

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)**UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS****JUNIO – 2010 (ESPECÍFICO)**

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II**Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos**

Se debe responder a una pregunta de cada bloque.

Elija una de las dos opciones, A o B, y conteste a las cuatro cuestiones que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones el tribunal podrá anular su examen.

En el desarrollo de cada problema, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarlo. Se califica todo.

OPCIÓN A

1º) Determinar la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ que tenga un extremo relativo en el punto de abscisa $x = 2$ y para la cual el punto $P(1, 2)$ sea un punto de inflexión.

Si tiene un extremo relativo para $x = 2$, su derivada tiene que anularse para este valor:

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \quad ; ; \quad f'(2) = 3 \cdot 2^2 + 2a \cdot 2 + b = 12 + 4a + b = 0 \quad ; ; \quad \underline{4a + b = -12} \quad (1)$$

Si tiene un punto de inflexión en el punto $P(1, 2)$ tiene que anularse su segunda derivada para $x = 1$:

$$f''(x) = 6x + 2a \quad ; ; \quad f''(1) = 6 \cdot 1 + 2a = 0 \quad ; ; \quad 6 + 2a = 0 \quad ; ; \quad 3 + a = 0 \quad ; ; \quad \underline{a = -3}.$$

Sustituyendo el valor de a en la expresión (1) obtenemos el valor de b :

$$6 \cdot (-3) + b = -12 \quad ; ; \quad -18 + b = -12 \quad ; ; \quad \underline{b = 6}.$$

La función resulta ser $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x + c$.

Para obtener el valor de c tenemos en cuenta que pasa por el punto $P(1, 2)$:

$$f(1)=2 \Rightarrow 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 30 \cdot 1 + c = 2 \quad ; ; \quad 1 - 3 + 30 + c = 0 \quad ; ; \quad \underline{c = -28}.$$

La función resulta ser la siguiente:

$$\underline{\underline{f(x) = x^3 - 3x^2 + 30x - 28}}$$

www.yoquieroaprobar.es

2º) Dada la función $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$, se pide:

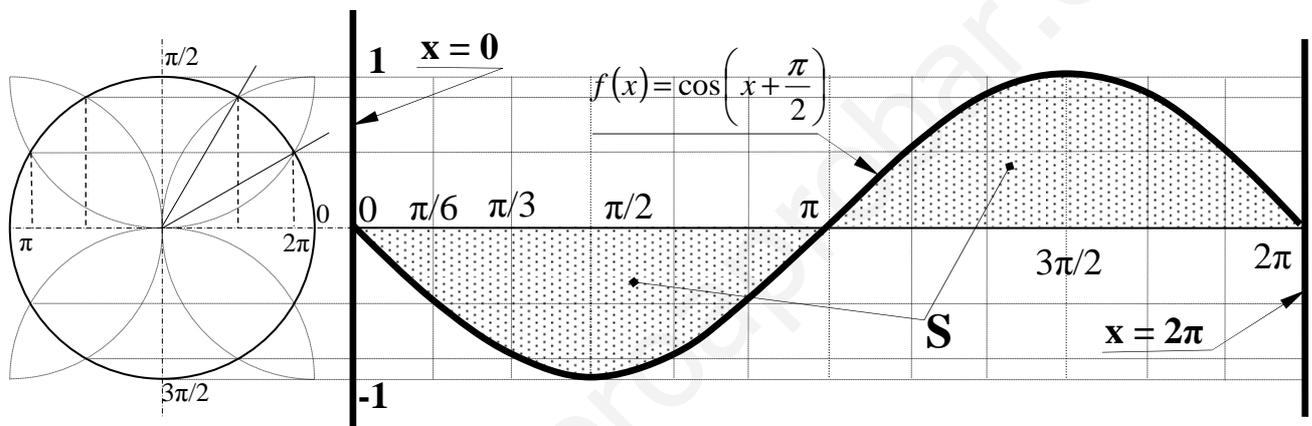
a) Hacer una representación aproximada de la gráfica de la función entre $x=0$ y $x=2\pi$.

b) Hallar el área del recinto limitado por la gráfica de $f(x)$ y el eje OX entre $x=0$ y $x=2\pi$.

a)

Se trata de una función continua cuyo dominio es \mathbb{R} , el recorrido es $[-1, 1]$ y el periodo es (2π) .

