PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)

UNIVERSIDAD DE EXTREMADURA

JUNIO – 2009

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II   Tiempo máximo: 1 hora y 30 minutos

El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas.

Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo.

Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1º) Sea A una matriz cuadrada de orden 3. Sabemos que el determinante de A es $|A| = 2$. Calcule los siguientes determinantes:

a) $|2A|$ b) $|A^{-1}|$ c) $|A \cdot A^t|$ (A^t es la traspuesta de A)

d) Determinante de la matriz obtenida al intercambiar las dos primeras columnas de A.

e) Determinante de la matriz que se obtiene al sumar a la primera fila de A la segunda multiplicada por 2.

----

a)

Teniendo en cuenta que:

1.- El producto de una matriz por un número es la matriz que resulta de multiplicar todos y cada uno de los elementos por el número.

2.- Si se multiplica o divide una línea de un determinante por un número, el valor del determinante queda multiplicado o dividido por dicho número y que la matriz A es de orden tres:

$$|2A| = 2^3 \cdot |A| = 8 \cdot 2 = \underline{\underline{16 = |2A|}}$$

b)

Teniendo en cuenta que $|A \cdot B| = |A| \cdot |B|$ y que A · A^{-1} = I:

$$|A \cdot A^{-1}| = |A| \cdot |A^{-1}| = |I| \;\;;;\;\; 2 \cdot |A^{-1}| = 1 \Rightarrow \underline{\underline{|A^{-1}| = \frac{1}{2}}}.$$

c)

Sabiendo que el determinante de una matriz es igual que el determinante de su matriz traspuesta y teniendo en cuenta la propiedad empleada en el apartado anterior:

$$|A \cdot A^t| = |A| \cdot |A^t| = 2 \cdot 2 = \underline{\underline{4 = |A \cdot A^t|}}$$

d)

Sabiendo que si se intercambian dos líneas de una matriz, su determinante cambia de signo, <u>el valor del determinante resultante es -2.</u>

e)

Teniendo en cuenta que el determinante de una matriz no se altera al sumar a una línea otra paralela multiplicada por cualquier número real, el valor del determinante resultante es el mismo de la matriz, o sea, 2.

Aunque no se pide, lo aclaramos del modo siguiente:

Conociendo la propiedad de los determinantes que dice: si todos los elementos de una línea de una matriz cuadrada se descomponen en dos sumandos, entonces su determinante es igual a la suma de dos determinantes que tienen en dicha línea el primero y el segundo sumando respectivamente, siendo los restantes elementos iguales a los del determinante inicial.

Siendo la matriz $A = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}$: $\begin{pmatrix} F_1 + 2F_2 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2F_2 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} + 0 = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}$

$$\underline{\underline{\begin{vmatrix} F_1 + 2F_2 \\ F_2 \\ F_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{vmatrix} = 2}}$$

Nota: - El determinante de la matriz $\begin{pmatrix} 2F_2 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix}$ es 0 por filas proporcionales.

****

2º) Dadas las rectas $r \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=1 \end{cases}$ y $r' \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+bz=0 \end{cases}$, determine la relación que debe existir entre a y b para que:

a) r y r’ sean paralelas.

b) r y r’ sean perpendiculares.

----

a)

Las expresiones de las rectas por ecuaciones paramétricas son:

$$r \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ x-y+z=1 \end{cases} \Rightarrow \underline{z=\lambda} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x+y=-\lambda \\ x-y=1-\lambda \end{array} \right\} \Rightarrow 2x=1-2\lambda \;;\; \underline{x=\frac{1}{2}-\lambda} \;;\; y=-\lambda-x=$$

