PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS

SEPTIEMBRE – 2012

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Elija una de las dos opciones, A o B, y conteste a las cuatro preguntas que componen la opción elegida. Si mezcla preguntas de las dos opciones, el tribunal podrá anular su examen.

En el desarrollo de cada respuesta, detalle y explique los procedimientos empleados en la misma. Se califica todo.

OPCIÓN A

1º) Dada la función $f(x)=\frac{2x^2+3}{x^2-4}$.

a) Obtener su dominio y los cortes con de su gráfica con los ejes coordenados (explicar).

b) Hallar las asíntotas horizontales y verticales de su gráfica, justificándolas.

c) Determinar intervalos de crecimiento, intervalos de decrecimiento y extremos relativos de esta función. Justificar los resultados obtenidos.

----

a)

El dominio de una función racional es R, excepto los valores reales de x que anulan el denominador.

$$x^2-4=0 \Rightarrow (x+2)(x-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=2 \\ x_2=-2 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{D(f) \Rightarrow R-\{-2,\ 2\}}}.$$

Cortes con el eje X: $y=f(x)=0 \Rightarrow \frac{2x^2+3}{x^2-4}=0$;; $2x^2+3=0 \Rightarrow \underline{x \notin R}$.

La función f(x) no tiene puntos de corte con el eje X.

Cortes con el eje Y: $x=0 \Rightarrow f(0)=\frac{3}{-4} \Rightarrow \underline{\underline{A\left(0,\ -\frac{3}{4}\right)}}$.

b)

Las asíntotas verticales son los valores finitos de x que hacen que la función valga más infinito o menos infinito, o sea, son los valores infinitos de los límites laterales de la función para los valores de x que anulan el denominador:

$$x^2-4=0 \Rightarrow (x+2)(x-2)=0 \Rightarrow \underline{x_1=2} \;;\; \underline{x_2=-2}.$$

<u>Las rectas x = 2 y x = -2 son asíntotas verticales de la función.</u>

Las tendencias de las asíntotas verticales son las siguientes:

$$Para \;\; x=-2 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to -2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{2x^2+3}{x^2-4}=\dfrac{11}{0^+}=\underline{\underline{+\infty}} \\ \\ \lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -2^+} \dfrac{2x^2+3}{x^2-4}=\dfrac{11}{0^-}=\underline{\underline{-\infty}} \end{cases}.$$

$$Para \;\; x=+2 \Rightarrow \begin{cases} \lim\limits_{x\to +2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to +2^-} \dfrac{2x^2+3}{x^2-4}=\dfrac{11}{0^-}=\underline{\underline{-\infty}} \\ \\ \lim\limits_{x\to +2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to +2^+} \dfrac{2x^2+3}{x^2-4}=\dfrac{11}{0^+}=\underline{\underline{+\infty}} \end{cases}.$$

Las asíntotas horizontales son los valores finitos que toma la función cuando x tiende a más infinito o a menos infinito:

$$y=\lim\limits_{x\to \pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to \pm\infty} \frac{2x^2+3}{x^2-4}=\underline{\underline{2=y}}$$

<u>La recta y = 2 es asíntota horizontal de la función.</u>

c)

Para estudiar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, derivamos:

$$f'(x)=\frac{4x\cdot(x^2-4)-(2x^2+3)\cdot 2x}{(x^2-4)^2}=\frac{4x^3-16x-4x^3-6x}{(x^2-4)^2}=\underline{\frac{-22x}{(x^2-4)^2}}.$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow \frac{-22x}{(x^2-4)^2}=0 \;;\; -22x=0 \;;\; \underline{x=0}.$$

$$\underline{\underline{f'(x)>0 \Rightarrow x<0 \Rightarrow Crecimiento: (-\infty,\,-2)\cup(-2,\,0)}}$$

$$\underline{\underline{f'(x)<0 \Rightarrow x>0 \Rightarrow Decrecimiento: (0,\,2)\cup(2,\,+\infty)}}$$

Una función tiene un máximo o un mínimo relativos para los valores de x que anulan la primera derivada; en este caso x = 0.