La representación gráfica, aproximada, de la función es la de la figura.



b)

Para el cálculo del área se tiene en cuenta que el recinto limitado por la función y el eje OX en el intervalo $[0, \pi]$ tiene ordenadas negativas, por lo cual deben cambiarse los límites de integración.

$$S = \int_{\pi}^0 \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot dx + \int_{\pi}^{2\pi} \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + \frac{\pi}{2} = t \\ dx = dt \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} x=0 \rightarrow t = \frac{\pi}{2} \quad ; \quad x=2\pi \rightarrow t = \frac{5\pi}{2} \\ x=\pi \rightarrow t = \frac{3\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos t \cdot dt + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} \cos t \cdot dt = \left[\text{sen } t \right]_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} + \left[\text{sen } t \right]_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{5\pi}{2}} = \left(\text{sen } \frac{\pi}{2} - \text{sen } \frac{3\pi}{2} \right) + \left(\text{sen } \frac{5\pi}{2} - \text{sen } \frac{3\pi}{2} \right) =$$

$$= 1 - (-1) + 1 - (-1) = \underline{\underline{4 u^2 = S}}$$

3º) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & k \\ 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Determinar para qué valores de k la matriz $A \cdot B$ tiene inversa.

b) Resolver la ecuación $A \cdot B \cdot X = 3I$, para $k = 0$, donde $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a)

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & k & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & k \\ 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+k+6 & k+k+4 \\ 0-1+3 & 0-1+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+6 & 2k+4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = A \cdot B.$$

Para que una matriz sea inversible es condición necesaria que su determinante sea distinto de cero.

$$|A \cdot B| \neq 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} k+6 & 2k+4 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = k+6+2(2k+4) = k+6+4k+8 = 5k+14 \neq 0 \Rightarrow k \neq -\frac{14}{5}.$$

$$\underline{\underline{A \cdot B \text{ es inversible } \forall k \in \mathbb{R}, k \neq -\frac{14}{5}}}$$

b)

$$\text{Para } k = 0 \text{ es } A \cdot B = C = \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Multiplicando por la izquierda por la inversa de la matriz C en la ecuación dada, resulta:

$$A \cdot B \cdot X = 3I \quad ; \quad C \cdot X = 3I \quad ; \quad C^{-1} \cdot C \cdot X = C^{-1} \cdot (3I) \quad ; \quad I \cdot X = C^{-1} \cdot (3I) \quad ; \quad \underline{X = C^{-1} \cdot (3I)} \quad (*)$$

Para hallar la inversa de C utilizamos el siguiente procedimiento:

$$\text{Sea } C^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}; \text{ se cumple que } C \cdot C^{-1} = I \Rightarrow \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ; ;$$

$$\begin{pmatrix} 6a+4c & 6b+4d \\ -2a+c & -2b+d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 6a+4c=1 \\ -2a+c=0 \\ 6b+4d=0 \\ -2b+d=1 \end{cases} \Rightarrow \text{Resolvemos los dos sistemas:}$$

$$\left. \begin{matrix} 6a+4c=1 \\ -2a+c=0 \end{matrix} \right\} \left. \begin{matrix} 6a+4c=1 \\ -6a+3c=0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 7c=1 \quad ; \quad c = \frac{1}{7} \quad ; \quad -2a+c=0 \quad ; \quad a = \frac{c}{2} = \frac{1}{14} = a$$

$$\begin{cases} 6b+4d=0 \\ -2b+d=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6b+4d=0 \\ -6b+3d=3 \end{cases} \Rightarrow 7d=3 \;; \; \underline{d=\frac{3}{7}} \;; \; -2b+d=1 \;; \; b=\frac{d-1}{2}=\frac{\frac{3}{7}-1}{2}=\frac{-4}{14}=\underline{\underline{\frac{-2}{7}=b}}$$

La inversa de C es $\underline{C^{-1}=\begin{pmatrix} \frac{1}{14} & -\frac{2}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix}}$.

