PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE NAVARRA

SEPTIEMBRE - 2003

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Responde a una opción de cada grupo de preguntas.

GRUPO 1

Opción A

1º) Prueba que la función $f(x) = x^2 - 2x + \cos x$ tiene al menos un mínimo relativo en el intervalo $(0, \pi)$.

La condición necesaria para que una función tenga un extremo relativo en un punto es que su derivada se anule para ese punto: $f'(x) = 2x - 2 - sen\ x$

La función f'(x) es continua en todos los puntos del intervalo $[0, \pi]$ y derivable en todos los puntos del intervalo $(0, \pi)$, por lo cual le es aplicable el Teorema de Bolzano, que dice que: "si una función f es continua en un intervalo cerrado [a, b] y en los extremos de éste toma valores de distinto signo, entonces existe al menos un valor $c \in (a, b)$ tal que $f(c) = 0$".

$$f'(x) = 2x - 2 - sen\ x \Rightarrow \begin{cases} f'(0) = -2 - sen\ 0 = -2 - 0 = -2 < 0 \\ \\ f'(\pi) = 2\pi - 2 - sen\ \pi = 2\pi - 2 - 0 = 2(\pi - 1) > 0 \end{cases}$$

Lo anterior demuestra que la función f(x) tiene un extremo relativo en el intervalo $(0, \pi)$. Para diferenciar si se trata de un máximo o de un mínimo relativo recurrimos a la segunda derivada: $si\ \ f''(x) < 0 \Rightarrow máximo\ \ y\ \ si\ \ f''(x) > 0 \Rightarrow mínimo$.

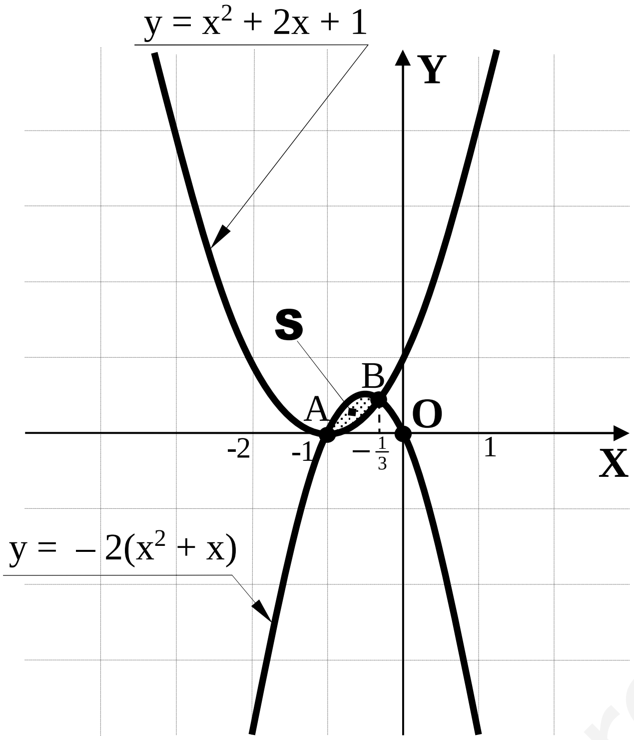
$f''(x) = 2 - \cos\ x > 0,\ \ \forall x \in R$

$$\underline{\underline{f(x) = x^2 - 2x + \cos x\ \ tiene\ \ un\ \ mínimo\ \ relativo\ \ en\ \ (0, \pi),\ \ c.q.d.}}$$

****

2º) Dibuja la región del plano limitada por las parábolas $y = x^2 + 2x + 1$ *e* $y = -2(x^2 + x)$. Calcula también el área de dicha región.

Los puntos de corte de cada función con el eje de abscisas son:



$y = x^2 + 2x + 1 = 0 \Rightarrow (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$

$\Rightarrow \underline{A(-1,\ 0)} \rightarrow (Mínimo)$

$y = -2(x^2 + x) = 0 \Rightarrow -2x(x+1) = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow \underline{O(0,\ 0)} \\ x_2 = -1 \rightarrow \underline{A(-1,\ 0)} \end{cases}$$

Los puntos de corte de las dos parábolas se obtienen igualando sus ecuaciones:

$x^2 + 2x + 1 = -2x^2 - 2x \;;\; 3x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{6} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{6} = \frac{-4 \pm 2}{6} = \frac{-2 \pm 1}{3} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \rightarrow \underline{A(-1,\ 0)} \\ x_2 = -\frac{1}{3} \rightarrow \underline{B\left(\frac{1}{3},\ \frac{16}{9}\right)} \end{cases}$$

La representación gráfica, aproximada, de la situación es la de la figura.

