PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

SEPTIEMBRE-2000

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a una sola de las dos cuestiones de cada uno de los bloques. La puntuación de las dos cuestiones de cada bloque es la misma.

BLOQUE 1

1º) a) Estudiar si los vectores $\overrightarrow{v_1} = (2,\ 1,\ -1)$ y $\overrightarrow{v_2} = (1,\ -1,\ 1)$ son linealmente independientes.

b) Escribir la relación que deben verificar las coordenadas de un vector $\overrightarrow{v} = (a,\ b,\ c)$ para que sea combinación lineal de los vectores $\overrightarrow{v_1}$ y $\overrightarrow{v_2}$.

----

a)

Dos vectores son linealmente dependientes cuando sus componentes son proporcionales:

$$\overrightarrow{v_1} = (2,\ 1,\ -1)\ \ y\ \ \overrightarrow{v_2} = (1,\ -1,\ 1) \Rightarrow \frac{2}{1} \neq \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}$$

$$\underline{\underline{Los\ \ vectores\ \ \overrightarrow{v_1}\ \ y\ \ \overrightarrow{v_2}\ \ son\ \ linealmente\ \ independientes}}$$

b)

Tres vectores son linealmente dependientes (coplanarios) cuando el rango del conjunto que determinan es menor que tres, o sea, que el determinante que determinan sus componentes es cero.

$$Rango\ \left\{\overrightarrow{v},\ \overrightarrow{v_1},\ \overrightarrow{v_2}\right\} < 3 \Rightarrow \begin{vmatrix} a & b & c \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0\ ;;\ a - 2c - b - c - a - 2b = 0\ ;;\ -3b - 3c = 0$$

$\underline{\underline{Los \ \ vectores \ \ \left\{\overrightarrow{v}, \ \overrightarrow{v_1} \ \ y \ \ \overrightarrow{v_2}\right\} son \ \ linealmente \ \ dependientes \ \ cuando \ \ b+c=0}}$

****

2º) a) Enunciar el Teorema de Rouché-Fröbenius.

b) Discutir, en función de los valores de los parámetros a y b, el sistema de ecuaciones lineales $\begin{cases} 2x+ay+z=1 \\ x+y+az=b \\ x-y+z=3 \end{cases}$.

----

a)

El Teorema de Rouché-Fröbenius puede enunciarse del modo siguiente:

La condición necesaria y suficiente para que un sistema de m ecuaciones con n incógnitas tenga solución es que coincida el rango de la matriz de los coeficientes con el rango de la matriz ampliada con los términos independientes.

Si el rango es igual al número de incógnitas el sistema es compatible determinado.

Si el rango es menor que el número de incógnitas el sistema es compatible indeterminado.

En el caso particular de un sistema homogéneo, la condición necesaria y suficiente para que un sistema sea compatible es que el rango de la matriz de los coeficientes sea menor que el número de incógnitas. La condición necesaria y suficiente para que un sistema de n ecuaciones homogéneas con n incógnitas sea compatible es que el determinante de la matriz de los coeficientes sea nulo.

b)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$M=\begin{pmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad y \quad M'=\begin{pmatrix} 2 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & b \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

El rango de M en función del parámetro a es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 2 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=2-1+a^2-1+2a-a=a^2+a=a(a+1)=0 \;;;\; \underline{a_1=0} \;;;\; \underline{a_2=-1}$$

$$Para \begin{Bmatrix} a\neq 0 \\ a\neq -1 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ M = Rango\ M'=3=n^{o}\ incóg. \Rightarrow Compatible\ Determinado$$

Para los valores de a determinados y en función de b, el rango de M’ es el siguiente:

$$Para\ \ a=0\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & b \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}\ \Rightarrow\ \{C_1=C_2+2C_3\}\Rightarrow\ Rango\ \ de\ \ M'\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & b \\ -1 & 1 & 3 \end{vmatrix}=1-b-3=-b-2=0\ \ ;;\ \ \underline{b=-2}$$

$$\underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} a=0 \\ b\neq -2 \end{Bmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M=2\ \ ;;\ \ Rango\ \ M'=3\ \Rightarrow\ Incompatible}}$$

$$\underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} a=0 \\ b=-2 \end{Bmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M=Rango\ \ M'=2<n^{o}\ \ incóg.\ \Rightarrow\ Compatible\ \ In\det r\min ado}}$$

$$Para\ \ a=-1\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & b \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}\ \Rightarrow\ \{C_2=-C_3\}\Rightarrow\ Rango\ \ de\ \ M'\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & b \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}=6-1-b-1+2b+3=b+7=0\ \ ;;\ \ \underline{b=-7}$$

$$\underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} a=-1 \\ b\neq -7 \end{Bmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M=2\ \ ;;\ \ Rango\ \ M'=3\ \Rightarrow\ Incompatible}}$$

