PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE MURCIA

SEPTIEMBRE – 2018

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas. No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas. Antes bien, se recomienda al alumno que empiece por aquellas cuestiones que le resulten más sencillas.

OPCIÓN A

1º) Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$.

a) Compruebe que la matriz A es regular (o invertible) y calcule su inversa.

b) Determine la matriz X que cumple la ecuación $AX = A + A^t$, donde A^t es la matriz traspuesta de A.

----

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = 4 - 3 = 1 \neq 0 \Rightarrow \underline{La\ matriz\ A\ es\ invertible}.$$ C. q. c.

$$A^t = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}. \qquad Adj.\,de\ A^t = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{A^{-1} = -\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}}.$$

b)

$$A \cdot X = A + A^t;\ \ A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (A + A^t);\ \ I \cdot X = A^{-1} \cdot (A + A^t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow\ \underline{X = A^{-1} \cdot (A + A^t)}.$$

$$A + A^t = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \cdot (A + A^t) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ -4 & 4 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = 4 \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}}.$$

****

2º) Calcule los siguientes límites:

$a)\ \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}\right).$ $\qquad b)\ \lim_{x\to0}\frac{L(\cos x+sen\, x)}{x}.$

$a)$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}\right)=\infty-\infty\Rightarrow Indet.\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}\right)\left(\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}\right)}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^2-\left(\sqrt{x^2-2}\right)^2}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2-(x^2-2)}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+2-x^2+2}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4}{\sqrt{x^2+2}+\sqrt{x^2-2}}=\frac{4}{\infty+\infty}=\frac{4}{\infty}=0.$$

$$\underline{\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+2}-\sqrt{x^2-2}\right)=0.}$$

$b)$

$$\lim_{x\to0}\frac{L(\cos x+sen\, x)}{x}=\frac{L(\cos 0+sen\, 0)}{0}=\frac{L(1+0)}{0}=\frac{0}{0}\Rightarrow Indet.\Rightarrow\{L'Hopital\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\lim_{x\to0}\frac{\frac{-sen\, x+\cos x}{\cos x+sen\, x}}{1}=\lim_{x\to0}\frac{-sen\, x+\cos x}{\cos x+sen\, x}=\frac{-sen\, 0+\cos 0}{\cos 0+sen\, 0}=\frac{-0+1}{1+0}=\frac{1}{1}=1.$$

$$\underline{\lim_{x\to0}\frac{L(\cos x+sen\, x)}{x}=1.}$$

****

3º) a) Calcule la siguiente integral indefinida: $I = \int sen\, x \cdot e^{\cos x} \cdot dx$.

b) Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \frac{\pi}{2}$, y la gráfica de la función $f(x) = sen\, x \cdot e^{\cos x}$.

----

a)

$$I = \int sen\, x \cdot e^{\cos x} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{c} \cos x = t \\ sen\, x \cdot dx = -dt \end{array} \right\} \Rightarrow -\int e^t \cdot dt = -e^{\cos x} + C.$$

$$\underline{I = \int sen\, x \cdot e^{\cos x} \cdot dx = -e^{\cos x} + C.}$$

b)

En el intervalo $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ todas las ordenadas de la función $f(x) = sen\, x \cdot e^{\cos x}$ son positivas, por lo cual la superficie a calcular es la siguiente:

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \cdot dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (sen\, x \cdot e^{\cos x}) \cdot dx = \left[-e^{\cos x}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \left[e^{\cos x}\right]_{\frac{\pi}{2}}^{0} =$$

$$= e^{\cos 0} - e^{\cos\frac{\pi}{2}} = e^1 - e^0 = e - 1.$$

$$\underline{S = (e - 1)\, u^2.}$$

****

4º) Considere las rectas $r \equiv \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 3y + 5z = 1 \end{cases}$ y $s \equiv \frac{x-5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$.

a) Compruebe que ambas rectas son paralelas.

b) Determine la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano π que contiene a ambas rectas.

----

a)

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y + 3z = 3 \\ x + 3y + 5z = 1 \end{cases} \Rightarrow z = \lambda \Rightarrow \left.\begin{matrix} 2x - y = 3 - 3\lambda \\ x + 3y = 1 - 5\lambda \end{matrix}\right\} \left.\begin{matrix} -2x + y = -3 + 3\lambda \\ 2x + 6y = 2 - 10\lambda \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 7y = -1 - 7\lambda \Rightarrow y = -\frac{1}{7} - \lambda; \quad x + 3 \cdot \left(-\frac{1}{7} - \lambda\right) = 1 - 5\lambda;$$

$$x - \frac{3}{7} - 3\lambda = 1 - 5\lambda; \quad x = \frac{10}{7} - 2\lambda \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = \frac{10}{7} - 2\lambda \\ y = -\frac{1}{7} - \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_r} = (-2, -1, 1).$$

$$s \equiv \frac{x-5}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1} \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = (2, 1, -1).$$

Las componentes de $\overrightarrow{v_r}$ y $\overrightarrow{v_s}$ son proporcionales.

