.

También se hubiera obtenido el mismo resultado por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$$f(x,y) = 45x + 90y = 0 \Rightarrow y = -\frac{45}{90}x = -\frac{1}{2}x \Rightarrow m = -\frac{2}{4}.$$

$$\underline{El\ rendimiento\ es\ máximo\ vendiendo \left\{ \begin{array}{c} 0\ metros\ de\ T1\ y\ 20\ metros\ de\ T2 \\ 10\ metros\ de\ T1\ y\ 15\ metros\ de\ T2 \\ 20\ metros\ de\ T1\ y\ 10\ metros\ de\ T2 \end{array} \right\}.}$$

$$\underline{El\ beneficio\ máximo\ es\ de\ 1.800\ euros.}$$

$c)$

Con la nueva condición las restricciones son: $\left. \begin{array}{r} x+y \geq 15 \\ x+2y \leq 40 \\ 2x+y \leq 50 \\ x \geq 3y \\ x \geq 0;\ y \geq 0 \end{array} \right\}$

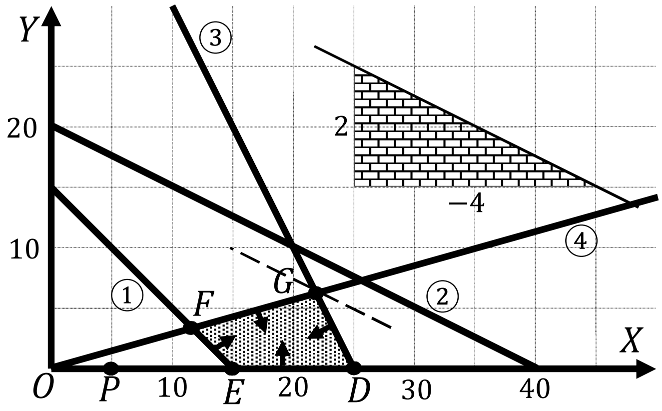
$④ \Rightarrow x \geq 3y \Rightarrow y \leq \frac{x}{3} \Rightarrow P(5,0) \to Si.$

x	00	30
y	0	10

La nueva zona factible es la que aparece sombreada en la figura siguiente.

Los vértices de la nueva sección factible son los siguientes:

$$F \Rightarrow \left.\begin{array}{l} x + y = 15 \\ x - 3y = 0 \end{array}\right\}$$



$$\left.\begin{array}{r} x + y = 15 \\ -x + 3y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4y = 15;\;\; y = \frac{15}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 15 - \frac{15}{4} = \frac{45}{4} \Rightarrow F\left(\frac{45}{4}, \frac{15}{4}\right).$$

$$G \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x + y = 50 \\ x - 3y = 0 \end{array}\right\}$$

$$\left.\begin{array}{r} 6x + 3y = 150 \\ x - 3y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 7x = 150;\;\; x = \frac{150}{7} \Rightarrow y = \frac{x}{3} = \frac{50}{7} \Rightarrow G\left(\frac{150}{7}, \frac{50}{7}\right).$$

Los valores de la función de objetivos en los nuevos vértices son los siguientes:

$$F \Rightarrow f\left(\frac{45}{4}, \frac{15}{4}\right) = 45 \cdot \frac{45}{4} + 90 \cdot \frac{15}{4} = \frac{2.025 + 1.350}{4} = \frac{3.375}{4} = 843{,}75.$$

$$G \Rightarrow f\left(\frac{150}{7}, \frac{50}{7}\right) = 45 \cdot \frac{150}{7} + 90 \cdot \frac{50}{7} = \frac{6.750 + 4.500}{7} = \frac{11.250}{7} = 1.607{,}14.$$

$$D \Rightarrow f(25, 0) = 45 \cdot 25 + 90 \cdot 0 = 1.125 + 0 = 1.125.$$

$$E \Rightarrow f(15, 0) = 45 \cdot 15 + 90 \cdot 0 = 675 + 0 = 675.$$

El valor máximo se produce en el punto $G\left(\frac{150}{7}, \frac{50}{7}\right)$.

También se hubiera obtenido el punto G por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura anterior.

$$\frac{150}{7} \cong 21{,}43. \qquad \frac{50}{7} \cong 7{,}14$$

$$\underline{El\ rendimiento\ es\ máximo\ vendiendo\ 21{,}43\ m\ de\ T1\ y\ 7{,}14\ m\ de\ T2.}$$

$$\underline{El\ beneficio\ máximo\ es\ de\ 1.607{,}14\ euros.}$$

****

5º) Considere la siguiente función definida a trozos: $f(x)=\begin{cases} 1-x^2, \quad x\leq 1 \\ x^2-6x+5, 1<x<4 \\ 2x-11,\ x\geq 4 \end{cases}$.

a) Calcule las derivadas laterales de $f(x)$ en $x=4$, utilizando la definición de derivada.

b) ¿La función $f(x)$ es derivable en $x=4$? ¿Es continua en $x=4$? Justifique la respuesta.

c) Calcule la siguiente integral: $I=\int\sqrt{6x-1}\cdot dx$.