$$=-\lambda-\frac{1}{2}+\lambda=\underline{-\frac{1}{2}=y} \Rightarrow \underline{r \equiv \begin{cases} x=\frac{1}{2}-\lambda \\ y=-\frac{1}{2} \\ z=\lambda \end{cases}} \Rightarrow Punto\ \ y\ \ vector\ \ de\ \ r \Rightarrow \begin{cases} \underline{A\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0\right)} \\ \\ \underline{\overrightarrow{u}=(-1,\ 0,\ 1)} \end{cases}$$

$$r' \equiv \begin{cases} x+y+z=0 \\ ax+bz=0 \end{cases} \Rightarrow \underline{z=\lambda} \Rightarrow \underline{x=-\frac{b}{a}\lambda} \;;\; y=-\lambda-x=-\lambda+\frac{b}{a}\lambda=\underline{\frac{b-a}{a}\lambda=y} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{r' \equiv \begin{cases} x=-\frac{b}{a}\lambda \\ y=\frac{b-a}{a}\lambda \\ z=\lambda \end{cases}} \Rightarrow Punto\ \ y\ \ vector\ \ de\ \ r' \Rightarrow \begin{cases} \underline{O(0,\ 0,\ 0)} \\ \\ \underline{\overrightarrow{v}=\left(-\frac{b}{a},\ \frac{b-a}{a},\ 1\right)} \end{cases}$$

Para que las rectas sean paralelas, sus vectores directores tienen que ser linealmente dependientes:

$$\frac{-1}{-\frac{b}{a}}=\frac{0}{\frac{b-a}{a}}=\frac{1}{1} \;;\; \frac{a}{b}=\frac{0}{b-a}=1 \Rightarrow \underline{\underline{r\ \ y\ \ r'\ \ son\ \ paralelas\ \ para\ \ a=b\neq 0\ \ (*)}}$$

(*) De ser a = b = 0 no existiría la recta r’.

Para que las rectas sean coincidentes, un punto de una de las rectas tiene que pertenecer a la otra; por ejemplo, el punto $A\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0\right)\in r$ tiene que pertenecer a r’:

$$r' \equiv \begin{cases} x=-\frac{b}{a}\lambda \\ y=\frac{b-a}{a}\lambda \\ z=\lambda \end{cases} \;;\; A\left(\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0\right) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x=-\frac{b}{a}\lambda=\frac{1}{2} \\ y=\frac{b-a}{a}\lambda=-\frac{1}{2} \\ z=\lambda=0 \end{array} \right\} \Rightarrow A\notin r' \Rightarrow \underline{\underline{r\ \ y\ \ r'\ \ no\ \ son\ \ coincidentes}}$$

b)

Para que dos rectas sean perpendiculares tienen que serlo sus vectores directores, o sea, que su producto escalar tiene que ser cero:

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = 0 \Rightarrow (-1,\ 0,\ 1) \cdot \left(-\tfrac{b}{a},\ \tfrac{b-a}{a},\ 1\right) = \tfrac{b}{a} + 0 + 1 = 0 \ ;; \ b + a = 0 \ ;; \ \underline{a = -b}$$

$$\underline{\underline{r \ \ y \ \ r' \ \ son \ \perp \ para \ \ a = -b}}$$

Otra forma de resolver el apartado a) es por sistemas de ecuaciones, teniendo en cuenta que si A es la matriz de coeficientes del sistema que forman las rectas expresadas por dos ecuaciones implícitas y B es la matriz ampliada, se cumple que:

1.- Las rectas son coincidentes si Rango A = Rango B = 2.

2.- Las rectas son paralelas si Rango A = 2 y Rango B = 3.

3.- Las rectas son secantes si Rango A = Rango B =3.

4.- Las rectas se cruzan si Rango 3 y Rango B = 4.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ a & 0 & b \end{pmatrix} \ \ y \ \ B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ a & 0 & b & 0 \end{pmatrix}$$

Por tener ambas matrices iguales las filas primera y tercera, a efectos de rango el problema es semejante al estudio de las matrices $A' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ a & 0 & b \end{pmatrix} \ y \ B' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ a & 0 & b & 0 \end{pmatrix}$.

