PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

JUNIO - 2003

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

El alumno contestará a los ejercicios de una de las dos propuestas (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a ejercicios de una propuesta y a ejercicios distintos de la otra. Es necesario justificar las respuestas.

Se permite el uso de calculadoras científicas siempre que no sean programables ni gráficas.

OPCIÓN A

1º) Obtener el valor de a para que el rango de la matriz A sea igual a 2.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 6 & a \end{pmatrix}$$

Lógicamente el determinante de $|A_1'| \Rightarrow \{C_1, C_2, C_3\}$ tiene que ser cero. Vamos a comprobarlo:

$$|A_1'| \Rightarrow \{C_1, C_2, C_3\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \\ 4 & -1 & 6 \end{vmatrix} = 18 - 6 - 36 + 24 = 42 - 42 = 0, \; \underline{\underline{c.q.c.}} \; \begin{Bmatrix} c \to como \\ q \to queríamos \\ c \to comprobar \end{Bmatrix}$$

Ahora tienen que ser también cero todos los determinantes de orden 3 que se pueden formar:

$$|A_2'| \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 4 & -1 & a \end{vmatrix} = 3a + 8 - 1 + 4a = 7a + 7 = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a = -1}}$$

$$|A_3'| \Rightarrow \{C_1, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 4 & 6 & a \end{vmatrix} = -12 + 6 - 6a = -6 - 6a = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a = -1}}$$

$$\left| A_4' \right| \Rightarrow \{C_2,\ C_3,\ C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \\ -1 & 6 & a \end{vmatrix} = 3 - 12 - 9a = -9 - 9a = 0 \Rightarrow \underline{\underline{a = -1}}$$

$$\underline{\underline{Solución : a = -1}}$$

****

2º) Hallar la ecuación general del plano que contiene a la recta $r \equiv \begin{cases} x-2y=1 \\ z+y=1 \end{cases}$ y al punto $A(2,\ -1,\ 2)$.

En primer lugar expresamos la recta r por unas ecuaciones paramétricas:

$$r \equiv \begin{cases} x-2y=1 \\ z+y=1 \end{cases} \Rightarrow \underline{z=k} \ \Rightarrow \begin{cases} x-2y=1 \\ k+y=1 \rightarrow \ \underline{y=1-k} \end{cases} \quad \begin{cases} \rightarrow x-2(1-k)=1\ ;;\ x-2+2k=1 \\ \underline{x=3-2k} \end{cases}$$

$$r \equiv \begin{cases} x=3-2k \\ y=1-k \\ z=k \end{cases}$$

Un vector director de r es $\overrightarrow{u}=(-2,\ -1,\ 1)$.

Un punto de r puede ser B(3, 1, 0).

El plano pedido π, puede definirse por el punto A y los vectores $\overrightarrow{u}$ y $\overrightarrow{v}$, siendo:

$$\overrightarrow{v}=\overrightarrow{AB}=B-A=(3,\ 1,\ 0)-(2,\ -1,\ 2)=(1,\ 2,\ -2)$$

$$\pi\left(A;\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right) \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z-2 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 0\ ;;$$

$$2(x-2)-4(z-2)+(y+1)+(z-2)-2(x-2)-4(y+1)=0\ ;;$$

$$-3(y+1)-3(z-2)=0\ ;;\ \ y+1+z-2=0\ ;;$$

$$\underline{\underline{\pi \equiv y+z-1=0}}$$

****

3º) Calcular $\lim_{x \to 0} (\cos x + sen\ x)^{\frac{1}{x}}$.

$$\lim_{x \to 0} (\cos x + sen\ x)^{\frac{1}{x}} = (1+0)^{\frac{1}{0}} = 1^{\infty} \Rightarrow$$ Indeterminación del tipo del número e.