$\underline{\textit{Queda comprobado que las rectas } r \textit{ y } s \textit{ son paralelas.}}$

b)

Un punto de r es $P\left(\frac{10}{7}, -\frac{1}{7}, 0\right)$. Un punto de s es $Q(5, 0, 0)$.

$$\overrightarrow{PQ} = [Q - P] = \left[Q(5, 0, 0) - \left(\frac{10}{7}, -\frac{1}{7}, 0\right)\right] = \left(\frac{25}{7}, \frac{1}{7}, 0\right).$$

Vectores directores del plano son $\overrightarrow{v_s} = (2, 1, -1)$ y $\vec{w} = 7\overrightarrow{PQ} = (25, 1, 0)$.

$$\pi(Q; \overrightarrow{v_s}, \vec{w}) \equiv \begin{vmatrix} x - 5 & y & z \\ 2 & 1 & -1 \\ 25 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0;$$

$$-25y + 2z - 25z + (x - 5) = 0; \quad x - 5 - 25y - 23z = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\pi \equiv x - 25y - 23z - 5 = 0}.$$

****

5º) En una clase hay 40 estudiantes, de los cuales 25 son chicas y el resto son chicos. Además, 30 estudiantes han aprobado las matemáticas, de los cuales 10 son chicos.

a) Elegido un estudiante al azar, se pide:

a_1) ¿Cuál es la probabilidad de que no haya aprobado las matemáticas?

a_2) ¿Cuál es la probabilidad de que sea chica y haya aprobado las matemáticas?

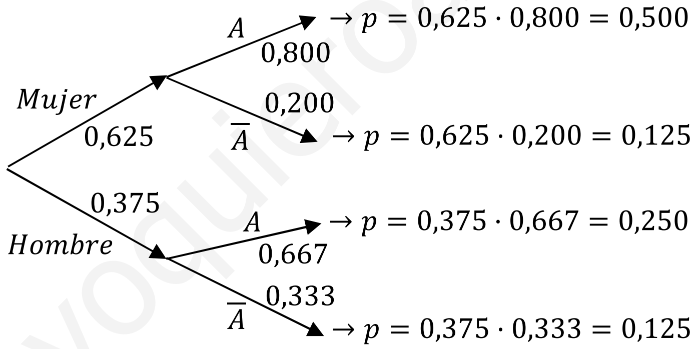
b) Si se elige un estudiante que ha aprobado las matemáticas, ¿cuál es la probabilidad de que sea una chica?

----

a)

$$Mujer \Rightarrow P = \frac{25}{40} = 0{,}625 \Rightarrow \begin{cases} Aprueba \to P = \frac{20}{25} = 0{,}800 \\ No\ aprueba \to P = \frac{5}{25} = 0{,}200 \end{cases}.$$

$$Hombre \Rightarrow P = \frac{15}{40} = 0{,}375 \Rightarrow \begin{cases} Aprueba \to P = \frac{10}{15} = 0{,}667 \\ No\ aprueba \to P = \frac{5}{15} = 0{,}333 \end{cases}.$$



a_1)

$$P = P(\overline{A}) = P(M) \cdot P(\overline{A}/M) + P(H) \cdot P(\overline{A}/H) =$$

$$= 0{,}625 \cdot 0{,}200 + 0{,}375 \cdot 0{,}333 = 0{,}125 + 0{,}125 = \underline{0{,}250}.$$

a_2)

$$P = P(M \cap A) = P(M) \cdot P(A/M) = 0{,}625 \cdot 0{,}800 = \underline{0{,}500}$$

b)

$$P = P(M/A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{P(M) \cdot P(A/M)}{1 - P(\overline{A})} = \frac{0{,}625 \cdot 0{,}800}{1 - 0{,}25} = \frac{0{,}500}{0{,}75} = \underline{0{,}6667}.$$

****

OPCIÓN B

1º) Considere el sistema de ecuaciones homogéneo $\begin{cases} ax+y+az=0 \\ x+y+az=0 \\ 2x+(a-1)y+az=0 \end{cases}$ en función del parámetro a:

a) Determine los valores del parámetro a para los que el sistema tiene únicamente la solución trivial $(0,0,0)$.

b) Si es posible, resuélvalo para el valor del parámetro $a=2$.