Para que las rectas sean paralelas el rango de A’ tiene que ser 2, o sea, que tiene que ser $|A| = 0$:

$$|A'| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ a & 0 & b \end{vmatrix} = 0 \ ;; \ -b + a + a - b = 0 \ ;; \ 2a - 2b = 0 \ ;; \ a - b = 0 \Rightarrow \underline{a = b \neq 0}$$

Para a = b es $B' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ a & 0 & a & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow Rango \ \ de \ \ B' \Rightarrow \{C_1 = C_3\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ a & 0 & 0 \end{vmatrix} =$

$$= a \neq 0 \Rightarrow \underline{Rango \ \ B' = 3} \ \ (Para \ \ a = b = 0 \ \ no \ \ existe \ \ r')$$

<u>Las rectas r y r’ son paralelas para a = b ≠ 0.</u>

****

3º) a) Diga cuando un punto $[x_0, \ f(x_0)]$ es de inflexión para una función f(x).

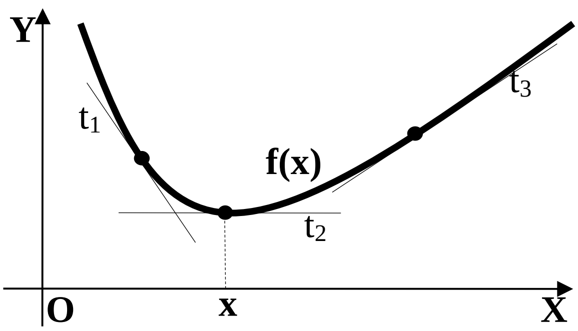
b) Calcule los coeficientes a y b del polinomio $p(x) = ax^3 - 3x^2 + bx + 1$ para que su gráfica pase por el punto A(1, 1), teniendo aquí un punto de inflexión.

c) Diga, razonadamente, si en el punto A(1, 1) la función p(x) es creciente o decreciente.

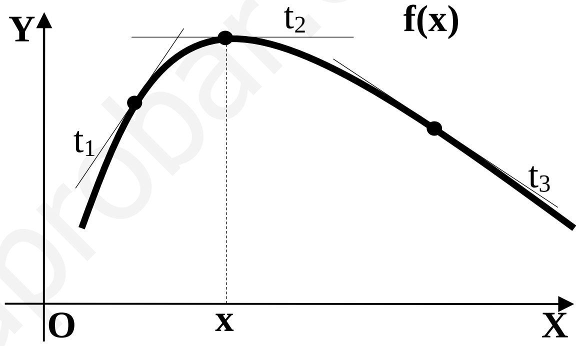
----

a)

Una función f(x), continua y derivable en el entorno de un punto de abscisa x = a, es convexa $(\cup)$ cuando al aumentar el valor de x aumenta el valor de las pendientes de las rectas tangentes. Por el contrario, en el entorno de un punto la función es cóncava $(\cap)$ cuando al aumentar los valores de x disminuye el valor de las pendientes de las rectas tangentes.



Convexa

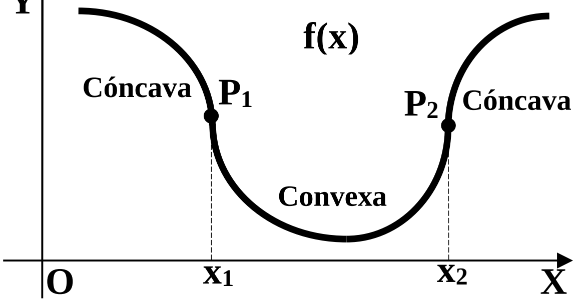


Cóncava

En la figura de la izquierda se observa que, en el entorno de x, las tangentes van aumentando, $t_1 > t_2 > t_3$; como la tangente o pendiente es la derivada de la función, en el entorno de x las derivadas constituyen una función creciente, por lo cual su derivada, o sea, la derivada de la derivada, (f'') es positiva.