Para diferenciar los máximos de los mínimos relativos se recurre a la segunda derivada: si es positiva para los valores que anulan la primera derivada, se trata de un mínimo relativo y, se es negativa, de un máximo relativo.

$$f''(x)=\frac{-22\cdot\left(x^2-4\right)^2-(-22x)\cdot 2\cdot\left(x^2-4\right)\cdot 2x}{\left(x^2-4\right)^4}=\frac{-22\cdot\left(x^2-4\right)+88x^2}{\left(x^2-4\right)^3}=$$

$$=\frac{-22x^2+88+88x^2}{\left(x^2-4\right)^3}=\frac{66x^2+88}{\left(x^2-4\right)^3}=\underline{\frac{22\left(3x^2+4\right)}{\left(x^2-4\right)^3}=f''(x)}.$$

$$f''(0)=\frac{22(0+4)}{(0-4)^3}=\frac{88}{-64}<0\Rightarrow \underline{\text{Máximo relativo para x = 0.}}$$

$$f(0)=\frac{0+3}{0-4}=-\frac{3}{4}\Rightarrow \underline{\underline{Máximo:\ A\left(0,\ -\frac{3}{4}\right)}}.$$

****

2º) La temperatura T, en grados centígrados, que adquiere una pieza sometida a un cierto proceso de 6 horas de duración, viene dada en función del tiempo t trascurrido en ese proceso por la expresión $T = 20 + \frac{5t - 15}{t^2 - 6t + 10}$ $(con\ \ 0 \le t \le 6)$. Determinar en qué momento del proceso la pieza alcanza su temperatura máxima y en qué momento alcanza su temperatura mínima. Justificar las respuestas.

La temperatura será máxima o mínima para los valores que anulen la primera derivada de la expresión dada de la temperatura.

$$T'(t) = 0 + \frac{5 \cdot (t^2 - 6t + 10) - (5t - 15) \cdot (2t - 6)}{(t^2 - 6t + 10)^2} = \frac{5t^2 - 30t + 50 - 10(t - 35) \cdot (t - 3)}{(t^2 - 6t + 10)^2} =$$

$$= \frac{5t^2 - 30t + 50 - 10(t-3)^2}{(t^2 - 6t + 10)^2} = \frac{5t^2 - 30t + 50 - 10(t^2 - 6t + 9)}{(t^2 - 6t + 10)^2} = \frac{5t^2 - 30t + 50 - 10t^2 + 60t - 90}{(t^2 - 6t + 10)^2} =$$

$$= \frac{-5t^2 + 30t - 40}{(t^2 - 6t + 10)^2} = \underline{-5 \cdot \frac{t^2 - 6t + 8}{(t^2 - 6t + 10)^2} = T'(t)}.$$

$$T'(t) = 0 \Rightarrow -5 \cdot \frac{t^2 - 6t + 8}{(t^2 - 6t + 10)^2} = 0\ \ ;;\ \ t^2 - 6t + 8 = 0\ \ ;;\ \ t = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{t_1 = 2}\ \ ;;\ \ \underline{t_2 = 4}.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para los valores que anulan la primera derivada se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$T''(t) = -5 \cdot \frac{(2t - 6)(t^2 - 6t + 10)^2 - (t^2 - 6t + 8) \cdot 2 \cdot (t^2 - 6t + 10) \cdot (2t - 6)}{(t^2 - 6t + 10)^4} =$$

$$= -5 \cdot \frac{(2t - 6)(t^2 - 6t + 10) - 2(t^2 - 6t + 8)(2t - 6)}{(t^2 - 6t + 10)^3} = -5 \cdot \frac{(2t - 6)(t^2 - 6t + 10 - 2t^2 + 12t - 16)}{(t^2 - 6t + 10)^3} =$$

$$= -5 \cdot \frac{(2t - 6)(-t^2 + 6t - 6)}{(t^2 - 6t + 10)^3} = \underline{10 \cdot \frac{(t - 3)(t^2 - 6t + 6)}{(t^2 - 6t + 10)^3} = T''(t)}.$$