Teniendo en cuenta que: $(\cos x + sen\ x)^{\frac{1}{x}} = e^{\frac{1}{x} \cdot L(\cos x + sen\ x)} = e^{\frac{L(\cos x+sen\ x)}{x}}$, podemos poner:

$$\lim_{x \to 0} (\cos x + sen\ x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x \to 0} e^{\frac{L(\cos x+sen\ x)}{x}} = e^{\lim_{x\to 0} \frac{L(\cos x+sen\ x)}{x}} = e^{A} \qquad (*)$$

$$A = \lim_{x \to 0} \frac{L(\cos x + sen\ x)}{x} = \frac{L(1+0)}{0} = \frac{L1}{0} = \frac{0}{0} \Rightarrow Ind. \Rightarrow \{Aplicando\ L\acute{}Hopital\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \lim_{x \to 0} \frac{\frac{-sen\ x + \cos x}{\cos x + sen\ x}}{1} = \lim_{x \to 0} \frac{-sen\ x + \cos x}{\cos x + sen\ x} = \frac{-0+1}{1+0} = \frac{1}{1} = \underline{1 = A}$$

Sustituyendo en (*) el valor obtenido de A, queda finalmente:

$$\lim_{x \to 0} (\cos x + sen\ x)^{\frac{1}{x}} = e^{1} = \underline{\underline{e}}$$

****

4º) Hallar una función f(x) que verifique $x^4 \cdot f'(x) + x^3 + 2x = 3$, para x ≠ 0.

$$x^4 \cdot f'(x) + x^3 + 2x = 3 \Rightarrow f'(x) = \frac{3 - 2x - x^3}{x^4} = \underline{\frac{3}{x^4} - \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} = f'(x)}$$

$$f(x) = \int f'(x) \cdot dx = \int \left(\frac{3}{x^4} - \frac{2}{x^3} - \frac{1}{x} \right) \cdot dx = 3\int x^{-4} \cdot dx - 2\int x^{-3} \cdot dx - \int \frac{dx}{x} =$$

$$= 3 \cdot \frac{x^{-3}}{-3} - 2 \cdot \frac{x^{-2}}{-2} - L\,x + C = \underline{\underline{-\frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} + L\,x + C = f(x), \;\; \forall (x, C) \in R, \;\; x \neq 0}}$$

****

5º) Hallar el área del recinto limitado por la curva $y = x^2 \cdot Lx$, el eje OX y la recta tangente a la curva en el punto $P(e,\, e^2)$.

El dominio de la función son todos los valores reales del intervalo: $\underline{(0,\, +\infty)}$

$$y' = 2x \cdot Lx + x^2 \cdot \frac{1}{x} = 2x \cdot Lx + x = x(2Lx + 1) \;;;\; y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \rightarrow x \notin y \\ 2Lx = -1 \,;\; \underline{x = e^{-\frac{1}{2}}} \end{cases}$$

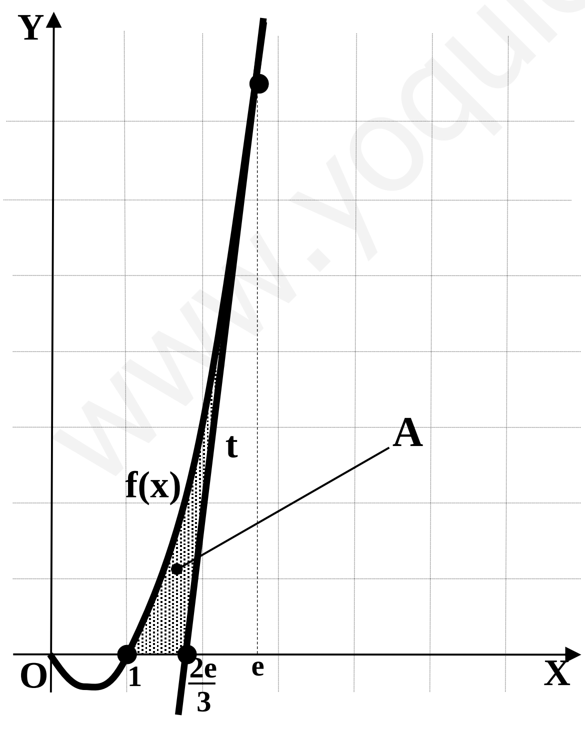
Teniendo en cuenta que $\left\{ \begin{matrix} Lx > 0 \Rightarrow x > 1 \\ Lx < 0 \Rightarrow 0 < x < 1 \end{matrix} \right\}$ el signo de la y' es como sigue:

$\underline{0 < x < e^{-\frac{1}{2}} \;\Rightarrow\; y' < 0 \;\Rightarrow Decreciente}$ $\qquad$ $\underline{x > e^{-\frac{1}{2}} \;\Rightarrow\; y' > 0 \;\Rightarrow Creciente}$

La ecuación de la recta tangente t a la curva en $P(e,\, e^2)$ es la siguiente:

$$y'_{(e)} = m = e \cdot (2Le + 1) = e \cdot (2 + 1) = \underline{3e = m} \;\;;;\;\; y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y - e^2 = 3e \cdot (x - e) = 3ex - 3e^2 \;\;;;\;\; t \equiv \underline{y = 3ex - 2e^2}$$



El punto de corte de t con el eje X es:

$$y = e(3x - 2e) = 0 \Rightarrow x = \frac{2e}{3} \Rightarrow \underline{Q\left(0,\ \frac{2e}{3}\right)}.$$

Los valores decimales de P y Q son, aproximadamente:

P(2'72, 7'39); Q(1'81, 0).

Con los datos anteriores podemos hacer un gráfico aproximado de la situación, que es la figura adjunta.

De la observación de la figura anterior se deduce que el área buscada, que es la sombreada en la figura, es la siguiente:

$$A=\int_1^e \left(x^2 \cdot L\,x\right)\cdot dx-\int_{\frac{2e}{3}}^{3}\left(3ex-2e^2\right)\cdot dx=\underline{A_1-A_2=A} \qquad (*)$$

$$A_1=\int_1^e \left(x^2 \cdot L\,x\right)\cdot dx \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} L\,x=u \to \frac{1}{x}\cdot dx=dt \\ x^2 \cdot dx=dv \to v=\frac{x^3}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_1=\left[L\,x\cdot\frac{x^3}{3}-\int\frac{x^3}{3}\cdot\frac{1}{x}\cdot dx\right]_1^e=\left[\frac{x^3}{3}\cdot L\,x-\frac{1}{3}\cdot\int x^2 \cdot dx\right]_1^e=$$

$$=\left[\frac{x^3}{3}\cdot L\,x-\frac{1}{3}\cdot\frac{x^3}{3}\right]_1^e=\left[\frac{x^3}{9}\left(3L\,x-1\right)\right]_1^e=\left[\frac{e^3}{9}\left(3L\,e-1\right)\right]-\left[\frac{1^3}{9}\left(3L1-1\right)\right]=$$

$$=\frac{e^3}{9}\cdot(3-1)-\frac{1}{9}\cdot(0-1)=\frac{2e^3}{9}+\frac{1}{9}=\underline{\frac{2e^3+1}{9}=A_1}$$

$$A_2=\int_{\frac{2e}{3}}^{e}\left(3ex-2e^2\right)\cdot dx=\left[\frac{3ex^2}{2}-2e^2x\right]_{\frac{2e}{3}}^{e}=\left[\frac{3e\cdot e^2}{2}-2e^2\cdot e\right]-\left[\frac{3e\cdot\left(\frac{2e}{3}\right)^2}{2}-2e^2\cdot\left(\frac{2e}{3}\right)\right]=$$

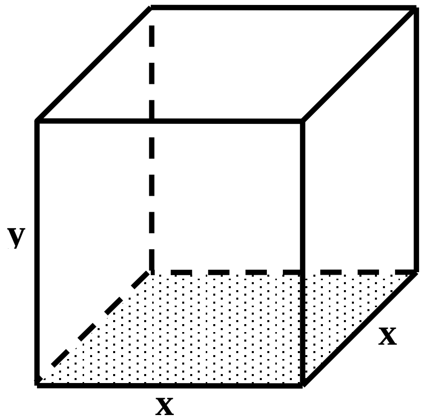
$$=\frac{3e^3}{2}-2e^3-\frac{12e^3}{18}+\frac{4e^3}{3}=\frac{3e^3}{2}-2e^3-\frac{2e^3}{3}+\frac{4e^3}{3}=\frac{9e^3-12e^3-4e^3+8e^3}{6}=\underline{\frac{e^3}{6}=A_2}$$

