PRUEBA DE ACCESO (EBAU)

UNIVERSIDAD DE VALENCIA

EXTRAORDINARIA – 2022

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS CC SS   Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos

Se han de contestar tres problemas entre los seis propuestos. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen. Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

1º) Consideramos las matrices $A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}\ y\ C = (-2 \quad -2)$.

a) Justifica cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúa las que sean realizables:

1 → $B + 2CA$.
2 → $A - (BC)^t$, siendo $(BC)^t$ la matriz traspuesta de (BC).
3 → CAB.

b) Resuelve la ecuación matricial: $\frac{1}{5} \cdot (B + AX) = C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C.

----

a)

Debe tenerse en cuanta que para sumar matrices tienen que tener la misma dimensión y que el producto de matrices solamente es posible si el número de columnas de la primera es igual que el número de filas de la segunda.

$$1 \to \ B + 2CA = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} + 2(-2 \quad -2) \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} + 2(-16 \quad -8) =$$

$$= \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} + (-32 \quad -16) \Rightarrow \underline{B + 2CA \Rightarrow No\ es\ posible}.$$

$$2 \to \ A - (BC)^t = A - \left[\begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix}(-2 \quad -2)\right]^t = A - \begin{pmatrix} 8 & 8 \\ -12 & -12 \end{pmatrix}^t =$$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 & -12 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 12 \\ -6 & 16 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{A - (BC)^t = 2 \cdot \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}}.$$

$$3 \rightarrow \quad CAB = \begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -16 & -8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{CAB = (16)}.$$

$b)$

$$\frac{1}{5} \cdot (B + A \cdot X) = C^t; \;\; B + A \cdot X = 5C^t; \;\; A \cdot X = 5C^t - B;$$

$$A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot (5C^t - B); \;\; I \cdot X = A^{-1} \cdot (5C^t - B) \Rightarrow \underline{X = A^{-1} \cdot (5C^t - B)}.$$

$$|A| = \left| \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \right| = 24; \;\; A^t = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}; \;\; Adj.de\ A^t = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$A^{-1} = \frac{Adj.de\ A^t}{|A|} = \frac{\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}}{24} \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$X = A^{-1} \cdot (5C^t - B) = \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \left[5 \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \right] =$$

$$= \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} -10 \\ -10 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -16 \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \cdot \begin{pmatrix} -12 \\ -42 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{X = -\frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}}.$$

****

2º) Un vendedor dispone de café colombiano y café brasileño, y con ellos realiza mezclas que pone a la venta. Si mezcla a partes iguales los dos tipos de café, obtiene una mezcla que vende a 15 euros el kilo; si la proporción en la mezcla es de una parte de café colombiano por tres partes de café brasileño, vende la mezcla resultante a 10 euros el kilo. El vendedor dispone de 100 kilos de café colombiano y de 210 kilos de café brasileño. Desea hacer dos mezclas de modo que sus ingresos por venta sean máximos.

a) Halla cuántos kilos de cada mezcla debe producir para obtener el ingreso máximo.

b) ¿Cuál es dicho ingreso máximo?

----

a)

Sean x e y los kilos de café colombiano y brasileño que mezcla el vendedor, respectivamente.

Las condiciones son las siguientes, considerando que se obtiene un kilo de café en cada mezcla, de tal forma que en la primera mezcla 0,5 kilos de cada café y en la segunda, 0,25 kilos de colombiano y 0,75 kilos de brasileño:

$$\left.\begin{array}{r} 0{,}5x + 0{,}25y \le 100 \\ 0{,}5x + 0{,}75y \le 210 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{r} 2x + y \le 400 \\ 2x + 3y \le 840 \\ x \ge 0;\ y \ge 0 \end{array}\right\}.$$