En la figura de la derecha se observa que, en el entorno de x, las tangentes van disminuyendo, $t_1 < t_2 < t_3$; como la tangente o pendiente es la derivada de la función, en el entorno de x las derivadas constituyen una función decreciente, por lo cual su derivada, o sea, la derivada de la derivada, (f'') es negativa.

En resumen: si una función dos veces derivable en un punto x = a, es convexa $(\cup)$ en ese punto cuando f''(a) > 0 y es cóncava $(\cap)$ en ese punto cuando f''(a) < 0.



Un punto de inflexión es aquél donde la función pasa de ser cóncava a convexa o viceversa, o sea: la segunda derivada cambia de signo en ese punto, o lo que es lo mismo: se anula.

De lo anterior se deduce que:

<u>Para que un punto $P[x_0, f(x_0)]$ sea de inflexión es necesario que $f''(x) = 0$.</u>

La condición anterior, que es necesaria, no es suficiente; en algunos casos sucede que para x = a se anulen las derivadas segunda, tercera y así sucesivamente. En estos casos se debe seguir derivando la función hasta hallar una derivada que no se anule en ese punto. Si el orden de esa derivada es par y además f'(a) = 0, la función tiene un extremo relativo; si es impar, la función tiene un punto de inflexión para x = a.

b)

$$p'(x) = 3ax^2 - 6x + b \;\;;;\;\; p''(x) = 6ax - 6 = 6(ax - 1) \;\Rightarrow\; p''(1) = 0 \;\Rightarrow\; a \cdot 1 - 1 = 0 \;\;;;\;\; \underline{\underline{a = 1}}$$

Para a = 1 es $p(x) = x^3 - 3x^2 + bx + 1$.

Por pasar por A(1, 1) tiene que ser $p(1) = 1$:

$$p(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 1 = 1 \;\;;;\;\; 1 - 3 + b + 1 = 1 \;\Rightarrow\; \underline{\underline{b = 2}}$$

c)

La función es $p(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$.

Para que la función p(x) sea creciente o decreciente en el punto A(1, 1) tiene que ser $p'(1) > 0$ o $p'(1) < 0$, respectivamente.

$$p'(x) = 3x^2 - 6x + 2 \;\Rightarrow\; p'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 2 = 3 - 6 + 2 = -1 < 0.$$

<u>La función p(x) es decreciente en el punto A(1, 1).</u>

****

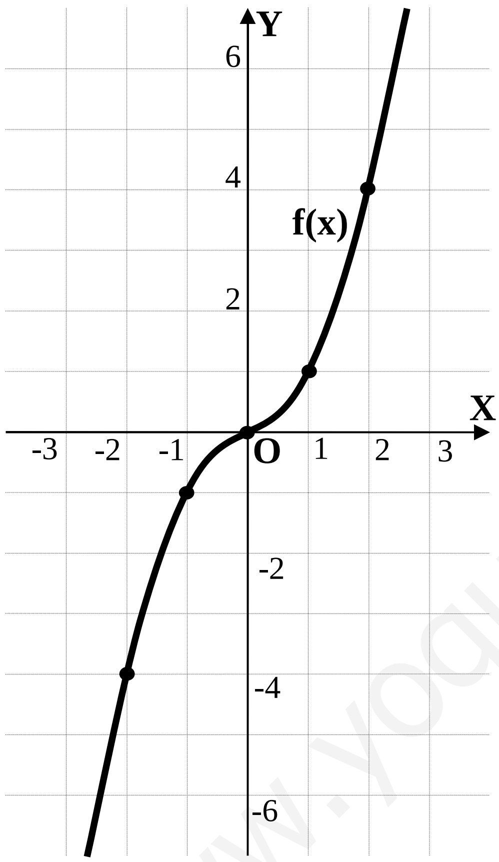
4º) a) Exprese $f(x)=x\cdot|x|$ como una función definida a trozos y dibuje su gráfica de forma aproximada.

b) Calcule la integral definida $\int_{-1}^{1} x\cdot|x|\,dx$.

c) Calcule el área del recinto plano limitado por la gráfica de f(x), el eje OX, la recta $x=-1$ y la recta x = 1.