Sustituyendo la matriz obtenida en la expresión (*):

$$X = C^{-1} \cdot (3I) = \begin{pmatrix} \frac{1}{14} & -\frac{2}{7} \\ \frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{14}-0 & 0-\frac{6}{7} \\ \frac{3}{7}+0 & 0+\frac{9}{7} \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} \frac{3}{14} & -\frac{6}{7} \\ \frac{3}{7} & \frac{9}{7} \end{pmatrix} = X}}$$

www.yoquieroaprobar.es

4º) Dada la recta $r \equiv \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x + z = 2 \end{cases}$ y el plano $\pi \equiv x - 3y - 2z = 0$. Se pide:

a) Comprobar que se cortan en un punto y obtener sus coordenadas.

b) Determinar el ángulo que forman la recta y el plano.

a)

Una recta dada por dos ecuaciones implícitas y un plano son secantes (se cortan en un punto) cuando el sistema que forman es compatible determinado, es decir: el rango de la matriz de coeficientes es distinto de cero.

La matriz de coeficientes es $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$ y su determinante vale:

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix} = 1 + 9 + 4 = 14 \neq 0.$$

La recta r y el plano π se cortan en un punto, como teníamos que comprobar.

El punto de intersección es la solución del sistema de ecuaciones que forman:

$$r \equiv \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x + z = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y = 3 \\ 2x + z = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{Resolviendo por la Regla de Cramer:}$$

$$\pi \equiv x - 3y - 2z = 0 \quad x - 3y - 2z = 0$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{vmatrix}}{14} = \frac{9 + 4}{14} = \frac{13}{14} = x \quad ; \quad y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{vmatrix}}{14} = \frac{-12 + 3 + 12}{14} = \frac{3}{14} = y$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -3 & 0 \end{vmatrix}}{14} = \frac{-18 + 2 + 18}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} = z \Rightarrow \underline{\underline{\text{El punto de corte es } P\left(\frac{13}{14}, \frac{3}{14}, \frac{1}{7}\right)}}$$

b)

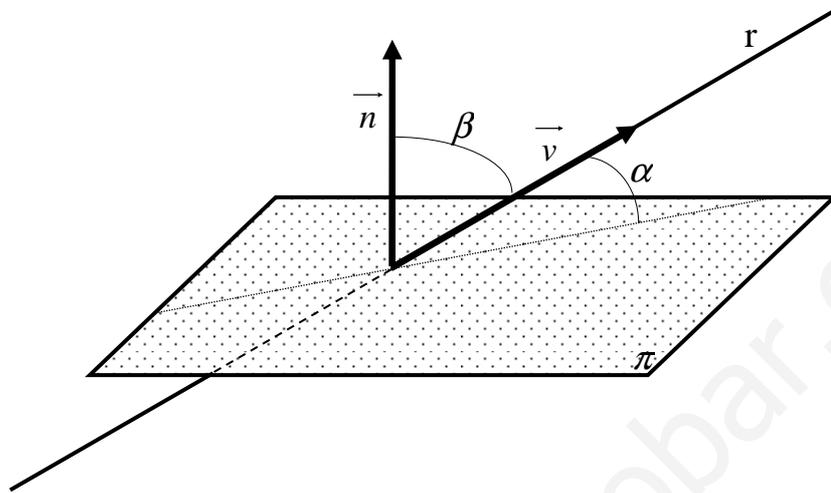
El ángulo α que forman el plano π y la recta r es el complementario del ángulo que forman un vector \vec{v} director de r y un vector \vec{n} , normal al plano π .