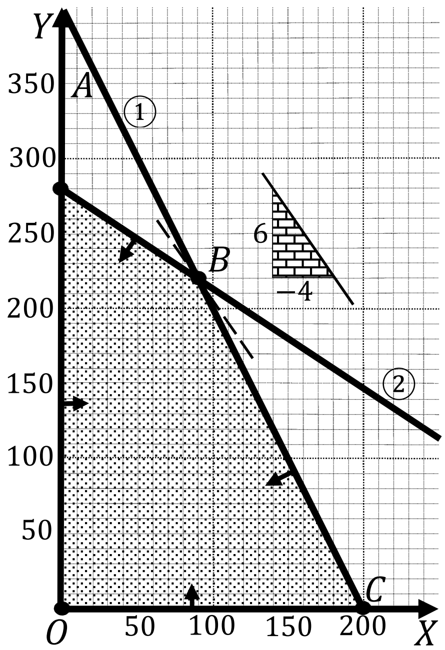
① $\Rightarrow 2x + y \le 400 \Rightarrow y \le 400 - 2x \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

x	100	210
y	200	170

② $\Rightarrow 2x + 3y \le 840 \Rightarrow y \le \frac{840-2x}{3} \Rightarrow O(0,0) \to Si.$

x	0	150
y	280	180

La zona factible es la que aparece sombreada en la figura.



Los vértices de la zona factible, además del origen de coordenadas, son los siguientes:

$$A \Rightarrow \left.\begin{array}{r} x = 0 \\ 2x + 3y = 840 \end{array}\right\} \Rightarrow 3y = 840;$$

$y = 280 \Rightarrow A(0, 280).$

$$B \Rightarrow \left.\begin{array}{r} 2x + y = 400 \\ 2x + 3y = 840 \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} -2x - y = -400 \\ 2x + 3y = 840 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow 2y = 440;\ \ y = 220;\ \ 2x + 220 = 400;$

$2x = 180;\ \ x = 90 \Rightarrow B(90, 220).$

$$C \Rightarrow \begin{rcases} y = 0 \\ 2x + y = 400 \end{rcases} \Rightarrow 2x = 400;\;\; x = 200 \Rightarrow C(200, 0).$$

La función de objetivos es $f(x, y) = 15x + 10y$.

Los valores de la función de objetivos en cada uno de los vértices son los siguientes:

$A \Rightarrow f(0, 280) = 15 \cdot 0 + 10 \cdot 280 = 0 + 2.800 = 2.800.$

$B \Rightarrow f(90, 220) = 15 \cdot 90 + 10 \cdot 220 = 1.350 + 2.200 = 3.550.$

$C \Rightarrow f(200, 0) = 15 \cdot 200 + 10 \cdot 0 = 3.000 + 0 = 3.000.$

El máximo se produce en el punto $B(90, 220)$.

También se hubiera obtenido el punto B por la pendiente de la función de objetivos, como puede observarse en la figura.

$f(x, y) = 15x + 10y = 0 \Rightarrow y = -\frac{15}{10}x = -\frac{3}{2}x \Rightarrow m = -\frac{6}{4}.$

$\underline{Ingreso\ máximo\ mezclando\ 90\ kilos\ de\ colombiano\ y\ 220\ de\ brasileño.}$

$b)$

$\underline{El\ ingreso\ máximo\ es\ de\ 3.550\ euros.}$

****

3º) Se considera la función $f(x)=\frac{3x^2-4x-4}{x^2-x-1}$, se pide:

a) Su dominio y puntos de corte con los ejes coordenados.

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen.

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

d) Los máximos y mínimos locales, si existen.

e) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores.

----

a)

Por ser una función racional su dominio en el conjunto de los números reales, excepto los valores reales de x que anulan el denominador.

$$x^2-x-1=0;\ \ x=\frac{1\pm\sqrt{1+4}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\Rightarrow x_1=\frac{1-\sqrt{5}}{2}, x_2=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

$$\underline{D(f)\Rightarrow R-\left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2},\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}}.$$

Punto de corte con el eje Y: $f(0)=\frac{3\cdot 0^2-4\cdot 0-4}{0^2-0-1}=\frac{-4}{-1}=4\Rightarrow \underline{A(0,4)}$.

Cortes eje X: $f(x)=0\Rightarrow \frac{3x^2-4x-4}{x^2-x-1}=0;\ \ 3x^2-4x-4=0;\ \ x=\frac{4\pm\sqrt{16+48}}{6}=$

$$=\frac{4\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{4\pm 8}{6}=\frac{2\pm 4}{3}\Rightarrow\begin{cases}x_1=-\frac{2}{3}\rightarrow \underline{B\left(-\frac{2}{3},0\right)} \\ x_2=6\rightarrow \underline{C(2,0)}\end{cases}.$$

b)

Asíntotas horizontales: son de la forma $y=k$ y son los valores finitos de la función cuando x tiende a más o menos infinito.