Sustituyendo en (*) los valores obtenidos de A_1 y A_2, queda:

$$A=A_1-A_2=\frac{2e^3+1}{9}-\frac{e^3}{6}=\frac{4e^3+2-3e^3}{18}=\frac{e^3+2}{18}\cong\underline{\underline{1'227\ u^2=A}}$$

****

6º) Una caja con tapa y base cuadrada debe tener un volumen de 160 cm^3. El precio del material utilizado para la base es de 3 euros por cm^2 y el utilizado para los lados y la tapa es de 2 euros por cm^2. Calcular las dimensiones de la caja para que resulte lo más económica posible.



$$V = x^2 \cdot y = 160\ cm^3 \;\Rightarrow\; \underline{y = \frac{160}{x^2}} \qquad (*)$$

$$Coste = C = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot \left(4xy + x^2\right) = 3x^2 + 8xy + 2x^2 =$$

$$= \underline{5x^2 + 8xy = C}$$

Sustituyendo el valor de y obtenido en (*):

$$C = 5x^2 + 8x \cdot \frac{160}{x^2} = 5x^2 + \frac{1280}{x} = \frac{5x^3 + 1280}{x}.$$

Para que el coste sea mínimo es necesario que su derivada sea cero, por lo tanto:

$$C' = \frac{15x^2 \cdot x - \left(5x^3 + 1280\right) \cdot 1}{x^2} = \frac{15x^3 - 5x^3 - 1280}{x^2} = \frac{10x^3 - 1280}{x^2} = 0 \Rightarrow 10x^3 - 1280 = 0 \;;;$$

$$10x^3 = 1280 \;;;\; x^3 = 128 \;;;\; x = \sqrt[3]{128} = \sqrt[3]{2^7} = 2^2 \cdot \sqrt[3]{2} = 4\sqrt[3]{2} \cong 4 \cdot 1'26 = \underline{\underline{5'04\ cm = x}}$$

$$y = \frac{160}{x} = \frac{160}{4\sqrt[3]{2}} = \frac{40}{\sqrt[3]{2}} = \frac{40\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{40\sqrt[3]{4}}{2} = 20\sqrt[3]{4} \cong 20 \cdot 1'59 = \underline{\underline{31'75\ cm = y}}$$

$$Coste = C = 5x^2 + 8xy = x\left(5x + 8y\right) = 5'04 \cdot \left(5 \cdot 5'04 + 8 \cdot 31'75\right) =$$

$$= 5'04 \cdot \left(25'20 + 253'98\right) = 5'04 \cdot 279'18 = \underline{\underline{1407'09\ euros = Coste}}$$

<u>Las dimensiones de la caja son 4’04 cm de base y 31’75 cm de altura</u>

****

OPCIÓN B

1º) Obtener el valor de a para que el rango de la matriz A sea igual a 2.

$$A=\begin{pmatrix}1 & -2 & 3 & 0\\ 2 & 3 & 0 & -1\\ 4 & -1 & 6 & a\end{pmatrix}$$

2º) Hallar la ecuación general del plano que contiene a la recta $r\equiv\begin{cases}x-2y=1\\ z+y=1\end{cases}$ y al punto $A(2,\ -1,\ 2)$.

3º) Calcular $\lim_{x\to 0}(\cos\ x+sen\ x)^{\frac{1}{x}}$.

4º) Hallar una función f(x) que verifique $x^4\cdot f'(x)+x^3+2x=3$, para $x\neq 0$.

(Los cuatro primeros ejercicios son los mismos que los de la opción A)

5º) Dada la función $f:R\to R\ \ definida\ \ por\ \ f(x)=\begin{cases}x^2 & si\ \ x<0\\ ax+b & si\ \ 0\leq x<1\\ 2 & si\ \ x\geq 1\end{cases}$.

Se pide:

a) Hallar a y b para que la función sea continua.

b) Estudiar la derivabilidad de la función resultante.

c) Calcular el área del recinto limitado por la recta y = 1 y la gráfica de f(x).

----

a)

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 0^-} f(x)=\lim_{x\to 0} x^2=0\\ \\ \lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0}(ax+b)=b\end{array}\right\}\Rightarrow\ \underline{\underline{0=b}}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to 1^-} f(x)=\lim_{x\to 1}(ax+0)=a\\ \\ \lim_{x\to 1^+} f(x)=\lim_{x\to 1} 2=2\end{array}\right\}\Rightarrow\ \underline{\underline{a=2}}$$

b)

Una función es derivable en un punto si, y solo si, existen la derivada por la izquierda y la derivada por la derecha en ese punto y además, son iguales.