----

a)

La matriz de coeficientes es $M=\begin{pmatrix} a & 1 & a \\ 1 & 1 & a \\ 2 & a-1 & a \end{pmatrix}$.

Por tratarse de un sistema lineal homogéneo, a efector de rango, las matrices de coeficientes y ampliada son equivalente.

El rango de la matriz de coeficientes es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} a & 1 & a \\ 1 & 1 & a \\ 2 & a-1 & a \end{vmatrix}=a^2+a(a-1)+2a-2a-a-a^2(a-1)=$$

$$=a^2+a^2-a-a-a^3+a^2=-a^3+3a^2-2a=-a(a^2-3a+2)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1=0;\ \ a^2-3a+2=0;\ \ a=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm\sqrt{1}}{2}=\frac{3\pm1}{2} \Rightarrow a_2=1, a_3=2.$$

$\forall a \in R-\{0,1,2\} \Rightarrow Rang\ M=3.$

Según el teorema de Rouché-Fröbenius, un sistema es compatible determinado cuando los rangos de las matrices de coeficientes y ampliada son iguales e iguales al número de incógnitas; en el caso que nos ocupa el número de incógnitas es tres, por lo cual:

$\underline{Es\ sistema\ tiene\ \text{ú}nicamente\ la\ soluci\text{ó}n\ trivial\ \forall a \in R-\{0,1,2\}}.$

b)

$$Para\ a=2 \Rightarrow M=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \{C_2=2C_2\} \Rightarrow Rang\ M=2.$$

$\underline{Para\ a=2 \Rightarrow Rang\ M=2 < n^{\underline{o}}\ inc\text{ó}g. \Rightarrow S.C.I.}$

Para $a = 2$ el sistema resulta $\begin{cases} 2x + y + 2z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$, que es compatible indeterminado y equivalente al sistema $\begin{cases} 2x + y + 2z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$. Haciendo $z = \lambda$:

$$\left.\begin{array}{r} 2x + y = -2\lambda \\ x + y = -2\lambda \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 2x + y = -2\lambda \\ -x - y = 2\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow x = 0; \;\; y = -2\lambda.$$

$$\underline{Solución: x = 0, \;\; y = -2\lambda, \;\; z = \lambda, \;\; \forall \lambda \in R}.$$

****

2º) Considere la función dada por $f(x)=x\sqrt{18-x^2}$ con $-4<x<4$.

$a)$ Calcule la derivada de $f(x)$ y determine sus puntos críticos.

$b)$ Justifique si la función $f(x)$ tiene algún máximo o mínimo.

$a)$

$$f(x)=x\sqrt{18-x^2}=\sqrt{18x^2-x^4}.$$

$$f'(x)=\frac{36x-4x^3}{2\sqrt{18x^2-x^4}}=\frac{4x(9-x^2)}{2x\sqrt{18-x^2}} \Rightarrow \underline{f'(x)=\frac{2(9-x^2)}{\sqrt{18-x^2}}}.$$

La condición necesaria para que una función tenga un punto crítico (máximo o mínimo) es que se anule su primera derivada.

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{2(9-x^2)}{\sqrt{18-x^2}}=0;\ \ 2(9-x^2)=0;\ \ 9-x^2=0 \Rightarrow x_1=-3, x_2=3.$$

$$f(-3)=-3\cdot\sqrt{18-(-3)^2}=-3\cdot\sqrt{18-9}=-3\sqrt{9}=-9.$$

$$f(3)=3\cdot\sqrt{18-3^2}=3\cdot\sqrt{18-9}=3\sqrt{9}=9.$$

$$\underline{Son\ puntos\ críticos\ de\ la\ función\ A(-3,-9)\ y\ B(3,9).}$$

$b)$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x)=2\cdot\frac{-2x\cdot\sqrt{18-x^2}-(9-x^2)\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{18-x^2}}}{\left(\sqrt{18-x^2}\right)^2}=2\cdot\frac{-2x\cdot\sqrt{18-x^2}+\frac{x(9-x^2)}{\sqrt{18-x^2}}}{18-x^2}=$$

$$=2\cdot\frac{\frac{-2x(18-x^2)+x(9-x^2)}{\sqrt{18-x^2}}}{18-x^2}=2\cdot\frac{-36x+2x^3+9x-x^3}{(18-x^2)\sqrt{18-x^2}}=2\cdot\frac{x^3-27x}{(18-x^2)\sqrt{18-x^2}}.$$