$$T''(2) = 10 \cdot \frac{(2 - 3)(2^2 - 6 \cdot 2 + 6)}{(2^2 - 6 \cdot 2 + 10)^3} = 10 \cdot \frac{(-1)(10 - 12)}{(4 - 12 + 10)^3} = \frac{20}{2^3} = \frac{20}{8} > 0 \Rightarrow \text{ Mínimo para x = 2.}$$

$$T''(4) = 10 \cdot \frac{(4 - 3)(4^2 - 6 \cdot 4 + 6)}{(4^2 - 6 \cdot 4 + 10)^3} = 10 \cdot \frac{16 - 24 + 6}{(16 - 24 + 10)^3} = \frac{-20}{2^3} < 0 \Rightarrow \text{ Máximo para x = 4.}$$

<u>El proceso alcanza la temperatura máxima a las 4 horas de comenzar.</u>

El valor de la temperatura máxima es la siguiente:

$$T_{MÄX} = 20 + \frac{5 \cdot 4 - 15}{4^2 - 6 \cdot 4 + 10} = 20 + \frac{20 - 15}{16 - 24 + 10} = 20 + \frac{5}{2} = 20 + 2'5 = \underline{\underline{22'5^{o} = T_{MÁX}}} \text{ .}$$

<u>El proceso alcanza la temperatura mínima a las 2 horas de comenzar.</u>

El valor de la temperatura mínima es la siguiente:

$$T_{MÍN} = 20 + \frac{5 \cdot 2 - 15}{2^2 - 6 \cdot 2 + 10} = 20 + \frac{10 - 15}{4 - 12 + 10} = 20 + \frac{-5}{2} = 20 - 2'5 = \underline{\underline{17'5^{o} = T_{MÍN}}} \text{ .}$$

****

3º) Resolver la ecuación matricial $A \cdot X + 2C = 3B$, siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ (detallar todos los cálculos realizados).

$$A \cdot X + 2C = 3B \;;\; A \cdot X + 2C = 3B - 2C = M \;;\; A \cdot X = M.$$

Multiplicando por la izquierda por A^{-1}:

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot M \;;\; I \cdot X = A^{-1} \cdot M \Rightarrow \underline{\underline{X = A^{-1} \cdot M}}.$$

$$M = 3B - 2C = 3 \cdot \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 3 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -8 \\ 6 & -6 \end{pmatrix} = \underline{\begin{pmatrix} -11 & -5 \\ 12 & -12 \end{pmatrix} = M}.$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -4 \end{vmatrix} = -12 + 2 = -10. \qquad A^t = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

$$Adj.\ de\ A^t = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{A^{-1} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}}.$$

Sustituyendo en la expresión de X los valores de M y A^{-1}:

$$X = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -11 & -5 \\ 12 & -12 \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} -44+12 & -20-12 \\ 22-36 & 10+36 \end{pmatrix} = \frac{1}{10} \cdot \begin{pmatrix} -32 & -32 \\ -14 & 46 \end{pmatrix}.$$

$$\underline{\underline{X = \begin{pmatrix} -\frac{16}{5} & -\frac{16}{5} \\ -\frac{7}{5} & \frac{23}{5} \end{pmatrix}}}$$

****

4º) Estudiar la posición relativa de las rectas $r \equiv \frac{x-2}{3} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z}{5}$ y $s \equiv \begin{cases} 4x-2y+z=0 \\ 2x-y+z=5 \end{cases}$ (explicar el procedimiento utilizado).