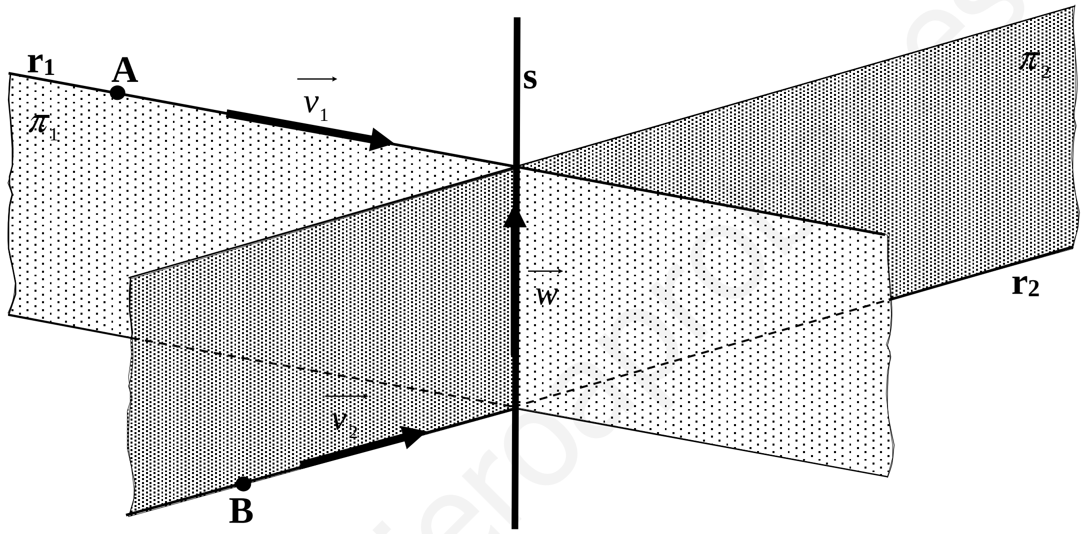
$$\underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} a=-1 \\ b=-7 \end{Bmatrix}\ \Rightarrow\ Rango\ \ M=Rango\ \ M'=2<n^{o}\ \ incóg.\ \Rightarrow\ Compatible\ \ In\det r\min ado}}$$

****

BLOQUE 2

1º) Encontrar la ecuación de la recta s perpendicular común de las rectas $r_1 \equiv \begin{cases} x = 5 + t \\ y = 6 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$ y $r_2 \equiv \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 - t \end{cases}$.

Para determinar la recta r, perpendicular común vamos a seguir el siguiente procedimiento, que además se ilustra con el gráfico adjunto:



1.- Determinamos los puntos $A \in r \;\; y \;\; B \in s$: A(5, 6, -1) y B(1, 0, -1).

2.- Hallamos unos vectores directores de las rectas: $\overrightarrow{v_1} = (1,\ 1,\ 1)$ y $\overrightarrow{v_2} = (1,\ 1,\ -1)$.