Sabiendo que el ángulo que forman dos vectores se deduce del concepto de pro-

ducto escalar:

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = |\vec{v}| \cdot |\vec{n}| \cdot \cos \beta \Rightarrow \cos \beta = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{|\vec{v}| \cdot |\vec{n}|}.$$

Para facilitar la comprensión del ejercicio hacemos un esquema de la situación:



Un vector director de r es el producto vectorial de los vectores normales de los planos que la determinan, que son $\vec{n}_1 = (3, 1, 0)$ y $\vec{n}_2 = (2, 0, 1)$:

$$\vec{v} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = i - 2k - 3j = i - 3j - 2k = (1, -3, -2).$$

Como quiera que el vector director de la recta es linealmente dependiente del vector normal del plano (son iguales), se deduce que:

La recta r y el plano pi son perpendiculares.

OPCIÓN B

1º) Dada la función $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$, se pide:

a) Hallar el punto o los puntos de la gráfica de $f(x)$ en los que la pendiente de la recta tangente a la curva sea igual a 1.

b) Hallar las asíntotas de la función dada.

a)

La pendiente a una curva en un punto es el valor de su derivada en ese punto:

$$f'(x) = \frac{1 \cdot (1-x^2) - x \cdot (-2x)}{(1-x^2)^2} = \frac{1-x^2+2x^2}{(1-x^2)^2} = \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}.$$

$$f'(x) = m \Rightarrow \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} = 1 \quad ; \quad 1+x^2 = (1-x^2)^2 = 1-2x^2+x^4 \quad ; \quad x^4-3x^2=0 \quad ; \quad x^2(x^2-3)=0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x_1 = x_2 = 0} \quad ; \quad x^2 - 3 = 0 \quad ; \quad x^2 = 3 \Rightarrow \underline{x_3 = -\sqrt{3}} \quad ; \quad \underline{x_4 = +\sqrt{3}}.$$

Los puntos pedidos son los siguientes:

$$f(0) = \frac{0}{1-0^2} = 0 \Rightarrow O(0).$$

$$f(-\sqrt{3}) = \frac{-\sqrt{3}}{1-(-\sqrt{3})^2} = \frac{-\sqrt{3}}{1-3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_1\left(-\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)}}.$$

$$f(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}}{1-(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{1-3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_2\left(\sqrt{3}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}}.$$

b)

Las asíntotas de la función son las siguientes:

Horizontales: son los valores finitos que toma la función cuando x tiende a valer infinito; son de la forma $y = k$.

$$y = k = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1-x^2} = \underline{\underline{0 = y}} \quad (\text{Eje } X)$$

Verticales: son los valores de x que anulan el denominador.

$$1-x^2=0 \ ; \ ; x^2=1 \Rightarrow \underline{\underline{x_1=1}} \ ; \ ; \underline{\underline{x_2=-1}}$$

Oblicuas: No tiene.

(Para que una función racional tenga asíntotas oblicuas es necesario que el grado del numerador sea una unidad mayor que el grado del denominador).

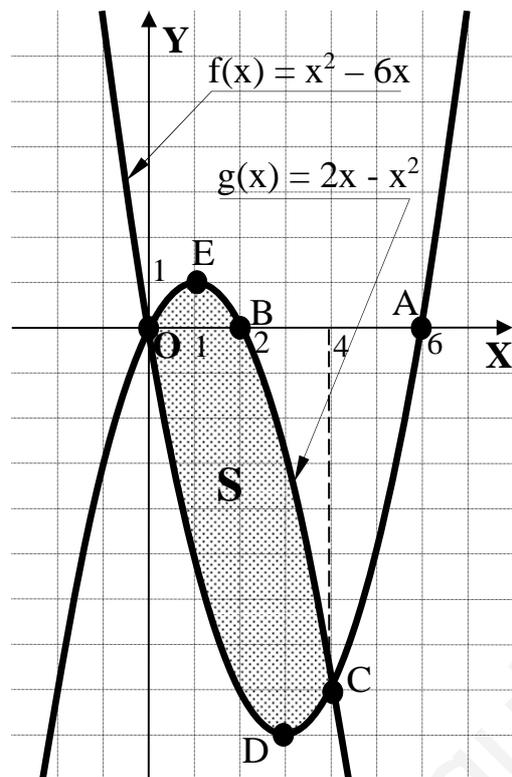
www.yoquieroaprobar.es

2º) Dadas las funciones $f(x) = x^2 - 6x$ y $g(x) = 2x - x^2$, se pide:

a) Representar el recinto delimitado por sus gráficas, indicando vértices y puntos de corte con los ejes.