$$f''(-3)=2\cdot\frac{(-3)^3-27\cdot(-3)}{(18-9)\sqrt{18-9}}=2\cdot\frac{-27+81}{9\cdot 3}=2\cdot(-1+3)=4>0 \Rightarrow Mínimo.$$

$$f''(3)=2\cdot\frac{3^3-27\cdot 3}{(18-9)\sqrt{18-9}}=2\cdot\frac{27-81}{9\cdot 3}=2\cdot(1-3)=-4<0 \Rightarrow Máximo$$

$$\underline{El\ punto\ A(-3,-9)\ es\ un\ mínimo\ y\ el\ B(3,9)\ un\ máximo.}$$

Este apartado se puede resolver de una forma más sencilla teniendo en cuenta que la función $f(x)$ continua en su dominio puede estudiarse el crecimiento o decrecimiento y un punto del intervalo $(-3, 3)$, por ejemplo, para $x = 0$.

$f'(0) = \frac{2(9-0)}{\sqrt{18-0}} > 0 \Rightarrow$ Creciente para $x = 0$, de donde se llega a la conclusión anterior, que el mínimo es $A(-3, -3)$ y el máximo $B(3, 3)$.

****

3º) a) Calcule la siguiente integral indefinida: $I = \int x \cdot Lx \cdot dx$.

b) Determine la primitiva de la función $f(x) = x \cdot Lx$ que pasa por el punto $P(1, 0)$.

----

a)

$$I = \int x \cdot Lx \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{matrix} u = Lx \rightarrow du = \frac{1}{x} \cdot dx \\ x \cdot dx = dv \rightarrow v = \frac{x^2}{2} \end{matrix} \right\} \Rightarrow Lx \cdot \frac{x^2}{2} - \int \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{x} \cdot dx =$$

$$= \frac{x^2}{2} \cdot Lx - \frac{1}{2} \cdot \int x \cdot dx = \frac{x^2}{2} \cdot Lx - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2}{2} + C = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + C.$$

$$\underline{I = \int x \cdot Lx \cdot dx = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + C.}$$

b)

$$F(x) = \int f(x)\, dx = \frac{x^2}{4} \cdot (2Lx - 1) + C = \int x \cdot Lx \cdot dx = \frac{x^2}{4} (2Lx - 1) + C.$$

Por pasar $F(x)$ por $P(1, 0)$ es $F(1) = 0$:

$$F(1) = 0 \Rightarrow \frac{1^2}{4} (2L1 - 1) + C = 0;\ \ \frac{1}{4} (2 \cdot 0 - 1) + C = 0 \Rightarrow C = \frac{1}{4}.$$

$$\underline{F(x) = \frac{1}{4} [x^2 (2Lx - 1) + 1].}$$

****

4º) Considere los puntos $P(1,1,3)$ y $Q(1,5,0)$ la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y - 2z = -3 \\ -x + y = 4 \end{cases}$:

a) Compruebe que el punto P no está en la recta r y que el punto Q si lo está.

b) Determine el punto R de la recta r tal que el triángulo PQR sea rectángulo en P (es decir, con ángulo recto en el vértice P).

c) Calcule el área de dicho triángulo PQR.

----

a)

La expresión de r dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y - 2z = -3 \\ -x + y = 4 \end{cases} \Rightarrow z = \lambda \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x - y = -3 + 2\lambda \\ -x + y = 4 \end{array}\right\} \Rightarrow x = 1 + 2\lambda;$$

$$y = 4 + x = 4 + 1 + 2\lambda = 5 + 2\lambda \Rightarrow r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 5 + 2\lambda. \\ z = \lambda \end{cases}$$

$$P(1,1,3) \in r \Rightarrow \left.\begin{cases} 1 = 1 + 2\lambda \\ 1 = 5 + 2\lambda \\ 3 = \lambda \end{cases}\right\} \Rightarrow \lambda \notin R \Rightarrow \underline{P(1,1,3) \notin r}.$$

$$Q(1,5,0) \in r \Rightarrow \left.\begin{cases} 1 = 1 + 2\lambda \\ 5 = 5 + 2\lambda \\ 0 = \lambda \end{cases}\right\} \Rightarrow \lambda = 0 \Rightarrow \underline{Q(1,5,0) \in r}.$$

$$\underline{Queda\ comprobado\ que\ P\ no\ pertenece\ a\ r\ y\ Q\ si.}$$

b)

Los puntos de la recta r tiene por expresión general $R(1 + 2\lambda, 5 + 2\lambda, \lambda)$.