----

a)

La definición de derivada es la siguiente: $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x)-f(h)}{h}$.

$$f'(4^-)=\lim_{x\to 4}\frac{f(x^-)-f(4)}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{(x^2-6x+5)-(2\cdot 4-11)}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{x^2-6x+5-8+11}{x-4}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{x^2-6x+8}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{(x-2)(x-4)}{x-4}=\lim_{x\to 4}(x-2)=4-2=2.$$

$$f'(4^+)=\lim_{x\to 4}\frac{f(x^+)-f(4)}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{(2x-11)-(2\cdot 4-11)}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{2x-11-8+11}{x-4}=$$

$$=\lim_{x\to 4}\frac{2x-8}{x-4}=\lim_{x\to 4}\frac{2(x-4)}{x-4}=\lim_{x\to 4}2=2.$$

$$\underline{f'(4^-)=f'(4^+)=2}.$$

b)

Para que una función sea derivable en un punto es condición necesaria que sea continua en ese punto, por lo cual, antes de estudiar su derivabilidad se estudia su continuidad.

La función $f(x)$ es continua en R, excepto para $x=1$ y $x=4$, cuya continuidad es dudosa; se estudia a continuación, como se pide, para $x=4$.

Una función es continua en un punto cuando sus límites por la izquierda y por la derecha existen y son iguales e iguales al valor de la función en ese punto.

Del apartado anterior se sabe que $\lim_{x\to 4^-}f(x)=\lim_{x\to 4^+}f(x)=-3$; para que sea continua es necesario que el valor de la función coincida, para $x=4$, con el valor de sus límites laterales:

$$f(4)=2\cdot 4-11=8-11=-3=\lim_{x\to 4^-}f(x)=\lim_{x\to 4^+}f(x).$$

$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ continua\ en\ x = 4.}$$

Una función es derivable en un punto cuando sus derivadas por la izquierda y por la derecha son iguales en ese punto.

Como se vio en el apartado anterior: $f'(4^-) = f'(4^+) = f'(4) = 2$.

$$\underline{La\ función\ f(x)\ es\ derivable\ para\ x = 4.}$$

$c)$

$$I = \int \sqrt{6x-1} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} 6x - 1 = t \\ dx = \frac{1}{6} \cdot dt \end{matrix} \right\} \Rightarrow \int \sqrt{t} \cdot \frac{1}{6} \cdot dt = \frac{1}{6} \cdot \int t^{\frac{1}{2}} \cdot dt =$$

$$= \frac{1}{6} \cdot \frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C = \frac{1}{6} \cdot \frac{t^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{9} \cdot t\sqrt{t} + C.$$

$$\underline{I = \int \sqrt{6x-1} \cdot dx = \frac{1}{9} \cdot (6x-1)\sqrt{6x-1} + C.}$$

****

6º) En un centro de bachillerato aprobaron la prueba de acceso a la universidad 112 estudiantes de los 140 que se presentaron. En un segundo centro aprobaron la prueba el 60 % de los 110 estudiantes presentados.

a) Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que haya aprobado.

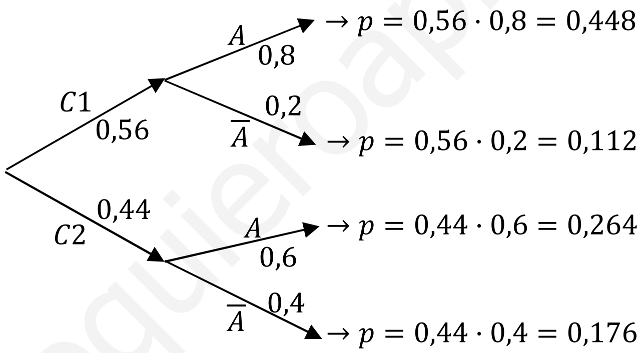
b) Se selecciona un estudiante al azar. Calcule la probabilidad de que proceda del segundo centro, sabiendo que el estudiante ha suspendido.

c) Se seleccionan tres estudiantes al azar sin reemplazamiento. Calcule la probabilidad de que pertenezcan al mismo centro.

$$P(C1) = \frac{140}{140+110} = \frac{140}{250} = 0{,}56. \qquad P(C2) = 1 - P(C1) = 1 - 0{,}56 = 0{,}44.$$

$$P(A/C1) = \frac{112}{140} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5} = 0{,}8. \qquad P\left(\overline{A}/C1\right) = P(A/C1) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2.$$

$$P(A/C2) = 0{,}6. \qquad P\left(\overline{A}/C2\right) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4.$$



a)

$$P = P(A) = P(C1 \cap A) + P(C2 \cap A) =$$

$$= P(C1) \cdot P(A/C1) + P(C2) \cdot P(A/C2) = 0{,}55 \cdot 0{,}8 + 0{,}44 \cdot 0{,}6 =$$

$$= 0{,}448 + 0{,}264 = \underline{0{,}712}.$$

b)

$$P = P\left(C2/\overline{A}\right) = \frac{P\left(C2 \cap \overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)} = \frac{P(C2) \cdot P\left(C2/\overline{A}\right)}{1 - P(A)} = \frac{0{,}44 \cdot 0{,}4}{1 - 0{,}712} = \frac{0{,}176}{0{,}288} = \underline{0{,}6111}.$$

c)

La probabilidad pedida es la suma de que los tres pertenezcan al primer centro y la probabilidad que los tres pertenezcan al segundo centro:

$$P = \frac{140}{250} \cdot \frac{139}{249} \cdot \frac{138}{248} + \frac{110}{250} \cdot \frac{109}{249} \cdot \frac{108}{248} = \frac{140 \cdot 139 \cdot 138 + 110 \cdot 109 \cdot 108}{250 \cdot 249 \cdot 248} =$$

$$= \frac{140 \cdot 139 \cdot 138 + 110 \cdot 109 \cdot 108}{250 \cdot 249 \cdot 248} = \frac{2.685.480 + 1.294.920}{15.438.000} = \frac{3.980.400}{15.438.000} = \underline{0{,}2578}.$$

****