Por ser todas las ordenadas de la parábola $y = -2(x^2 + x)$ iguales o mayores que las correspondientes ordenadas de la parábola $y = x^2 + 2x + 1$ en el intervalo $\left(-1,\ -\frac{1}{3}\right)$, la superficie pedida es la siguiente:

$$S = \int_{-1}^{-\frac{1}{3}} \left[-2(x^2 + x) - (x^2 + 2x + 1)\right] \cdot dx = \int_{-1}^{-\frac{1}{3}} \left(-2x^2 - 2x - x^2 - 2x - 1\right) \cdot dx = \int_{-1}^{-\frac{1}{3}} \left(-3x^2 - 4x - 1\right) \cdot dx =$$

$$= \left[-x^3 - 2x^2 - x\right]_{-1}^{-\frac{1}{3}} = \left[-\left(-\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)\right] - \left[-(-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 - (-1)\right] =$$

$$= \frac{1}{27} - \frac{2}{9} + \frac{1}{3} - 1 + 2 - 1 = \frac{1}{27} - \frac{2}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1 - 6 + 9}{27} = \underline{\underline{\frac{4}{27}\ u^2 = S}}$$

****

Opción B

1º) Calcula y expresa lo más simplificadamente posible la derivada de las siguientes funciones: $f(x) = L\,tag\ x$ y $g(x) = (\cos\ x)^{\cos\ x}$.

$$f(x) = L\,tag\ x = L\,u\ ;;\ f'(x) = \frac{u'}{u}\ \Rightarrow \left\{\begin{matrix} u = tag\ x \\ u' = \frac{1}{\cos^2\ x} \end{matrix}\right\} \Rightarrow f'(x) = \frac{\frac{1}{\cos^2\ x}}{tag\ x} = \frac{\frac{1}{\cos^2\ x}}{\frac{sen\ x}{\cos\ x}} = \frac{\frac{1}{\cos\ x}}{sen\ x} =$$

$$= \frac{1}{sen\ x \cdot \cos\ x} = \frac{2}{2 \cdot sen\ x \cdot \cos\ x} = \underline{\underline{\frac{2}{sen\ (2x)} = f'(x)}}$$

De otra forma:

$$f(x) = L\,tag\ x = L\frac{sen\ x}{\cos\ x} = L\ sen\ x - L\ \cos\ x$$

$$f'(x) = \frac{\cos\ x}{sen\ x} - \frac{-sen\ x}{\cos\ x} = \frac{\cos\ x}{sen\ x} + \frac{sen\ x}{\cos\ x} = \frac{\cos^2\ x + sen^2\ x}{sen\ x \cdot \cos\ x} = \frac{1}{sen\ x \cdot \cos\ x} = \frac{2}{2 \cdot sen\ x \cdot \cos\ x} =$$

$$= \underline{\underline{\frac{2}{sen\ (2x)} = f'(x)}}$$

$$g(x) = (\cos\ x)^{\cos\ x}\ \Rightarrow\ L\,g(x) = L\ (\cos\ x)^{\cos\ x} = \cos\ x \cdot L\ \cos\ x$$

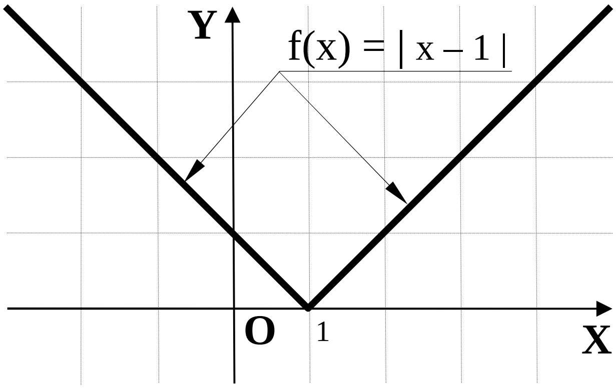
$$\frac{g'(x)}{g(x)} = \cos x \cdot L\ \cos x + \cos x \cdot \frac{-sen\ x}{\cos\ x} = \cos\ x \cdot L\ \cos\ x - sen\ x\ ;;$$

$$g'(x) = g(x) \cdot (\cos\ x \cdot L\ \cos\ x - sen\ x) = \underline{\underline{(\cos x)^{\cos\ x} \cdot (\cos\ x \cdot L\ \cos\ x - sen\ x) = g'(x)}}$$

****

2º) Calcula la siguiente integral definida: $I=\int_{-1}^{2} x \cdot |1-x| \cdot dx$.