$$k=\lim_{x\to\infty} f(x)=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-4x-4}{x^2-x-1}=3\Rightarrow \underline{La\ recta\ y=3\ es\ asíntota\ horizontal.}$$

Asíntotas verticales: son los valores finitos de x que hacen que la función tienda a infinito o menos infinito: son los valores que anulan el denominador.

$$\underline{Las\ rectas\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2}\cong -0{,}62\ y\ x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}\cong 1{,}62\ son\ asíntotas\ verticales.}$$

$\underline{No\ tiene\ asíntotas\ oblicuas\ por\ ser\ incompatibles\ con\ las\ horizontales}$

$c)$

Una función es creciente o decreciente cuando su primera derivada es positiva o negativa, respectivamente.

$$f'(x)=\frac{(6x-4)\cdot(x^2-x-1)-(3x^2-4x-4)\cdot(2x-1)}{(x^2-x-1)^2}=$$

$$=\frac{6x^3-6x^2-6x-4x^2+4x+4-(6x^3-3x^2-8x^2+4x-8x+4)}{(x^2-x-1)^2}=\frac{6x^3-10x^2-2x+4-(6x^3-11x^2-4x+4)}{(x^2-x-1)^2}=$$

$$=\frac{6x^3-10x^2-2x+4-6x^3+11x^2+4x-4}{(x^2-x-1)^2}=\frac{x^2+2x}{(x^2-x-1)^2}\Rightarrow f'(x)=\frac{x(x+2)}{(x^2-x-1)^2}.$$

$$f'(x)=0\Rightarrow\frac{x(x+2)}{(x^2-x-1)^2}=0;\ \ x(x+2)=0\Rightarrow x_1=-2, x_2=0.$$

Como quiera que el denominador de la derivada es positivo para los valores reales de x pertenecientes al dominio de R, el signo de $f'(x)$ es el que tenga el numerador, al cual lo dividen las raíces de la derivada en los intervalos $(-\infty,-2), (-2,0)\ y\ (0,+\infty)$, donde la $f'(x)$ es, alternativamente, positiva o negativa.

Considerando, por ejemplo, $x=3\in(0,+\infty)$:

$$f'(3)=\frac{3\cdot(3+2)}{(3^2-3-1)^2}=\frac{15}{5^2}=\frac{15}{25}>0.$$

De lo anterior se deducen los periodos de crecimiento y decrecimiento, que son los siguientes:

$$\underline{Decrecimiento: f'(x)<0\Rightarrow x\epsilon(-2,0)}.$$

$$\underline{Crecimiento: f'(x)>0\Rightarrow x\epsilon(-\infty,-2)\cup(0,+\infty)}.$$

$d)$

Del dominio de la función y de los periodos de crecimiento y decrecimiento se deducen los máximos y mínimos de la función, no obstante, se hace su estudio mediante la segunda derivada.

Para que una función tenga un máximo o mínimo relativo en un punto es condición necesaria que se anule su derivada en ese punto.

Para diferenciar los máximos de los mínimos se recurre a la segunda derivada; si es positiva para el valor que anula la primera, se trata de un mínimo y, si es negativa, de un máximo.

$$f''(x)=\frac{(2x+2)\cdot(x^2-x-1)^2-x(x+2)\cdot[2\cdot(x^2-x-1)\cdot(2x-1)]}{(x^2-x-1)^4}=$$

$$=\frac{(2x+2)\cdot(x^2-x-1)-2x(x+2)\cdot(2x-1)}{(x^2-x-1)^3}=\frac{2x^3-2x^2-2x+2x^2-2x-2-(2x^2+4x)\cdot(2x-1)}{(x^2-x-1)^3}=$$

$$=\frac{2x^3-4x-2-(4x^3-2x^2+8x^2-4x)}{(x^2-x-1)^3}=\frac{2x^3-4x-2-4x^3-6x^2+4x}{(x^2-x-1)^3}=\frac{-2x^3-6x^2-2}{(x^2-x-1)^3}=\frac{-2\cdot(x^3+3x^2+1)}{(x^2-x-1)^3}.$$

$$f''(-2)=\frac{-2\cdot[(-2)^3+3(-2)^2+1]}{[(-2)^2-(-2)-1]^3}=\frac{-2\cdot(-8+12+1)}{5^3}=\frac{-10}{125}<0\Rightarrow Máx.\,para\ x=-2.$$