Los únicos puntos a estudiar son los límites de los intervalos en que se divide la función definida a trozos que nos atañe, o sea, 0 y 1, de la función resultante del apartado anterior, que es:

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & si \;\; x<0 \\ 2x & si \;\; 0\le x<1 \\ 2 & si \;\; x\ge 1 \end{cases}$$

$$f'(0^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{(0+h)^2-(0)^2}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{h^2}{h}=\lim_{h\to 0^-}h=\underline{0}$$

$$f'(0^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2(0+h)-0}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2h}{h}=\lim_{h\to 0^+}2=\underline{2}$$

Como puede observarse, $f'(0^-)\neq f'(0^+)\Rightarrow$ <u>f(x) no es derivable para x = 0</u>

$$f'(1^-)=\lim_{h\to 0^-}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{2(1+h)-2}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{2+2h-2}{h}=\lim_{h\to 0^-}\frac{2h}{h}=$$

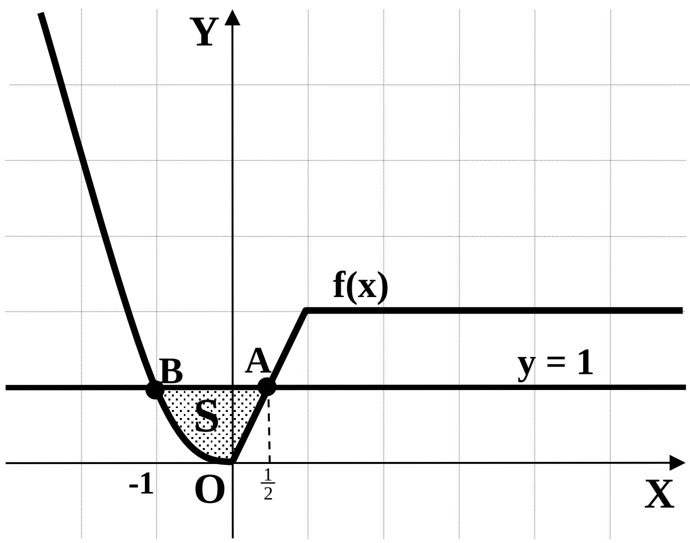
$$=\lim_{h\to 0^-}2=\underline{2=f'(1^-)}$$

$$f'(1^+)=\lim_{h\to 0^+}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{2-2}{h}=\lim_{h\to 0^+}\frac{0}{h}=\lim_{h\to 0^+}0=\underline{0=f'(0^+)}$$

$f'(1^-)\neq f'(1^+)\Rightarrow$ <u>f(x) tampoco es derivable para x = 1</u>

c)

Para una mayor comprensión del apartado, a continuación representamos gráficamente la función:



El punto A es el corte de las funciones y = 2x e y = 1 es:

$$\left.\begin{cases} y=2x \\ y=1 \end{cases}\right\} es: \Rightarrow x=\frac{1}{2} \;\Rightarrow\; \underline{A\left(\frac{1}{2},\ 1\right)}.$$

El punto B de corte de las funciones $\left.\begin{cases} y = x^2 \\ y = 1 \end{cases}\right\}$ $es; \Rightarrow x = \pm 1 \Rightarrow \underline{B(-1,\ 1)}$

$$A = \int_{-1}^{0} 1dx - \left[\int_{-1}^{0} x^2 \ dx + \int_{0}^{\frac{1}{2}} 2x \cdot dx \right] = \int_{-1}^{0} 1 \cdot dx - \int_{-1}^{0} x^2 \cdot dx - 2 \cdot \int_{0}^{\frac{1}{2}} x \cdot dx =$$

$$= \int_{-1}^{0} 1 \cdot dx + \int_{0}^{-1} x^2 \cdot dx + 2 \cdot \int_{\frac{1}{2}}^{0} x \cdot dx = [x]_0^1 + \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{-1} + 2 \cdot \left[\frac{x^2}{2} \right]_{\frac{1}{2}}^{0} = 1 + \left(-\frac{1}{3} \right) + 2 \left[-\frac{\left(\frac{1}{2} \right)^2}{2} \right] =$$

$$= 1 - \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{8} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{12 - 4 + 3}{12} = \underline{\underline{\frac{11}{12} u^2 = A}}$$