----

a)



Sabiendo que $|x|=\begin{cases}-x & si\ \ x<0\\ x & si\ \ x\geq 0\end{cases}$, la función $f(x)=x\cdot|x|$ puede redefinirse o expresarse definida a trozos de la forma siguiente:

$$\underline{\underline{f(x)=\begin{cases}-x^2 & si\ \ x<0\\ x^2 & si\ \ x\geq 0\end{cases}}}$$

Su representación gráfica aproximada es la indicada en la figura adjunta.

Para x < 0 la función es:

$$f(x)=-x^2\ \Rightarrow\ \begin{cases}x & 0 & -1 & -2 & -3\\ f(x) & 0 & -1 & -4 & -9\end{cases}\quad \ldots\ldots$$

Para x ≥ 0 la función es:

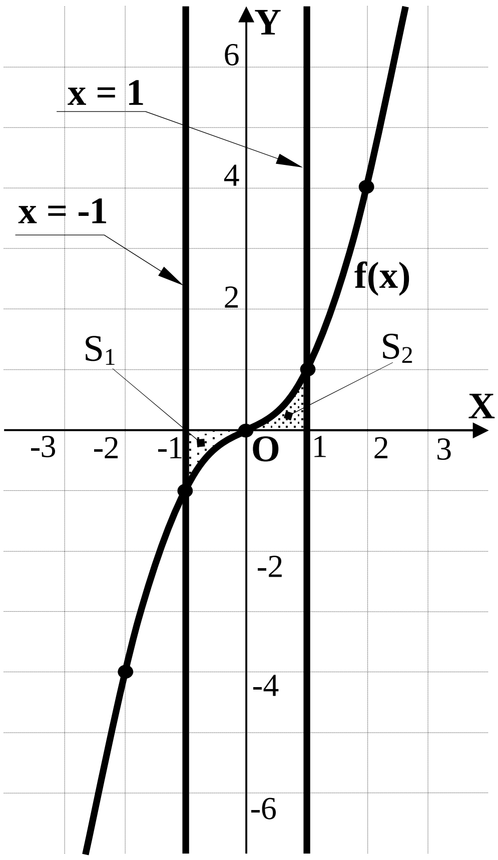
$$f(x)=x^2\ \Rightarrow\ \begin{cases}x & 0 & 1 & 2 & 3\\ f(x) & 0 & 1 & 4 & 9\end{cases}\quad \ldots\ldots$$

b)

Sabiendo que $f(x)=x\cdot|x|$ se puede expresar de la forma $f(x)=\begin{cases}-x^2 & si\ \ x<0\\ x^2 & si\ \ x\geq 0\end{cases}$ y que siendo a < b < c se cumple que $\int_a^c f(x)\,dx=\int_a^b f(x)\,dx+\int_b^c f(x)\,dx$, sería:

$$\int_{-1}^{1} x\cdot|x|\,dx=\int_{-1}^{0}-x^2\,dx+\int_{0}^{1}x^2\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{x^3}{3}\right]_{0}^{1}=0-\left[-\frac{(-1)^3}{3}\right]+\frac{1^3}{3}-0=-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\underline{\underline{0}}$$

c)



La superficie pedida es la suma de S_1 y S_2.