Teniendo en cuenta que la función $f(x)=|x-1|$ puede expresarse de la forma "definida a trozos" así: $f(x)=\begin{cases} 1-x & si \;\; x<1 \\ x-1 & si \;\; x>1 \end{cases}$, como puede apreciarse en la representación gráfica de la función que se expresa en la figura adjunta.



Considerando también la siguiente propiedad de las integrales definidas:

$$\int_a^c f(x)\cdot dx=\int_a^b f(x)\cdot dx+\int_b^c f(x)\cdot dx,$$

siempre que se cumpla que a < b < c, la integral pedida puede resolverse como se hace a continuación:

$$I=\int_{-1}^{2} x \cdot |1-x| \cdot dx=\int_{-1}^{1} x\cdot(1-x)\cdot dx+\int_{1}^{2} x\cdot(x-1)\cdot dx=\int_{-1}^{1}\left(x-x^2\right)\cdot dx+\int_{1}^{2}\left(x^2-x\right)\cdot dx=$$

$$=\left[\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{1}+\left[\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}\right]_{1}^{2}=\left(\frac{1^2}{2}-\frac{1^3}{3}\right)-\left[\frac{(-1)^2}{2}-\frac{(-1)^3}{3}\right]+\left[\left(\frac{2^3}{3}-\frac{2^2}{2}\right)-\left(\frac{1^3}{3}-\frac{1^2}{2}\right)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}-\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{8}{3}-2-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=-1+\frac{8}{3}-2+\frac{1}{2}=-3+\frac{8}{3}+\frac{1}{2}=\frac{-18+16+3}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{6}\;u^2=I}}$$

****

Opción C

1º) Sea C un cuadrado, cuyos lados tienen longitud 3, tal que:

Uno de sus vértices es el punto A(1, 1, 1) y otro de ellos, B, esta en el plano de ecuación $\pi_1 \equiv x - y - z = 0$.

Uno de sus lados está contenido en la recta r intersección de los planos de ecuaciones $\pi_2 \equiv x + z = 2$ y $\pi_3 \equiv x + 4y - z = 4$.

Encuentra los otros tres vértices que permitan construir el cuadrado C cumpliendo las condiciones anteriores.

Una de las diferentes formas de resolver el ejercicio es la siguiente.

La recta r expresada por dos ecuaciones implícitas es $r \equiv \begin{cases} x + 4y - z - 4 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases}$, que contiene al punto A(1, 1, 1) por satisfacer ambas ecuaciones.

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es así:

$$r \equiv \begin{cases} x + 4y - z - 4 = 0 \\ x + z - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \underline{z = \lambda} \ ;; \ \underline{x = 2 - \lambda} \ ;; \ 4y = 4 + \lambda - x = 4 + \lambda - 2 + \lambda = 2 + 2\lambda \ ;;$$

$$\underline{y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda} \Rightarrow \underline{r \equiv \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda \\ z = \lambda \end{cases}}$$

Un punto genérico de r es de la forma $D\left(2 - \lambda, \ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda, \ \lambda\right)$.

Teniendo en cuenta que $\overline{AD} = 3$:

$$\overline{AD} = P - A = \left(2 - \lambda, \ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda, \ \lambda\right) - (1, \ 1, \ 1) = \left(1 - \lambda, \ -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda, \ -1 + \lambda\right).$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(1 - \lambda)^2 + \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\lambda\right)^2 + (-1 + \lambda)^2} = 3 \ ;; \ 1 - 2\lambda + \lambda^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\lambda + \frac{\lambda^2}{4} + 1 - 2\lambda + \lambda^2 = 9 \ ;;$$

$$-4\lambda + 2\lambda^2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{2}\lambda + \frac{\lambda^2}{4} = 7 \ ;; \ -16\lambda + 8\lambda^2 + 1 - 2\lambda + \lambda^2 = 28 \ ;; \ 9\lambda^2 - 18\lambda - 27 = 0 \ ;;$$

$$\lambda^2-2\lambda-3=0 \;;\; \lambda=\frac{2\pm\sqrt{4+12}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{16}}{2}=\frac{2\pm 4}{2}=1\pm 2 \;\Rightarrow\; \begin{cases}\lambda_1=3 \;\rightarrow\; \underline{D_1(-1,\;2,\;3)} \\ \lambda_2=-1 \;\rightarrow\; \underline{D_2(3,\;0,\;-1)}\end{cases}$$