b) Calcular el área de dicho recinto.

a)



Los puntos de corte de cada función con los ejes son los siguientes:

$$f(x) = x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x(x-6) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow \underline{O(0, 0)} \\ x_2 = 6 \rightarrow \underline{A(6, 0)} \end{cases}$$

$$g(x) = 2x - x^2 = 0 \Rightarrow x(2-x) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow \underline{O(0, 0)} \\ x_2 = 2 \rightarrow \underline{B(2, 0)} \end{cases}$$

Los puntos de corte de las dos funciones se obtienen igualándolas:

$$x^2 - 6x = 2x - x^2 \;; \; 2x^2 - 8x = 0 \;; \; 2x(x-4) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \rightarrow \underline{O(0, 0)} \\ x_2 = 4 \rightarrow \underline{C(4, -8)} \end{cases}$$

. Los vértices de las parábolas son los siguientes:

$$f(x) = x^2 - 6x \Rightarrow \begin{cases} f'(x) = 2x - 6 = 0 \rightarrow x = 3 \Rightarrow f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = 9 - 18 = -9 \\ f''(x) = 2 > 0 \Rightarrow \underline{\text{Mínimo para } x = 3} \Rightarrow \underline{D(3, -9)} \end{cases}$$

$$g(x) = 2x - x^2 \Rightarrow \begin{cases} g'(x) = 2 - 2x = 0 \rightarrow x = 1 \Rightarrow g(1) = 2 \cdot 1 - 1^2 = 2 - 1 = 1 \\ g''(x) = -2 < 0 \Rightarrow \underline{\text{Máximo para } x = 1} \Rightarrow \underline{E(1, 1)} \end{cases}$$

La representación gráfica de la situación es la de la figura.

b)

Para el cálculo del área tendremos en cuenta que las ordenadas de la función $g(x)$ son iguales o mayores que las correspondientes a la función $f(x)$.

$$S = \int_0^4 [g(x) - f(x)] \cdot dx = \int_2^4 [(2x - x^2) - (x^2 - 6x)] \cdot dx = \int_0^4 (-2x^2 + 8x) \cdot dx = \left[-\frac{2x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} \right]_0^4 =$$

$$= \left[-\frac{2x^3}{3} + 4x^2 \right]_0^4 = \left(-\frac{2 \cdot 4^3}{3} + 4 \cdot 4^2 \right) - 0 = -\frac{128}{3} + 64 = \frac{-128 + 192}{3} = \underline{\underline{\frac{64}{3} u^2 = S}}$$

www.yoquieroaprobar.es

3º) Dado el sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = m \end{cases}$, se pide:

a) Discutirlo según los valores de m.

b) Resolverlo para $m = 10$.

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 5 & -5 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } A' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 5 & -5 & 2 & m \end{pmatrix}.$$

El rango de A es el siguiente:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 5 & -5 & 2 \end{vmatrix} = -8 + 5 + 5 - 10 + 10 - 2 = 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } A = 2}.$$

El rango de A' en función de m es el siguiente:

$$\text{Rango } A' \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & -5 & m \end{vmatrix} = -4m - 5 + 15 + 10 + 30 - m = 50 - 5m = 0 \Rightarrow \underline{m = 10} \\ \{C_1, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & m \end{vmatrix} = 2m + 2 - 15 - 5 - 12 + m = 3m - 30 = 0 \Rightarrow \underline{m = 10} \\ \{C_2, C_3, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ -5 & 2 & m \end{vmatrix} = m - 4 + 15 + 5 - 6 - 2m = 10 - m = 0 \Rightarrow \underline{m = 10} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \underline{\text{Para } m = 10 \Rightarrow \text{Rango } A' = 2} \\ \underline{\text{Para } m \neq 10 \Rightarrow \text{Rango } A' = 3} \end{cases}$$