La expresión de $s \equiv \begin{cases} 4x-2y+z=0 \\ 2x-y+z=5 \end{cases}$ dada por unas ecuaciones paramétricas es la siguiente:

$$s \equiv \begin{cases} 4x-2y+z=0 \\ 2x-y+z=5 \end{cases} \Rightarrow \underline{x=\lambda} \Rightarrow \left.\begin{array}{r} -2y+z=-4\lambda \\ -y+z=5-2\lambda \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 2y-z=4\lambda \\ -y+z=5-2\lambda \end{array}\right\} \Rightarrow \underline{y=5+2\lambda} \;;;$$

$$z=5-2\lambda+y=5-2\lambda+5+2\lambda=\underline{10=z} \Rightarrow \underline{s \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=5+2\lambda \\ z=10 \end{cases}}.$$

Los vectores directores de las rectas pueden ser $\overrightarrow{v_r}=(3,\ -2,\ 5)$ y $\overrightarrow{v_s}=(1,\ 2,\ 0)$ que, evidentemente, no son paralelos por no ser proporcionales sus componentes, lo cual implica, necesariamente, que las rectas no son paralelas, por lo cual: o se cortan o se cruzan.

Para diferenciar el caso determinamos el vector $\overrightarrow{w}=\overrightarrow{BA}$, siendo A(2, -3, 0) un punto de r y B(0, 5, 10) un punto de s.

$$\overrightarrow{w}=\overrightarrow{BA}=A-B=(2,\ -3,\ 0)-(0,\ 5,\ 10)=(2,\ -8,\ -10).$$

Según que los vectores $\{\overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{v_s},\ \overrightarrow{w}\}$ tengan rango 2 o 3 las rectas se cortan o se cruzan, es decir, están o no en un mismo plano, respectivamente.

$$Rango\ \{\overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{v_s},\ \overrightarrow{w}\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 3 & -2 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -8 & -10 \end{vmatrix} = -60-40-20-20 \neq 0 \Rightarrow \underline{Rango\ \{\overrightarrow{v_r},\ \overrightarrow{v_s},\ \overrightarrow{w}\}=3}.$$

<u>Las rectas r y s se cruzan.</u>

****

OPCIÓN B

1º) a) Dada la función $f(x)=\cos^2(3x)$, hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a su gráfica en el punto de abscisa $x=\pi/12$ (explicar).

b) Hallar, justificando los resultados obtenidos, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $g(x)=2x^3-3x^2-12x+5$.

----

a)

El punto de tangencia es $f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\cos^2\frac{\pi}{4}=\left(\cos\frac{\pi}{4}\right)^2=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{T\left(\frac{\pi}{12},\ \frac{1}{2}\right)}$.

La pendiente de la tangente a una función en un punto es el valor de la derivada en ese punto.

$$f\ (x)=-2\cdot\cos(3x)\cdot 3\cdot sen\ (3x)=\underline{-3sen\ (6x)=f'(x)}.$$

$$m=f'\left(\tfrac{\pi}{12}\right)=-3sen\ \frac{\pi}{2}=-3\cdot 1=\underline{-3=m}.$$

La ecuación de la recta tangente es la siguiente:

$$y-\frac{1}{2}=-3\left(x-\frac{\pi}{12}\right)\ ;;\ y-\frac{1}{2}=-3x+\frac{\pi}{4}\ ;;\ 4y-2=-12x+\pi \Rightarrow \underline{\underline{t\equiv 12x+4y-(2+\pi)=0}}.$$

La normal a una curva en un punto tiene como pendiente la inversa y de signo contrario de la pendiente de la recta tangente: $m'=-\frac{1}{m}=-\frac{1}{-3}=\underline{\frac{1}{3}=m'}$.

La ecuación de la recta normal es la siguiente:

$$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{3}\left(x-\frac{\pi}{12}\right)\ ;;\ y-\frac{1}{2}=\frac{x}{3}-\frac{\pi}{36}\ ;;\ 36y-18=12x-\pi \Rightarrow \underline{\underline{n\equiv 12x-36y+(18-\pi)=0}}.$$

b)

Una función tiene un máximo o un mínimo relativo para aquellos valores de x que anulan la primera derivada.

$$g'(x)=6x^2-6x-12=0\ ;;\ 6(x^2-x-2)=0\ ;;\ x^2-x-2=0\ ;;\ x=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{9}}{2}=\frac{1\pm 3}{2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x_1=-1}\ ;;\ \underline{x_2=2}.$$