Considerando, por ejemplo, el punto D$_1$(-1, 2, 3) y teniendo en cuenta que los puntos pertenecientes al plano $\pi_1 \equiv x-y-z=0$ son de la forma $B(x,\;x-z,\;z)$, la distancia entre los puntos B y A es el lado, o sea, 3 unidades y la distancia entre B y D$_1$, que es la diagonal del cuadrado, tiene que ser $\overline{BD_1}=d=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}$.

$$\overline{AB}=3=\sqrt{(x-1)^2+(x-z-1)^2+(z-1)^2} \;;\;$$

$$9=x^2-2x+1+x^2+z^2+1-2xz-2x+2z+z^2-2z+1 \;;\; 2x^2+2z^2-4x-2xz-6=0 \;;\;$$

$$\underline{x^2+z^2-2x-xz-3=0} \qquad (1)$$

$$\overline{BD_1}=\sqrt{18}=\sqrt{(x+1)^2+(x-z-2)^2+(z-3)^2} \;;\;$$

$$18=x^2+2x+1+x^2+z^2+4-2xz-4x+4z+z^2-6z+9 \;;\; 2x^2+2z^2-2x-2z-2xz-4=0 \;;\;$$

$$\underline{x^2+z^2-x-z-xz-2=0} \qquad (2)$$

De las expresiones (1) y (2) se deduce:

$$x^2+z^2-2x-xz-3=x^2+z^2-x-z-xz-2 \;;\; -2x-3=-x-z-2 \;;\; \underline{z=x+1}$$

Sustituyendo el valor obtenido de z en la expresión (1):

$$x^2+(x+1)^2-2x-x(x+1)-3=0 \;;\; x^2+x^2+2x+1-2x-x^2-x-3=0 \;;\; \underline{x^2-x-2=0}$$

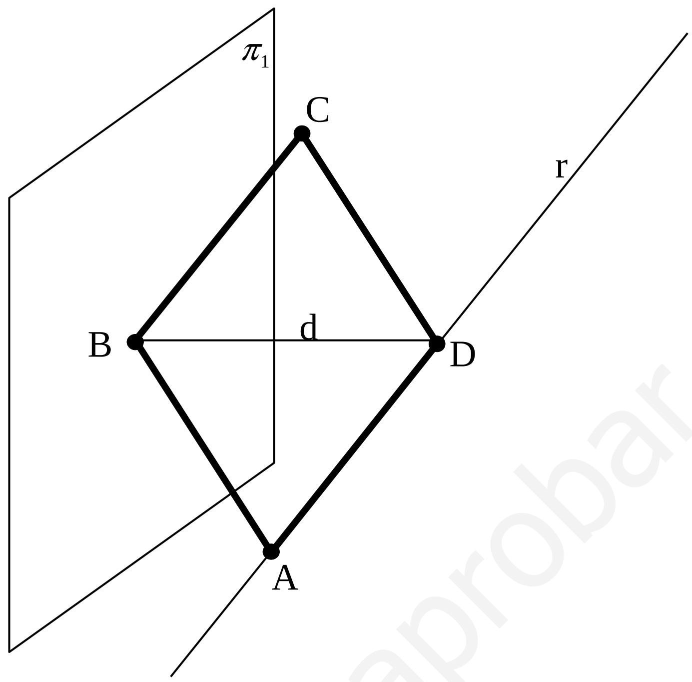
$$x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm 3}{2} \;\Rightarrow\; \begin{cases}x_1=2 \;\rightarrow\; z_1=3 \;\rightarrow\; y_1=x_1-z_1=-1 \;\Rightarrow\; \underline{B_1(2,\;-1,\;3)} \\ x_2=-1 \;\rightarrow\; z_2=0 \;\rightarrow\; y_2=x_2-z_2=-1 \;\Rightarrow\; \underline{B_2(-1,\;-1,\;0)}\end{cases}$$