3.- Obtenemos un vector $\overrightarrow{w}$, perpendicular a $\overrightarrow{v_1} \;\; y \;\; \overrightarrow{v_2}$:

$$\overrightarrow{w} = \overrightarrow{v_1} \wedge \overrightarrow{v_2} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -i + j + k - k - i + j = -2i + 2j \Rightarrow \underline{\overrightarrow{w} = (-1,\ 1,\ 0)}$$

4.- Determinamos los planos $\pi_1 \;\; y \;\; \pi_2$, de la forma siguiente:

$$\pi_1(A;\ \overrightarrow{v_1},\ \overrightarrow{w}) \equiv \begin{vmatrix} x-5 & y-6 & z+1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \;\;;;\;\; -(y-6) + (z+1) + (z+1) - (x-5) = 0$$

$$-(x-5) - (y-6) + 2(z+1) = 0 \;\;;;\;\; -x + 5 - y + 6 + 2z + 2 = 0 \;\;;;\;\; \underline{\pi_1 \equiv x + y - 2z - 13 = 0}$$

$$\pi_2(B;\ \vec{v}_2,\ \vec{w}) \equiv \begin{vmatrix} x-1 & y & z+1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \ ;; \ y + (z+1) + (z+1) + (x-1) = 0 \ ;;$$

$$(x-1) + y + 2(z+1) = 0 \ ;; \ x - 1 + y + 2z + 2 = 0 \ ;; \ \underline{\pi_2 \equiv x + y + 2z + 1 = 0}$$

La recta pedida s, es la que determinan los planos π_1 y π_2 en su intersección:

$$\underline{\underline{s \equiv \begin{cases} x + y - 2z - 13 = 0 \\ x + y + 2z + 1 = 0 \end{cases}}}$$

****

2º) a) Estudiar si la recta $r \equiv \begin{cases} x+y=0 \\ z=1 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x+y+z=4$ son o no paralelos.

b) Encontrar la ecuación general del plano π' que contiene a la recta r y es perpendicular al plano π.

El plano π y la recta r son paralelos cuando el vector normal del plano y el vector director de la recta son perpendiculares.

Un vector normal del plano π puede ser $\underline{\overrightarrow{n}=(1,\ 1,\ 1)}$.

Para determinar un vector director de la recta la expresamos mediante unas ecuaciones paramétricas:

$$r \equiv \begin{cases} x+y=0 \\ \underline{z=1} \end{cases} \Rightarrow \underline{y=\lambda}\ ;;\ \underline{x=-\lambda} \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x=-\lambda \\ y=\lambda \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow \underline{\overrightarrow{v}=(-1,\ 1,\ 0)}.$$

Sabiendo que dos vectores son perpendiculares cuando su producto escalar es cero:

$$\overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{n} = (-1,\ 1,\ 0)\cdot(1,\ 1,\ 1) = -1+1+0=0$$

$$\underline{\underline{La\ \ recta\ \ r\ \ y\ \ el\ \ plano\ \ \pi\ \ son\ \ paralelos}}$$

b)

El plano π' puede determinarse por los vectores $\overrightarrow{v}=(-1,\ 1,\ 0)$ y $\overrightarrow{n}=(1,\ 1,\ 1)$ y por un punto cualquiera de la recta r.

Un punto de la recta r es, por ejemplo, para $\lambda=0$, P(0, 0, 1).

$$\pi'(P;\ \overrightarrow{v},\ \overrightarrow{n}) \equiv \begin{vmatrix} x & y & z-1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0\ ;;\ x-(z-1)-(z-1)+y=0\ ;;\ x+y-2(z-1)=0\ ;;$$

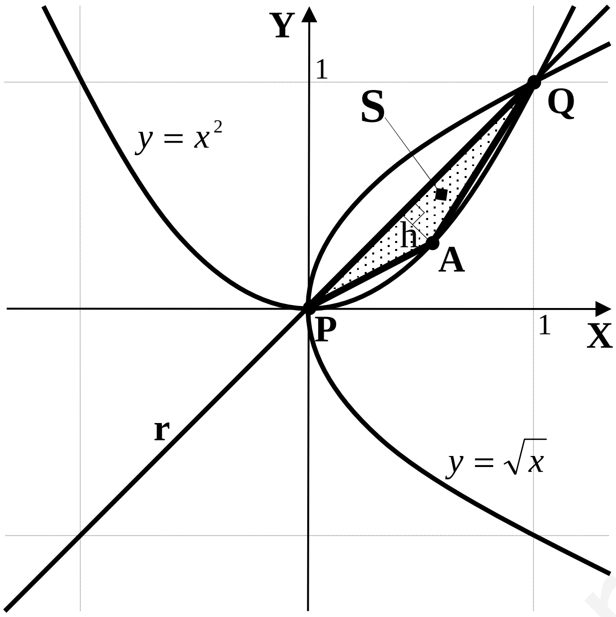
$$\underline{\underline{\pi' \equiv x+y-2z+2=0}}$$

****

BLOQUE 3

1º) Las curvas $y = \sqrt{x}$ e $y = x^2$ se cortan en los puntos P y Q. Encontrar el punto A que está situado sobre la curva $y = \sqrt{x}$, entre P y Q, y que determina con P y Q un triángulo PAQ de área máxima.