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada: si es positiva para los valores que anulan la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa se trata de un máximo.

$$g''(x)=12x-6 \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \rightarrow g''(-1)=12\cdot(-1)-6=-12-6=-18<0 \rightarrow \underline{Máx.\ \ para\ \ x=-1} \\ \\ x=2 \rightarrow g''(2)=12\cdot 2-6=24-6=18>0 \rightarrow \underline{Mín.\ \ para\ \ x=2} \end{cases}.$$

$$g(-1)=2\cdot(-1)^3-3\cdot(-1)^2-12\cdot(-1)+5=-2-3+12+5=12 \Rightarrow \underline{\underline{Máx. \Rightarrow A(-1,\ 12)}}.$$

$$g(2)=2\cdot 2^3-3\cdot 2^2-12\cdot 2+5=16-12-24+5=21-36=-25 \Rightarrow \underline{\underline{Mín. \Rightarrow B(2,\ -25)}}.$$

Una función tiene un punto de inflexión para los valores que anulan la segunda derivada. Esta condición, que es necesaria, no es suficiente; para que exista punto de inflexión tiene que ser distinta de cero la tercera derivada para los valores que anulan la segunda.

$$g''(x)=0 \Rightarrow 12x-6=0\ ;;\ 6(2x-1)=0\ ;;\ 2x-1=0\ ;;\ \underline{x=\frac{1}{2}}.$$

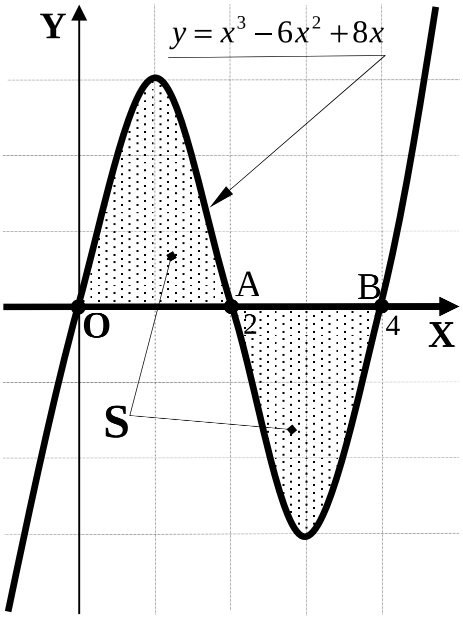
$$g'''(x)=12\neq 0 \Rightarrow \underline{P.\ I.\ \ para\ \ x=\frac{1}{2}}.$$

$$g\left(\tfrac{1}{2}\right)=2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-12\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+5=\frac{2}{8}-\frac{3}{4}-6+5=\frac{1}{4}-\frac{3}{4}-1=-\frac{2}{4}-1=-1-\frac{1}{2}=\underline{-\frac{3}{2}}.$$

$$\underline{\underline{P.\ I. \Rightarrow C\left(\frac{1}{2},\ -\frac{3}{2}\right)}}$$

****

2º) Calcular el área comprendida entre la gráfica de la función $y = x^3 - 6x^2 + 8x$ y el eje OX, haciendo un dibujo aproximado y explicando.



Los puntos de corte de la función con el eje de abscisas son los siguientes:

$$y = x^3 - 6x^2 + 8x = x\left(x^2 - 6x + 8\right) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{x_1 = 0} \;;;\; x^2 - 6x + 8 = 0 \;;;\; x = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} =$$

$$= \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2} = 3 \pm 1 \Rightarrow \underline{x_2 = 2} \;;;\; \underline{x_3 = 4}.$$

Puntos de corte O(0, 0), A(2, 0) y B(4, 0).