Considerando los tres vértices del cuadrado A(1, 1, 1), B$_1$(2, -1, 3) y D$_1$(-1, 2, 3), el cuarto vértice puede obtenerse de forma vectorial teniendo en cuenta que $\overrightarrow{AD_1}=\overrightarrow{B_1C}$:

$$\left.\begin{array}{l}\overrightarrow{AD_1}=D_1-A=(-1,\;2,\;3)-(1,\;1,\;1)=(-2,\;1,\;2) \\ \overrightarrow{B_1C}=C-B_1=(x,\;y,\;z)-(2,\;-1,\;3)=(x-2,\;y+1,\;z-3)\end{array}\right\} \Rightarrow (-2,\;1,\;2)=(x-2,\;y+1,\;z-3) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-2=-2 \rightarrow \underline{x=0} \\ y+1=1 \rightarrow \underline{y=0} \\ z-3=2 \rightarrow \underline{z=5} \end{cases} \Rightarrow \underline{C(0,\ 0,\ 5)}$$

La representación gráfica de la situación se expresa en la figura adjunta.



$$\underline{\underline{Solución:\ A(1,\ 1,\ 1),\ \ B(2,\ -1,\ 3),\ \ C(0,\ 0,\ 5)\ \ y\ \ D(-1,\ 2,\ 3)}}$$

****

2º) Encuentra el valor, o valores, del parámetro α que hacen que el siguiente sistema matricial: $\begin{pmatrix} 0 & -2 & \alpha \\ 1 & -\alpha & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ sea incompatible.

El sistema lineal resultante es $\left.\begin{array}{r} -2y+\alpha z=1 \\ x-\alpha y+z=2 \\ x+y=1 \end{array}\right\}$ y las matrices de coeficientes y ampliadas son las siguientes: $M = \begin{pmatrix} 0 & -2 & \alpha \\ 1 & -\alpha & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ y $M' = \begin{pmatrix} 0 & -2 & \alpha & 1 \\ 1 & -\alpha & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Para que el sistema sea incompatible, según el Teorema de Rouché-Fröbenius, los rangos de las matrices M y M' tienen que ser diferentes.

El rango de M en función del parámetro α es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 0 & -2 & \alpha \\ 1 & -\alpha & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \alpha - 2 + \alpha^2 = 0 \;\;;;\;\; \alpha^2 + \alpha - 2 = 0$$

$$\alpha = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \Rightarrow \underline{\alpha_1 = 1} \;\;;;\;\; \underline{\alpha_2 = -2}$$

Para $\alpha = 1$ resulta $M' = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y su rango es el siguiente:

$$Rango\;\; M' \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \{C_1,\ C_2,\ C_4\} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1-4+1+2=0 \\ \{C_1,\ C_3,\ C_4\} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2-1-1=0 \\ \{C_2,\ C_3,\ C_4\} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -2+2-1+1=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{Rango\;\; M' = 2}$$

Para $\alpha = -2$ resulta $M' = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y su rango es el siguiente:

$$Rango\ \ M' \ \Rightarrow\ \{C_1,\ C_2,\ C_4\} = \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 1-4-2+2 = -3 \neq 0 \ \Rightarrow\ \underline{Rango\ \ M' = 3}$$

$$\underline{Para\ \ \alpha = -2 \ \Rightarrow\ Rango\ \ M = 2\ \ ;;\ \ Rango\ \ M' = 3 \ \Rightarrow\ Sistema\ \ Incompatible}$$

$$\underline{\underline{El\ \ único\ \ valor\ \ que\ \ cumple\ \ lo\ \ pedido\ \ es\ \ \alpha = -2}}$$

****

Opción D

1º) Supongamos que la matriz cuadrada $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & a\\ 0 & 1 & b\\ 3 & 2 & c\end{pmatrix}$ es inversible. Prueba que la solución del sistema $A\cdot\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\end{pmatrix}$ verifica que $x_3=0$.