Los puntos de corte de las curvas son las soluciones del sistema de ecuaciones que forman:



$$\left.\begin{array}{l} y = \sqrt{x} \\ y = x^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \sqrt{x} = x^2 \;;;\; x = x^4 \;;;\; x^4 - x = 0$$

$$x\left(x^3 - 1\right) = 0 \;\Rightarrow\; \left\{\begin{array}{l} x_1 = 0 \to \underline{P(0,\ 0)} \\ x_2 = 1 \to \underline{Q(1,\ 1)} \end{array}\right.$$

La recta r que pasa por los puntos P y Q es $r \equiv x - y = 0$.

El punto A, por pertenecer a la curva $y = \sqrt{x}$, tiene por expresión $A\left(x,\ \sqrt{x}\right)$.

Sabiendo que la distancia de un punto C(m, n) a una recta s de ecuación general $s \equiv Ax + By + C = 0$ viene dada por la fórmula $d = \left|\frac{Am + Bn + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$. Aplicando está fórmula al punto $A\left(x,\ \sqrt{x}\right)$ y a la recta $r \equiv x - y = 0$, resulta:

$$d = \left|\frac{1 \cdot x - 1 \cdot \sqrt{x}}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}}\right| = \left|\frac{x - \sqrt{x}}{\sqrt{2}}\right| = \underline{\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{x} - x\right) = d} \qquad \left(Siendo\;\; x < 1 \;\; es \;\; x < \sqrt{x}\right)$$

Para que el área del triángulo pedido (sombreado en la figura) sea máxima es necesario que su altura h sea lo mayor posible, ya que la base del triángulo, que es el segmento $\overline{PQ}$, es constante.

La distancia máxima (h) será para el valor de x que anule la derivada:

$$d' = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = 0 \;\Rightarrow\; 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = 0 \;;;\; \frac{1}{2\sqrt{x}} = 1 \;;;\; \sqrt{x} = \frac{1}{2} \;\Rightarrow\; x > 0 \;\Rightarrow\; \underline{x = \frac{1}{4}}$$

El punto A es: $y = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} \;\;\Rightarrow\;\; \underline{\underline{A\left(\frac{1}{4},\ \frac{1}{2}\right)}}$

El área del triángulo es la siguiente:

$$h = d_{\left(\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4\sqrt{2}} = \underline{\frac{\sqrt{2}}{8} = h}$$

La base del triángulo es: $\overline{PQ} = \sqrt{2}$, con lo cual, es área pedida es la siguiente:

$$S = \frac{\overline{PQ} \cdot h}{2} = \frac{\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{8}}{2} = \frac{2}{16} = \underline{\underline{\frac{1}{8}\, u^2 = S}}$$

****

2º) Se considera la curva $y = x^3 - x^2 - 6x$. Se pide:

a) Estudiar sus simetrías, cortes con los ejes y regiones.

b) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) Determinar los valores de x para los que pueden existir máximos y mínimos.

d) Hacer su representación gráfica aproximada.

----

a)

Se trata de una función polinómica, por lo tanto está definida en todo el campo real.

La función no es par ni impar, por tanto, no tiene ningún tipo de simetrías.