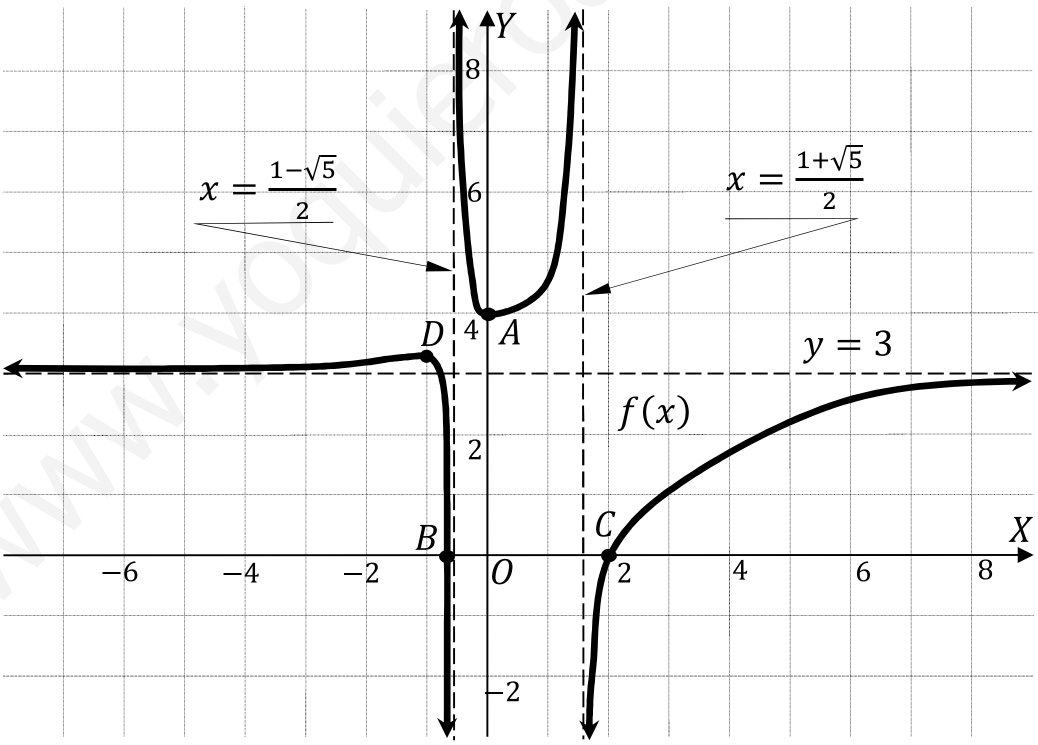
$$f(-2)=\frac{3\cdot(-2)^2-4\cdot(-2)-4}{(-2)^2-(-2)-1}=\frac{12+8-4}{4+2-1}=\frac{16}{5}\Rightarrow \underline{Máx\!: D\left(-2,\frac{16}{5}\right)}.$$

$$f''(0)=\frac{-2\cdot(0^3+3\cdot0^2+1)}{(0^2-0-1)^3}=\frac{-2}{-1}=2>0\ \Rightarrow Mínimo\ relativo\ para\ x=0.$$

$$f(0)=\frac{3\cdot0^2-4\cdot0-4}{0^2-0-1}=\frac{-4}{-1}=4\Rightarrow \underline{Mín\!:\Rightarrow A(0,4)}.$$

$e)$

La representación gráfica, aproximada, de la función es la siguiente:



****

4º) Una máquina está productiva durante un año desde su compra. Se sabe que el rendimiento (en porcentaje) que tiene la máquina x meses después de su compra viene dado por la función $f(x) = \frac{1}{10}(800 + 15x + 6x^2 - x^3)$, para cualquier x entre 0 y 12.

a) ¿Es el rendimiento que tiene la máquina un mes después de su compra superior al rendimiento que tiene dos meses después de su compra?

b) ¿Tras cuántos meses después de su compra alcanza la máquina su mayor rendimiento?; ¿cuál es dicho rendimiento máximo?

c) A lo largo del año, ¿tiene en algún momento la máquina un rendimiento inferior al 10 %?