Multiplicando por la izquierda por la inversa de A, resulta:

$$A^{-1}\cdot A\cdot\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\end{pmatrix}\ ;;\ I\cdot\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\end{pmatrix}\ ;;\ \underline{\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=A^{-1}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\end{pmatrix}}\qquad (*)$$

La inversa de A, en función de a, b y c, es la siguiente:

$$|A|=\begin{vmatrix}1 & 2 & a\\ 0 & 1 & b\\ 3 & 2 & c\end{vmatrix}=c+6b-3a-2b=-3a+4b+c=|A|\ ;;\ A^T=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & 1 & 2\\ a & b & c\end{pmatrix}$$

$$Adj\left(A^T\right)=\begin{pmatrix}\begin{vmatrix}1 & 2\\ b & c\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}2 & 2\\ a & c\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}2 & 1\\ a & b\end{vmatrix}\\ -\begin{vmatrix}0 & 3\\ b & c\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}1 & 3\\ a & c\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 0\\ a & b\end{vmatrix}\\ \begin{vmatrix}0 & 3\\ 1 & 2\end{vmatrix} & -\begin{vmatrix}1 & 3\\ 2 & 2\end{vmatrix} & \begin{vmatrix}1 & 0\\ 2 & 1\end{vmatrix}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}c-2b & 2a-2c & 2b-a\\ 3b & c-3a & -b\\ -3 & 4 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad \underline{A^{-1}=\frac{1}{-3a+4b+c}\cdot\begin{pmatrix}c-2b & 2a-2c & 2b-a\\ 3b & c-3a & -b\\ -3 & 4 & 1\end{pmatrix}}\qquad Sustituyendo\ \ en\ \ (*):$$

$$\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}=\frac{1}{-3a+4b+c}\begin{pmatrix}c-2b & 2a-2c & 2b-a\\ 3b & c-3a & -b\\ -3 & 4 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\ 1\\ -1\end{pmatrix}=\frac{1}{-3a+4b+c}\begin{pmatrix}c-2b+2a-2c-2b+a\\ 3b+c-3a+b\\ -3+4-1\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{-3a+4b+c}\begin{pmatrix}3a-4b-c\\ -3a+4b+c\\ 0\end{pmatrix}\quad\Rightarrow\quad \underline{\underline{x_3=0,\ \ c.d.j.}}\qquad (como\ \ debíamos\ \ verificar)$$

****

2º) Estudia, en función del parámetro m, la posición relativa de los siguientes planos: $\pi_1 \equiv x - y + z = 0, \quad \pi_2 \equiv 3x - 2y + z = 2 \;\; y \;\; \pi_3 \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = m\lambda + \mu \\ z = -1 + \lambda + 2\mu \end{cases}$.

La expresión del plano $\pi_3 \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = m\lambda + \mu \\ z = -1 + \lambda + 2\mu \end{cases}$ en forma general es como sigue:

Contiene al punto P(1, 0, -1) y tiene como vectores directores a $\overrightarrow{u} = (1, \; m, \; 1)$ y $\overrightarrow{v} = (0, \; 1, \; 2)$.

$$\pi_3(P; \; \overrightarrow{u}, \; \overrightarrow{v}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \;\; ;; \;\; 2m(x-1) + (z+1) - (x-1) - 2y = 0 \;\; ;;$$

$$2mx - 2m + z + 1 - x + 1 - 2y = 0 \;\; ;; \;\; \underline{\pi_3 \equiv (2m-1)x - 2y + z + (2-2m) = 0}$$

El sistema formado por los tres planos es: $\left.\begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ 3x - 2y + z - 2 = 0 \\ (2m-1)x - 2y + z + (2-2m) = 0 \end{array}\right\}$.

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2m-1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \;\; y \;\; M' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 & -2 \\ 2m-1 & -2 & 1 & 2-2m \end{pmatrix}.$$

El rango de M en función del parámetro m es el siguiente:

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 2m-1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -2 - 6 - 2m + 1 + 4m - 2 + 2 + 3 = 2m - 4 = 2(m-2) = 0 \;\; ;; \;\; \underline{m = 2}$$

$$\underline{Para \;\; m \neq 2 \;\Rightarrow\; Rango \;\; M = Rango \;\; M' = 3 = n^o \;\; incóg. \;\Rightarrow\; Compatible \;\; Deter\min ado}$$

Para m = 2 el sistema resulta $\left.\begin{array}{l} x - y + z = 0 \\ 3x - 2y + z - 2 = 0 \\ 3x - 2y + z - 2 = 0 \end{array}\right\}$ donde se aprecia que los planos segundo y tercero son coincidentes.

Para $m \neq 2$ los tres planos son sexantes y se cortan en un punto.

Para $m = 2$ los planos π_2 y π_3 son coincidentes y secantes a π_1.

****