Los cortes con los ejes son los siguientes puntos:

Eje OX: $y = 0 \;\rightarrow\; x^3 - x^2 - 6x = 0 \;;;\; x\left(x^2 - x - 6\right) = 0 \;;;\; x_1 = 0 \;\rightarrow\; \underline{O(0,\; 0)}$

$$x^2 - x - 6 = 0 \;;;\; x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 3 \;\rightarrow\; \underline{A(3,\; 0)} \\ x_3 = -2 \;\rightarrow\; \underline{B(-2,\; 0)} \end{cases}$$

Eje OY: $x = 0 \;\rightarrow\; \underline{O(0,\; 0)}$

Una región de una curva es la porción limitada entre dos líneas verticales, por lo cual, como la función es polinómica no tiene ningún tipo de asíntotas, por lo cual carece de regiones.

b)

Para determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento estudiamos la derivada de la función:

$$y' = 3x^2 - 2x - 6 \;;;\; y' = 0 \;\Rightarrow\; 3x^2 - 2x - 6 = 0 \;;;\; x = \frac{2 \pm \sqrt{4+72}}{6} = \frac{2 \pm \sqrt{76}}{6} = \frac{2 \pm 2\sqrt{19}}{6} =$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{19}}{3} \Rightarrow \underline{x_1 = \frac{2+\sqrt{19}}{3}} \;;;\; \underline{x_2 = \frac{2-\sqrt{19}}{3}}$$

Para determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento consideramos un valor sencillo, por ejemplo para x = 0, que resulta $y'(0) < 0$, de lo cual se deduce que:

$$\underline{\underline{Creciente \Rightarrow \left(-\infty,\ \frac{2-\sqrt{19}}{3}\right) \cup \left(\frac{2+\sqrt{19}}{3},\ +\infty\right)}}$$

$$\underline{\underline{Decreciente \Rightarrow \left(\frac{2-\sqrt{19}}{3},\ \frac{2+\sqrt{19}}{3}\right)}}$$

c)

Una función tiene un máximo o un mínimo relativo para los valores que anulan la primera derivada. En el caso que nos ocupa para $\underline{x_1 = \frac{2+\sqrt{19}}{3}}$ y $\underline{x_2 = \frac{2-\sqrt{19}}{3}}$.

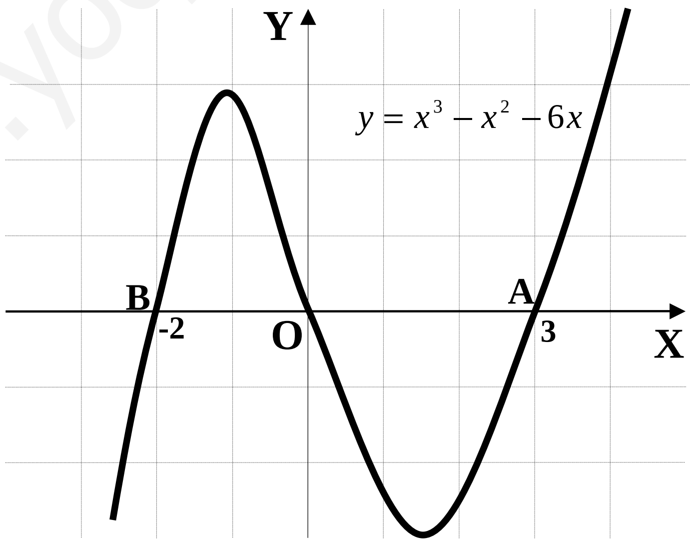
Para diferenciar el caso recurrimos a la segunda derivada: $y'' = 6x - 2$.

$$y''_{\left(\frac{2+\sqrt{19}}{3}\right)} = 6 \cdot \frac{2+\sqrt{19}}{3} - 2 = 4 + 2\sqrt{19} - 2 = 2 + 2\sqrt{19} > 0 \Rightarrow \underline{\underline{Mínimo \ \ para \ \ x = \frac{2+\sqrt{19}}{3}}}$$

$$y''_{\left(\frac{2-\sqrt{19}}{3}\right)} = 6 \cdot \frac{2-\sqrt{19}}{3} - 2 = 4 - 2\sqrt{19} - 2 = 2 - 2\sqrt{19} < 0 \Rightarrow \underline{\underline{Máximo \ \ para \ \ x = \frac{2-\sqrt{19}}{3}}}$$

d)

Con los datos anteriores podemos hacer una representación aproximada de la curva, que es la gráfica que sigue.