Los puntos $P, Q\ y\ R$ determinan los siguientes vectores:

$\overrightarrow{PQ} = [Q - P] = [(1,5,0) - (1,1,3)] = (0,4,-3).$

$\overrightarrow{PR} = [R - P] = [(1 + 2\lambda, 5 + 2\lambda, \lambda) - (1,1,3)] = (2\lambda, 4 + 2\lambda, \lambda - 3).$

Dos vectores son perpendiculares cuando su producto escalar es cero:

$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PR} = 0 \Rightarrow (0,4,-3) \cdot (2\lambda, 4 + 2\lambda, \lambda - 3) = 16 + 8\lambda - 3\lambda + 9 = 0;$

$5\lambda + 25 = 0;\ \ \lambda + 5 = 0 \Rightarrow \lambda = -5.$

$$\lambda = -5 \Rightarrow R \Rightarrow \begin{Bmatrix} x = 1 - 10 = -9 \\ y = 5 - 10 = -5 \\ z = -5 \end{Bmatrix} \Rightarrow \underline{R(-9, -5, -5)}.$$

$c)$

Una forma de hallar el área del triángulo es por la fórmula básica del área de un triángulo como base por altura dividido por dos.

$$\overrightarrow{PR} = (-10, -6, -8).$$

$$S = \frac{|\overrightarrow{PQ}| \cdot |\overrightarrow{PR}|}{2} = \frac{\sqrt{0^2+4^2+(-3)^2} \cdot \sqrt{(-10)^2+(-6)^2+(-8)^2}}{2} = \frac{\sqrt{16+9} \cdot \sqrt{100+36+64}}{2} =$$

$$= \frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{200}}{2} = \frac{5 \cdot 10 \cdot \sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}.$$

$$\underline{S_{PQR} = 25\sqrt{2}\, u^2.}$$

Otra forma de hallar el área del triángulo es la siguiente:

El área del triángulo que determinan tres puntos no alineados es la mitad del módulo del producto vectorial de los dos vectores que determinan los puntos:

$$S_{PQR} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{PQ} \times \overrightarrow{PR}\right| = \frac{1}{2}\begin{Vmatrix} i & j & k \\ 0 & 4 & -3 \\ -10 & -6 & -8 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} i & j & k \\ 0 & -4 & 3 \\ 5 & 3 & 4 \end{Vmatrix} =$$

$$= |-16i + 15j + 20k - 9i| = |-25i + 15j + 20k| = 5 \cdot |-5i + 3j + 4k| =$$

$$= 5 \cdot \sqrt{(-5)^2 + 3^2 + 4^2} = 5 \cdot \sqrt{25 + 9 + 16} = 5 \cdot \sqrt{50} = 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} = 25\sqrt{2}.$$

$$\underline{S_{PQR} = 25\sqrt{2}\, u^2.}$$

****

5º) Realizada una encuesta entre los habitantes de una ciudad, se ha llegado a la conclusión de que el 40 % de sus habitaciones lee habitualmente el periódico local, el 30 % lee revistas del corazón y el 20 % lee ambos tipos de publicaciones. Elegido un habitante al azar, se pide:

a) ¿Cuál es la probabilidad de que lea al menos alguno de los dos tipos de publicaciones?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no lea ninguno de los dos tipos de publicaciones?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lea solo revistas del corazón?

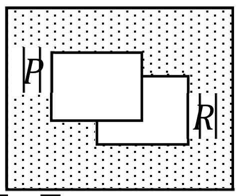
$$Datos: Periódico: P(P) = 0{,}4;\ Revistas: P(R) = 0{,}3;\ Ambos: P(P \cap R) = 0{,}2.$$

a)

$$P = P(P \cup R) = P(P) + P(R) - P(P \cap R) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}2 = \underline{0{,}5}.$$

b)

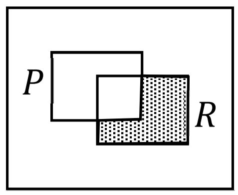
$$P = P\left(\overline{P} \cap \overline{R}\right) = 1 - P(P \cup R) = 1 - 0{,}5 = \underline{0{,}5}.$$



$\overline{P} \cap \overline{R} = 1 - (P \cup R)$

c)

$$P = P\left(R \cap \overline{P}\right) = P(R) - P(P \cap R) = 0{,}3 - 0{,}2 = \underline{0{,}1}.$$



$R \cap \overline{P} = R - (P \cap R)$

****