----

a)

$$f(1) = \frac{1}{10}(800 + 15 \cdot 1 + 6 \cdot 1^2 - 1^3) = \frac{1}{10}(800 + 15 + 6 - 1) =$$

$$= \frac{1}{10} \cdot 820 \Rightarrow f(1) = 82\ \%.$$

$$f(2) = \frac{1}{10}(800 + 15 \cdot 2 + 6 \cdot 2^2 - 2^3) = \frac{1}{10}(800 + 30 + 24 - 8) =$$

$$= \frac{1}{10} \cdot 846 \Rightarrow f(1) = 84{,}6\ \%.$$

$$\underline{El\ rendimiento\ un\ mes\ del\ comienzo\ es\ menor\ que\ a\ los\ dos\ meses.}$$

b)

El rendimiento será máximo cuando su primera derivada sea negativa y la segunda positiva.

$$f'(x) = \frac{1}{10}(15 + 12x - 3x^2) = \frac{3}{10}(5 + 4x - x^2).$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{10}(5 + 4x - x^2) = 0;\ \ x^2 - 4x - 4 = 0;\ \ x = \frac{4 \pm \sqrt{16+20}}{2} =$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{4 \pm 6}{2} = 2 \pm 3 \Rightarrow x_1 = -1 \notin D(f), x_2 = 5.$$

$$f''(x) = \frac{3}{10}(4 - 2x) = \frac{3}{5}(2 - x).$$

$$f''(5) = \frac{3}{5}(2 - 5) = -\frac{9}{2} < 0 \Rightarrow Máximo\ relativo\ para\ x = 5.$$

$$f(5) = \frac{1}{10}(800 + 15 \cdot 5 + 6 \cdot 5^2 - 5^3) = \frac{1}{10}(800 + 75 + 150 - 125) =$$

$= \frac{1}{10} \cdot 900 \Rightarrow f(5) = 90\ \%.$

$\underline{El\ máximo\ se\ produce\ a\ los\ 5\ meses\ y\ es\ del\ 90\ \%}.$

$c)$

Los valores de la función en los extremos de su dominio son los siguientes:

$f(0) = \frac{1}{10}(800 + 15 \cdot 0 + 6 \cdot 0^2 - 0^3) = 80\ \%.$

$f(12) = \frac{1}{10}(800 + 15 \cdot 12 + 6 \cdot 12^2 - 12^3) =$

$= \frac{1}{10}(800 + 180 + 864 - 1.728) = \frac{1}{10}(800 + 180 + 864 - 1.728) =$

$= \frac{1}{10}(1.844 - 1.728) = \frac{1}{10} \cdot 116 \Rightarrow f(12) = 11{,}6\ \% > 10\ \%.$

$\underline{El\ rendimiento\ de\ la\ máquina\ nunca\ es\ inferior\ al\ 10\ \%}.$

****

5º) Dados dos sucesos A y B, se sabe que $P(B) = 0{,}4$; $P(A^c \cap B^c) = 0{,}2$ y $P(A \cap B) = 0{,}3$:

$a)$ Calcular la probabilidad del suceso $A \cup B$.

$b)$ Calcular la probabilidad de que solamente se verifique uno de los dos sucesos.

$c)$ Calcular la probabilidad de B condicionada a A.

$d)$ ¿Son independientes los sucesos A y B?

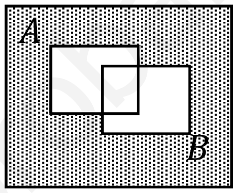
$Datos$: $P(B) = 0{,}4$; $P(A^c \cap B^c) = 0{,}2$; $P(A \cap B) = 0{,}3$.

$a)$

$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) \Rightarrow$

$\Rightarrow P(A \cup B) \Rightarrow 1 - P(A^c \cap B^c) = 1 - 0{,}2 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{P(A \cup B) = 0{,}8}.$

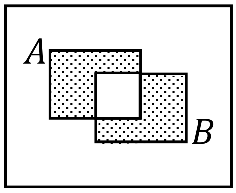


$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B)$

$b)$

La probabilidad pedida es la que indica la figura.

$P = P(A \cup B) - P(A \cap B) = 0{,}8 - 0{,}3 = \underline{0{,}5}.$



$c)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Rightarrow$

$\Rightarrow P(A) = P(A \cup B) - P(B) + P(A \cap B) = 0{,}8 - 0{,}4 + 0{,}3 \Rightarrow P(A) = 0{,}7.$

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}3}{0{,}7} \Rightarrow \underline{P(B/A) = 0{,}4286}.$

$d)$

Dos sucesos A y B son independientes si $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.