Teniendo en cuenta que las ordenadas de la superficie S_1 son negativas y que si se invierten los límites de integración la superficie cambia de signo, el área pedida es la siguiente:

$$S_1 = \int_0^{-1} -x^2 \cdot dx = \left[-\frac{x^3}{3} \right]_{-1}^{0} = \left[-\frac{(-1)^3}{3} \right] - 0 = \underline{\frac{1}{3}\ u^2 = S_1}$$

$$S_2 = \int_0^{1} x^2 \cdot dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1^3}{3} - 0 = \underline{\frac{1}{3}\ u^2 = S_2}$$

$$S = S_1 + S_2 = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \underline{\underline{\frac{2}{3}\ u^2 = S}}$$

****

OPCIÓN B

1º) Calcule los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)=\frac{x}{2}+\cos x$ en el intervalo $0<\pi<2\pi$. Tenga en cuenta que los ángulos se miden en radianes.

Para que una función tenga un máximo o un mínimo relativo es condición necesaria que se anule su primera derivada:

$$f'(x)=\frac{1}{2}-sen\ x=0\ \Rightarrow\ sen\ x=\frac{1}{2}\ \Rightarrow\ x\in(0,\ 2\pi)\ \Rightarrow\ \begin{cases} \underline{x_1=30^o=\frac{\pi}{6}} \\ \underline{x_2=150^o=\frac{5\pi}{6}} \end{cases}$$

Para diferenciar entre máximo y mínimo relativo se recurre a la segunda derivada:

$$f''(x)=-\cos\ x\ \Rightarrow\ x\in(0,\ 2\pi)\ \Rightarrow\ \begin{cases} f''\left(\frac{\pi}{6}\right)=-\cos\ \frac{\pi}{6}=-\cos\ 30^o=-\frac{\sqrt{3}}{2}<0\ \Rightarrow\ \underline{Máximo} \\ f''\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-\cos\ \frac{5\pi}{6}=-\cos\ 150^o=+\frac{\sqrt{3}}{2}>0\ \Rightarrow\ \underline{Mínimo} \end{cases}$$

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\frac{\pi}{6}}{2}+\cos\ \frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{12}+\cos\ 30^o=\frac{\pi}{12}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi+6\sqrt{3}}{12}$$

$$\underline{\underline{Máximo\ \ relativo:\ A\left(\frac{\pi}{6},\ \frac{\pi+6\sqrt{3}}{12}\right)}}$$

$$f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{\frac{5\pi}{6}}{2}+\cos\ \frac{5\pi}{6}=\frac{5\pi}{12}+\cos\ 150^o=\frac{5\pi}{12}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{5\pi-6\sqrt{3}}{12}$$

$$\underline{\underline{Mínimo\ \ relativo:\ B\left(\frac{5\pi}{6},\ \frac{5\pi-6\sqrt{3}}{12}\right)}}$$

****

2º) a) Escriba la fórmula o regla de la integración por partes.

b) Aplíquela para calcular la integral indefinida $I=\int x^2 \cdot \cos x \cdot dx$.

----

a)

La fórmula de la integración por partes se deduce de la diferencial de un producto de funciones y de la propiedad de la suma de integrales.

$$d(u \cdot v)=du \cdot v+u \cdot dv \;\Rightarrow\; \int d(u \cdot v)=\int du \cdot v+\int u \cdot dv \;\Rightarrow\; u \cdot v=\int du \cdot v+\int u \cdot dv \;\Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\int u \cdot dv=u \cdot v-\int v \cdot du}}$$

b)

$$I=\int x^2 \cdot \cos x \cdot dx \;\Rightarrow\; \left\{\begin{matrix} u=x^2 \rightarrow du=2x\,dx \\ \\ \cos x \cdot dx=dv \rightarrow v=sen\ x \end{matrix}\right\} \Rightarrow\; x^2 \cdot sen\ x-\int sen\ x \cdot 2x\,dx=$$

$$=x^2 \cdot sen\ x-2 \cdot \int x \cdot sen\ x \cdot dx=\underline{x^2 \cdot sen\ x-2I_1=I} \qquad (*)$$