****

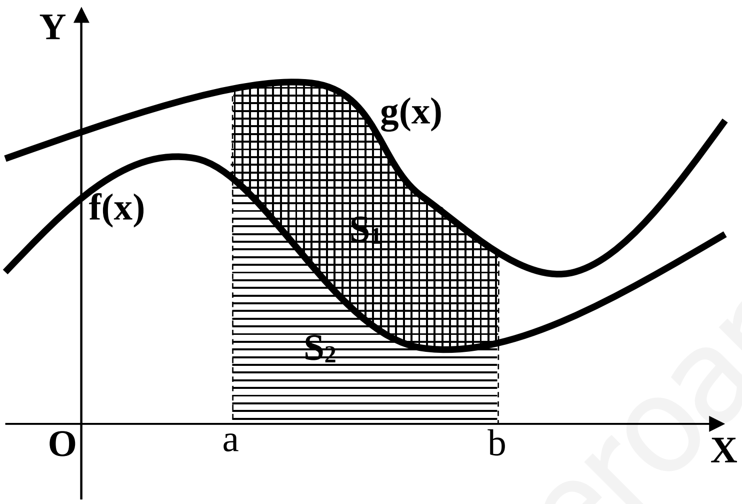
BLOQUE 4

1º) Justificar con argumentos geométricos que si f y g son funciones continuas y positivas en [a, b] y $f(x) \leq g(x)$ para todo x de dicho intervalo, entonces se cumple la siguiente desigualdad: $\int_a^b f(x) \cdot dx \leq \int_a^b g(x) \cdot dx$.

b) Demostrar que si m es un número cualquiera mayor que 1 y k un número natural cualquiera, se cumple que: $\int_1^m \frac{x^k+1}{x^{k+1}+1} \cdot dx < m$.

----

a)



Como puede apreciarse en el dibujo adjunto, la superficie limitada por la gráfica de g(x), que es la suma de las áreas S_1 y S_2, es igual o mayor (en este caso mayor) que la superficie limitada por f(x), que es la superficie de rayado simple denominada S_2, en el intervalo [a, b], donde las ordenadas de g(x) son iguales o mayores que las de f(x).

b)

Para x > 1 es $x^{k+1} > x^k$, por lo tanto será $\frac{x^k+1}{x^{k+1}+1} < 1$, de lo que se deduce que:

$\int_1^m \frac{x^k+1}{x^{k+1}+1} \cdot dx < \int_1^m 1 \cdot dx = [x]_1^m = m-1$;; $\int_1^m \frac{x^k+1}{x^{k+1}+1} \cdot dx + 1 < m$, de lo que se deduce que:

$$\underline{\underline{\int_1^m \frac{x^k+1}{x^{k+1}+1} \cdot dx < m, \quad c.q.d.}}$$

****

2º) Encontrar el área de la región determinada por la curva $y = \frac{x^2}{4-x^2}$, el eje OX y las rectas $x = 1$ y $x = -1$.

La función está definida para cualquier valor real de x, excepto para los valores que anulan el denominador, que son x = 2 y x = -2.

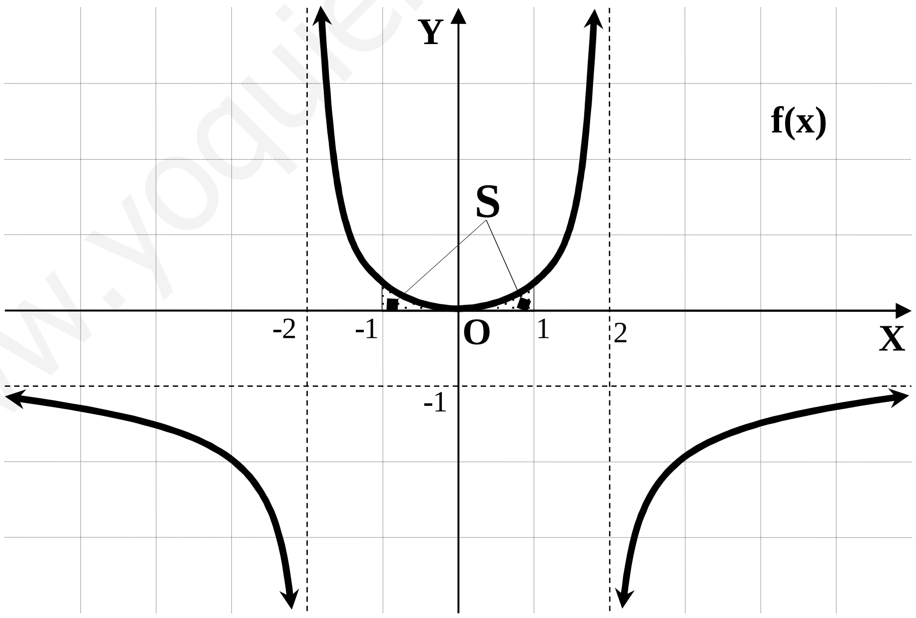
Teniendo en cuenta que $\lim_{x \to \pm\infty} \frac{x^2}{4-x^2} = -1$; que las derivadas de la función son:

$$y' = \frac{2x\left(4-x^2\right) - x^2 \cdot (-2x)}{\left(4-x^2\right)^2} = \frac{8x - 2x^3 + 2x^3}{\left(4-x^2\right)^2} = \underline{\frac{8x}{\left(4-x^2\right)^2} = y'}$$

$$y'' = \frac{8\left(4-x^2\right)^2 - 8x\left[2\left(4-x^2\right)(-2x)\right]}{\left(4-x^2\right)^4} = \frac{8\left(4-x^2\right) + 32x^2}{\left(4-x^2\right)^3} = \frac{32 - 8x^2 + 32x^2}{\left(4-x^2\right)^3} = \underline{\frac{32 + 24x^2}{\left(4-x^2\right)^3} = y''}$$

$$y' = 0 \Rightarrow 8x = 0 \;;;\; x = 0 \;;;\; y''(0) = \frac{32}{4^3} > 0 \;\Rightarrow\; Mínimo \;\; para \;\; x = 0 \;\Rightarrow\; \underline{O(0,\; 0)}$$

La representación gráfica, aproximada de la función es la siguiente:



Teniendo en cuenta la simetría con respecto al eje OY, el área pedida es:

$$S = 2 \cdot \int_0^1 f(x) \cdot dx = 2 \cdot \int_0^1 \frac{x^2}{4-x^2} \cdot dx \qquad (*)$$

Resolvemos la integral indefinida:

$$I=\int\frac{x^2}{4-x^2}\cdot dx=-\int\frac{x^2}{x^2-4}\cdot dx=-\int\frac{x^2-4+4}{x^2-4}\cdot dx=-\int\left(1+\frac{4}{x^2-4}\right)\cdot dx=$$

$$=-\int dx-4\int\frac{1}{x^2-4}\cdot dx=-x-4\int\frac{1}{(x+2)(x-2)}\cdot dx\ \ ;;$$

$$\frac{1}{(x+2)(x-2)}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-2}=\frac{Ax-2A+Bx+2B}{(x+2)(x-2)}=\frac{(A+B)x+(-2A+2B)}{(x+2)(x-2)}\ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left\{\begin{array}{r}A+B=0\\-2A+2B=1\end{array}\right.\quad\left\{\begin{array}{l}-2A-2B=0\\-2A+2B=1\end{array}\right.\Rightarrow-4A=1\ ;;\ \underline{A=-\frac{1}{4}}\ ;;\ \underline{B=\frac{1}{4}}$$

$$I=-x-4\int\frac{1}{(x+2)(x-2)}\cdot dx=-x-4\int\left(\frac{-\frac{1}{4}}{x+2}+\frac{\frac{1}{4}}{x-2}\right)\cdot dx=-x+\int\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x-2}\right)dx=$$

$$=-x+L|x+2|-L|x-2|=\underline{-x+L\left|\frac{x+2}{x-2}\right|=I}$$

Sustituyendo el valor de I en (*) queda:

$$S=2\cdot\int_0^1\frac{x^2}{4-x^2}\cdot dx=2\cdot\left[-x+L\left|\frac{x+2}{x-2}\right|\right]_0^1=2\cdot\left(-1+L\left|\frac{3}{-1}\right|\right)-2\cdot\left(-0+L\left|\frac{2}{-2}\right|\right)=$$

$$=2\cdot(-1+L\,3-L\,1)=2\cdot(-1+L\,3-0)=2\cdot(L\,3-1)\cong2\cdot(1'10-1)=\underline{\underline{0'20\ u^2=S}}$$

****