Para $m = 10 \Rightarrow \text{Rango } A = \text{Rango } A' = 2 < n^\circ \text{ incóg.} \Rightarrow \text{Compatible Indeterminado}$

Para $m \neq 10 \Rightarrow \text{Rango } A = 2 \text{ ; ; } \text{Rango } A' = 3 \Rightarrow \text{Incompatible}$

b)

Para $m = 10$ resulta el sistema $\begin{cases} 2x + y - z = 1 \\ x - 2y + z = 3 \\ 5x - 5y + 2z = 10 \end{cases}$, que es compatible indeterminado.

Para resolverlo despreciamos una de las ecuaciones (tercera) y parametrizamos una de las incógnitas ($z = \lambda$):

$$\begin{cases} 2x + y = 1 + \lambda \\ x - 2y = 3 - \lambda \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + 2y = 2 + 2\lambda \\ x - 2y = 3 - \lambda \end{cases} \Rightarrow 5x = 5 + \lambda \quad ; \quad x = 1 + \frac{1}{5}\lambda$$

$$\begin{cases} 2x + y = 1 + \lambda \\ x - 2y = 3 - \lambda \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + y = 1 + \lambda \\ -2x + 4y = -6 + 2\lambda \end{cases} \Rightarrow 5y = -5 + 3\lambda \quad ; \quad y = -1 + \frac{3}{5}\lambda$$

$$\text{Solución: } \begin{cases} x = 1 + \frac{1}{5}\lambda \\ y = -1 + \frac{3}{5}\lambda, \quad \forall \lambda \in \mathbb{R} \\ z = \lambda \end{cases}$$

4º) Dadas las rectas $r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-2}$ y $s \equiv \begin{cases} x = -\frac{2}{3} - 4t \\ y = \frac{5}{3} + t \\ z = 3t \end{cases}$, se pide:

a) Estudiar la posición relativa de ambas rectas.

b) Hallar una recta que pasa por el origen de coordenadas y sea perpendicular a las rectas r y s.

a)

Un vector director de r es $\vec{u} = (2, 3, -2)$ y uno de la recta s es $\vec{v} = (-4, 1, 3)$.

Como quiera que los vectores \vec{u} y \vec{v} son linealmente independientes, las rectas r y s se cruzan o se cortan. Para diferenciar el caso haremos lo siguiente: determinamos un tercer vector, \vec{w} , que tenga como origen un punto de r, por ejemplo A(1, -1, 0), y por extremo un punto de s, por ejemplo, para $t = 1/3$, el punto B(-2, 2, 1):

$$\vec{w} = \vec{AB} = B - A = (-2, 2, 1) - (1, -1, 0) = (-3, 3, 1).$$

Si el rango de $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ es 3, r y s se cruzan y si el rango es 2, se cortan:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ -4 & 1 & 3 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 2 + 16 - 18 - 4 - 12 + 12 = -4 \neq 0 \Rightarrow \text{Rango de } [\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}] = 3.$$

Las rectas r y s se cruzan

b)

La recta pedida, d, tiene como vector director a cualquier vector que sea linealmente dependiente del producto vectorial de los vectores directores de las rectas.

$$\vec{z} = \vec{v} \wedge \vec{u} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 3 & -2 \\ -4 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 9i + 8j + 2k + 12k + 2i - 6j = 11i + 2j + 14k = \underline{(11, 2, 14)} = \vec{z}.$$

La recta pedida, dada por unas ecuaciones continuas es la siguiente:

$$\underline{\underline{d \equiv \frac{x}{11} = \frac{y}{2} = \frac{z}{14}}}$$