$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) \Rightarrow 0{,}2 \neq 0{,}6 \cdot 0{,}4 \Rightarrow \underline{A\ y\ B\ no\ son\ independientes}.$

****

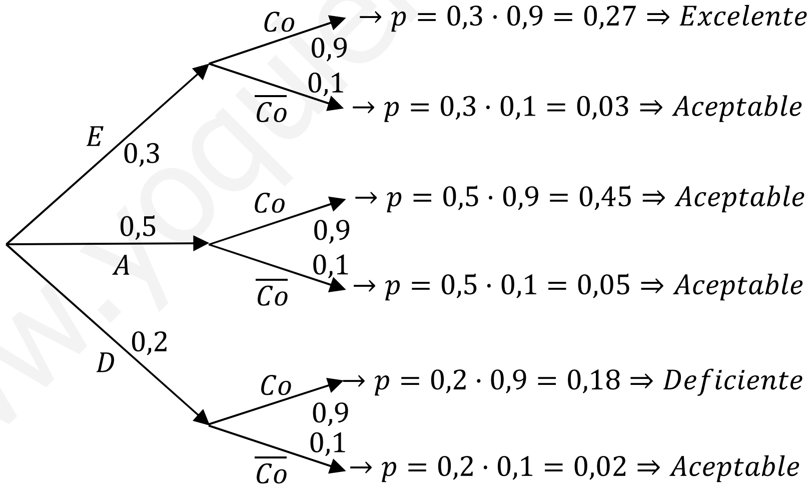
6º) El director de una entidad que audita la contabilidad de empresas sebe, por experiencias pasadas, que cuando se hace una auditoria el 30 % de las empresas merece una calificación de “Excelente”, el 50 % de las empresas merece la calificación de “Aceptable” y el 20 % restante merece una calificación de “Deficiente”. El director también sabe que entre los auditores de su entidad hay un 90 % de auditores que siempre auditan correctamente y dan a cada empresa la calificación que merece; pero hay un 10 % de auditores que no auditan correctamente y dan siempre una calificación de “Aceptable”.

a) ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación de “Deficiente”?

b) ¿Qué proporción de empresas auditadas por esa entidad recibe la calificación que realmente merece?

c) Para analizar si un determinado auditor audita correctamente o no, el director le encarga que audite la contabilidad de una empresa escogida al azar. No sabemos cuál es la calificación que merece esa empresa. Si el auditor da la calificación de “Aceptable”, ¿cuál es la probabilidad de que este auditor sea uno de los que siempre auditan correctamente?

Es importante observar que los auditores que no auditan correctamente siempre dan la calificación de “Aceptable”.



a)

Son auditadas con “Deficiente” las empresas calificadas por un auditor que audita correctamente y es auditada como “Deficiente”, es decir:

$$P = P(D \cap Co) = P(D) \cdot P(Co/D) = 0,2 \cdot 0,9 = \underline{0,18}.$$

b)

$$P = P(Co) = P(E \cap Co) + P(A \cap Co) + P\left(A \cap \overline{Co}\right) + P(D \cap Co) =$$

$$= P(E) \cdot P(Co/E) + P(A) \cdot P(Co/A) + P(A) \cdot P\left(\overline{Co}/A\right) + P(D) \cdot P(Co/E) =$$

$= 0{,}3 \cdot 0{,}9 + 0{,}5 \cdot 0{,}9 + 0{,}5 \cdot 0{,}1 + 0{,}2 \cdot 0{,}9 = 0{,}27 + 0{,}45 + 0{,}05 + 0{,}18 = \underline{0{,}95}.$

$c)$

$$P = P(Co/A) = \frac{P(A \cap Co)}{P(A)} = \frac{P(A) \cdot P(Co/A)}{P(E) \cdot P\left(\overline{Co}/E\right) + P(A) \cdot 1 + P(D) \cdot P\left(\overline{Co}/D\right)} =$$

$$= \frac{0{,}5 \cdot 0{,}9}{0{,}3 \cdot 0{,}1 + 0{,}5 \cdot 1 + 0{,}2 \cdot 0{,}1} = \frac{0{,}45}{0{,}03 + 0{,}5 + 0{,}02} = \frac{0{,}45}{0{,}55} = \frac{0{,}9}{0{,}11} = \underline{0{,}8182}.$$

****