Teniendo en cuenta que $y(1) = 1 - 6 + 8 = 3 > 0$, la representación gráfica de la situación es la de la figura adjunta.

$$\int y \cdot dx = F(x) = \int \left(x^3 - 6x^2 + 8x\right) \cdot dx = \frac{x^4}{4} - \frac{6x^3}{3} + \frac{8x^2}{2} = \underline{\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 4x^2 = F(x)}.$$

Teniendo en cuenta la integral indefinida anterior y de la observación de la figura se deduce el área a calcular, que es la siguiente:

$$S = \int_0^2 y \cdot dx + \int_4^2 y \cdot dx = \left[F(x)\right]_0^2 + \left[F(x)\right]_4^2 = F(2) - F(0) + F(2) - F(4) = \underline{2F(2) - F(0) - F(4) = S}.$$

$$F(0) = 0 \;;;\; F(2) = \frac{2^4}{4} - 2 \cdot 2^3 + 4 \cdot 2^2 = 4 - 16 + 16 = 4 \;::\; F(4) = \frac{4^4}{4} - 2 \cdot 4^3 + 4 \cdot 4^2 =$$

$$= 64 - 128 + 64 = 0.$$

$$S = 2 \cdot 4 - 0 - 0 = \underline{\underline{8\, u^2 = S}}$$

****

3º) Discutir la compatibilidad del sistema $\begin{cases} 2x+y-z=-1 \\ x-2y+2z=m \\ 3x-y+mz=4 \end{cases}$ según los distintos valores del parámetro m.

Las matrices de coeficientes y ampliada son:

$$M=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & m \end{pmatrix} \ \ y \ \ M'=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & m \\ 3 & -1 & m & 4 \end{pmatrix}.$$

El rango de la matriz de coeficientes en función de m es el siguiente:

$$|M|=\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & -1 & m \end{vmatrix}=-4m+1+6-6+4-m=5-5m=5(1-m)=0 \Rightarrow \underline{m=1}.$$

$$\underline{\underline{Para\ \ m\neq 1\Rightarrow Rango\ \ M=Rango\ \ M'=3=n^{o}\ \ incóg.\Rightarrow Compatible\ \ \det er\min ado}}$$

$$Para\ \ m=1\ \Rightarrow\ M'=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}\Rightarrow\{C_2=-C_3\}\Rightarrow\ Rango\ \ M'\ \Rightarrow\{C_1,\ C_2,\ C_4\}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix}=-16+1+3-6+2-4=-26+6=-20\neq 0\ \Rightarrow\ \underline{Rango\ \ M'=3}.$$

$$\underline{\underline{Para\ \ m=1\Rightarrow Rango\ \ M=2\ \ ;;\ \ Rango\ \ M'=3\Rightarrow Incompatible}}$$

****

4º) Dado el plano $\pi \equiv \begin{cases} x = -1 + 3\lambda - 2\mu \\ y = 4 + \lambda \\ z = -2 + 2\lambda - 5\mu \end{cases} \quad (\lambda,\ \mu \in R)$ y dado el punto P(0, 3, -1) exterior a π, obtener las ecuaciones en forma continua, en forma paramétrica y como intersección de dos planos, de la recta r que pasa por P y es perpendicular al plano π, explicando el procedimiento utilizado.

Dos vectores directores del plano π son $\overrightarrow{u} = (3,\ 1,\ 2)$ y $\overrightarrow{v} = (2,\ 0,\ 5)$.

Un vector director de r puede ser cualquiera que sea linealmente dependiente del producto vectorial de los dos vectores directores del plano π:

$$\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{u} \times \overrightarrow{v} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 5i + 4j - 2k - 15j = 5i - 11j - 2k = \underline{(5,\ -11,\ -2) = \overrightarrow{v_r}}.$$

La expresión de r por unas ecuaciones paramétricas es $\underline{\underline{r \equiv \begin{cases} x = 5\lambda \\ y = 3 - 11\lambda \\ z = -1 - 2\lambda \end{cases}}}$.

Continua: $\underline{\underline{r \equiv \frac{x}{5} = \frac{y-3}{-11} = \frac{z+1}{-2}}}$.

Como intersección de dos planos: $r \equiv \begin{cases} -11x = 5y - 15 \\ -2x = 5z + 5 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{r \equiv \begin{cases} 11x + 5y = 15 \\ 2x + 5z = -5 \end{cases}}}$.

****