****

6º) Calcular el valor de a para que se corten en un punto las rectas r y s de ecuaciones: $r \equiv \begin{cases} 4x - y + z = -2 \\ 3x - y + az = -2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} 2x + 4y + 2z = -1 \\ 2x - ay + z = -1 \end{cases}$. Hallar para el valor de a obtenido el punto en que se cortan.

Para que dos rectas dadas cada una de ellas por dos ecuaciones implícitas (dos planos, como es nuestro caso), es necesario que los determinantes de las matrices de coeficientes y ampliada tengan ambas de rango 3.

$$M = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & a \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & -a & 1 \end{pmatrix} \;;;\; M' = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & a & -2 \\ 2 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -a & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

En principio tiene que ser $|M'| = 0$:

$$|M'| = \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 & -2 \\ 3 & -1 & a & -2 \\ 2 & 4 & 2 & -1 \\ 2 & -a & 1 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & a & 2 \\ 2 & -4 & 2 & 1 \\ 2 & a & 1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \{C_1 \to C_1 - 2C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & a & 2 \\ 0 & -4 & 2 & 1 \\ 0 & a & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= +\begin{vmatrix} -1 & 1 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \\ a & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 8 + a - 4a - 1 + 4 = -3a - 3 = 0 \;\;\Rightarrow\;\; \underline{\underline{a = -1}}$$

Ahora basta con verificar que para a = -1, el rango de M es 3, para lo cual vamos a considerar el determinante formado con sus tres primeras filas:

$$Rango\;\; de\;\; M \Rightarrow \begin{vmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -8 + 3 + 2 + 2 + 4 + 6 = 9 \neq 0 \;\;\Rightarrow\;\; \underline{Rang\;\; M = 3}$$

Para determinar el punto de corte, consideremos que es $P(x_1,\, x_2,\, x_3)$; tiene que satisfacer las ecuaciones de las dos rectas, por lo tanto:

$$r \equiv \begin{cases} 4x - y + z = -2 \\ 3x - y - z = -2 \end{cases} \Rightarrow P(x_1,\, x_2,\, x_3) \Rightarrow \begin{cases} 4x_1 - y_1 + z_1 = -2 \\ 3x_1 - y_1 - z_1 = -2 \end{cases} \Rightarrow \underline{7x_1 - 2y_1 = -4} \qquad (1)$$

$$s \equiv \begin{cases} 2x + 4y + 2z = -1 \\ 2x - ay + z = -1 \end{cases} \Rightarrow P(x_1,\, x_2,\, x_3) \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 4y_1 + 2z_1 = -1 \\ -4x_1 - 2y_1 - 2z_1 = 1 \end{cases} \Rightarrow \underline{-2x_1 + 2y_1 = 1} \qquad (2)$$

$$\left.\begin{array}{r} 7x_1 - 2y_1 = -4 \\ -2x_1 + 2y_1 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 5x_1 = -3 \;;\; \underline{x_1 = -\frac{3}{5}}$$

$$\left.\begin{array}{r} 7x_1 - 2y_1 = -4 \\ -2x_1 + 2y_1 = 1 \end{array}\right\} \Rightarrow 5x_1 = -3 \;;\; \underline{x_1 = -\frac{3}{5}}$$

$$-2x_1 + 2y_1 = 1 \;;\; 2y_1 = 1 + 2x_1 = 1 - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5} \;;\; \underline{y_1 = -\frac{1}{10}}$$

$$3x_1 - y_1 - z_1 = -2 \;;\; z_1 = 3x_1 - y_1 + z_1 = -\frac{9}{5} + \frac{1}{10} + 2 = \frac{-18 + 1 + 20}{10} = \underline{\frac{3}{10} = z_1}$$

$$\underline{\underline{P\left(-\frac{3}{5},\ -\frac{1}{10},\ \frac{3}{10}\right)}}$$

****