$$I_1=\int x \cdot sen\ x \cdot dx \;\Rightarrow\; \left\{\begin{matrix} u=x \rightarrow du=dx \\ \\ sen\ x \cdot dx=dv \rightarrow v=-\cos x \end{matrix}\right\} \Rightarrow\; x \cdot \cos x-\int -\cos x \cdot dx=$$

$$=x \cdot \cos x+\int \cos x \cdot dx=\underline{x \cdot \cos x+sen\ x=I_1}$$

Sustituyendo en valor obtenido de I_1 en el valor de I dado en (*), queda:

$$I=x^2 \cdot sen\ x-2 \cdot (x \cdot \cos x+sen\ x)+C=x^2\,sen\ x-2x\cos x-2\,sen\ x+C$$

$$\underline{\underline{I=(x^2-2)sen\ x-2x\cos x+C}}$$

****

3º) Determine el rango de la matriz $A=\begin{pmatrix} 0 & b & b \\ 1 & 0 & 1 \\ b & -2 & 0 \end{pmatrix}$, según los valores del parámetro b.

$$|A|=\begin{vmatrix} 0 & b & b \\ 1 & 0 & 1 \\ b & -2 & 0 \end{vmatrix}=-2b+b^2=b(b-2)=0 \Rightarrow \begin{cases} \underline{b_1=0} \\ \\ \underline{b_2=2} \end{cases}$$

Para b = 0 es $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, equivalente a efectos de rango a $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, cuyo rango es 2 por ser $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{vmatrix}=-2\neq 0$.

Para b = 2 es $A=\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$, cuyo rango es 2 por ser $\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}=-2\neq 0$.

Conclusión:

$$\underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} b\neq 0 \\ b\neq 2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ de\ A=3}}\ ;;\ \underline{\underline{Para\ \begin{Bmatrix} b=0 \\ b=2 \end{Bmatrix} \Rightarrow Rango\ de\ A=2}}$$

****

4º) a) Calcule el punto de corte del plano $\pi \equiv x+y=0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=-2 \\ z=1+\lambda \end{cases}$.

b) Determine la recta s que está contenida en el plano π y corta perpendicularmente a r.

----

a)

Para hallar el punto de corte de π y r basta con resolver el sistema que forman:

$$\left.\begin{array}{l} \pi \equiv x+y=0 \\ r \equiv \begin{cases} x=\lambda \\ y=-2 \\ z=1+\lambda \end{cases} \end{array}\right\} \Rightarrow \lambda-2=0 \;;;\; \underline{\lambda=2} \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-2 \\ z=1+2=3 \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{P(2,\ -2,\ 3)}}$$

b)

Existen diversas formas de resolver este ejercicio; una de ellas es la siguiente:

Un vector director de r es $\overrightarrow{u}=(1,\ 0,\ 1)$.

Los puntos de s, por estar contenida en $\pi \equiv x+y=0$, tienen que satisfacer su ecuación; por ejemplo, dos puntos de s son $A(x,\ -x,\ 0),\ \forall x \in R$ y B(2, -2, -1). Un vector director de s es $\overrightarrow{v}=\overrightarrow{BA}=A-B=(x,\ -x,\ 0)-(2,\ -2,\ -1)=(x-2,\ -x+2,\ 1)$.

Para que las rectas r y s sean perpendiculares, sus vectores directores también tienen que serlo:

$$\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v}=0 \Rightarrow (x-2,\ -x+2,\ 1)\cdot(1,\ 0,\ 1)=x-2-0+1=0 \;;;\; x-1=0 \;;;\; \underline{x=1}.$$

El punto A es A(1, -1, 0); el vector director de s es $\overrightarrow{v}=(-1,\ 1,\ 1)$ y la ecuación de s es:

$$\underline{\underline{s \equiv \begin{cases} x=1-\lambda \\ y=-1+\lambda \\ z=\lambda \end{cases}}}$$

****