

PRUEBA DE ACCESO (LOGSE)**UNIVERSIDAD DE CASTILLA Y LEÓN****JUNIO – 2010 (GENERAL)**

(RESUELTOS por Antonio Menguiano)

MATEMÁTICAS II**Tiempo máximo: 1 horas y 30 minutos****Indicaciones:**

1.-Optatividad: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.

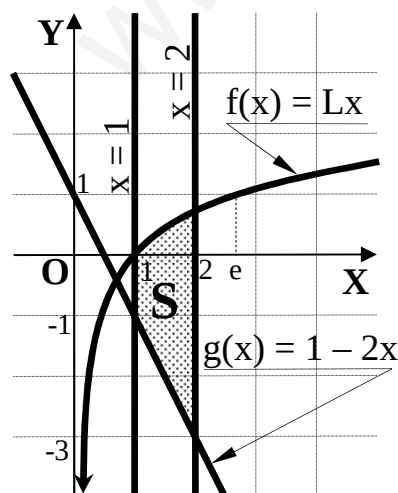
2.-Calculadora: Se permitirá el uso de calculadoras no programables (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).

Criterios generales de evaluación de la prueba: Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que pueden reconstruirse la argumentación lógica de los cálculos.

OPCIÓN A

1º) a) Dadas las funciones $f(x) = Lx$ y $g(x) = 1 - 2x$, hallar el área del recinto plano limitado por las rectas $x = 1$, $x = 2$ y las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.

b) Dar un ejemplo de función continua en un punto y que no sea derivable en él.



a)

La representación gráfica de la situación se expresa, aproximadamente, en el dibujo adjunto.

Por ser las ordenadas de $f(x)$ iguales o mayores que las correspondientes ordenadas de $g(x)$ en el intervalo de la superficie a calcular, el área pedida es la siguiente:

$$S = \int_1^2 [f(x) - g(x)] \cdot dx = \int_1^2 [Lx - (1 - 2x)] \cdot dx = \int_1^2 (Lx - 1 + 2x) \cdot dx \quad (*)$$

Teniendo en cuenta que la integral indefinida de Lx es:

$$I = \int Lx \cdot dx \Rightarrow \left\{ \int u \cdot dv = u \cdot v - \int v \cdot du \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = Lx \rightarrow du = \frac{1}{x} dx \\ dv = dx \rightarrow v = x \end{array} \right\} \Rightarrow I = Lx \cdot x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx =$$

$$= Lx \cdot x - \int dx = Lx \cdot x - x = \underline{x(Lx - 1)} = I$$

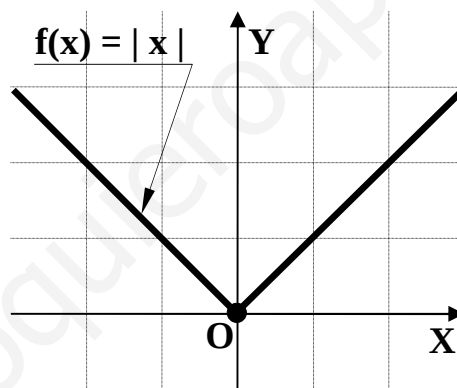
Teniendo en cuenta lo anterior y sustituyendo su valor en (*) resulta:

$$S = \left[x(Lx - 1) - x + \frac{2x^2}{2} \right]_1^2 = [xLx - x - x + x^2]_1^2 = [xLx - 2x + x^2]_1^2 = [x(Lx - 2 + x)]_1^2 =$$

$$= [2 \cdot (L \cdot 2 - 2 + 2)] - [1 \cdot (L \cdot 1 - 2 + 1)] = 2L - 1 = \underline{(L - 1)} = S$$

b)

Un ejemplo de función continua en un punto y que no sea derivable en ese punto es $f(x) = |x|$ en el punto de abscisa $x = 0$.



Como puede apreciarse, las derivadas por la izquierda y por la derecha para $x = 0$ son -1 y 1, respectivamente.

2º) a) Si el término independiente de un polinomio $P(x)$ es -5 y el valor que toma $P(x)$ para $x = 3$ es 7, ¿se puede asegurar que $P(x)$ toma el valor 2 en algún punto del intervalo $[0, 3]$? Razonar la respuesta y enunciar los resultados teóricos que se utilicen.

b) Calcular $\int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} \cdot dx$.

a)

Teniendo en cuenta que una función polinómica es continua en su dominio, que es $\mathbb{R}$, la representación gráfica de $P(x)$ cumple las condiciones anteriores.

Siendo $P(0) = -5$ y $P(3) = 7$, implica necesariamente, que en el intervalo $[0, 3]$ la representación gráfica de $P(x)$ toma todos los valores reales comprendidos entre -5 y 7, según el teorema del valor intermedio (que es una generalización del teorema de Bolzano), que dice:

“Si una función es continua en un intervalo $[a, b]$ y siendo $f(a) < f(b)$, entonces para cada u tal que $f(a) < u < f(b)$, existe un valor c dentro de (a, b) tal que $f(c) = u$ ”. La misma conclusión para el caso de ser $f(a) > f(b)$.

b)

$$I = \int \frac{\cos x}{1 + \sin^2 x} \cdot dx \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sin x = t \\ \cos x \cdot dx = dt \end{array} \right\} \Rightarrow I = \int \frac{dt}{1+t^2} = \text{arc tag } t + C = \underline{\underline{\text{arc tag } (\sin x) + C}}$$

3º) a) Sea B una matriz cuadrada de tamaño 3 x 3 que verifica que $B^2 = 16 I$, siendo I la matriz unidad. Calcular el determinante de B.

b) Hallar todas las matrices X que satisfacen la ecuación $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

a)

Teniendo en cuenta que el determinante de un producto de matrices es el producto de los determinantes:

$$|B^2| = |B \cdot B| = |B| \cdot |B| = (|B|)^2 = |16 \cdot I| = \begin{vmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{vmatrix} = 16^3 = (2^4)^3 = 2^{12} \Rightarrow |B| = \sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$$

$$\underline{\underline{|B| = 64}}$$

b)

Sabiendo que el producto de matrices es posible si tiene las dimensiones que se indican: $A_{(m \times n)} \cdot B_{(n \times z)} = C_{(m \times z)}$, la matriz X tiene dimensión 2 x 3. Por otra parte la matriz $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ no es inversible por ser nulo su determinante; es por ello que solucionamos el ejercicio de la forma siguiente:

Sea la matriz $X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} ; ; \begin{pmatrix} d & e & f \\ 2d & 2e & 2f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{d=e=0} ; ; \underline{f=1}.$$

$$\underline{\underline{X = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \forall a, b, c \in R}}$$

4º) Se considera la recta $r \equiv \begin{cases} x - y + az = 0 \\ ay - z = 4 \end{cases}$ con $a \in \mathbb{R}$, y el plano $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$.

a) Hallar los valores de a para los que r es paralela a π .

b) Para $a = 2$, hallar la distancia de r a π .

c) Para $a = 1$, hallar la distancia de r a π .

a)

Para que la recta r sea paralela al plano π es necesario que el vector $\vec{v}$ director de r sea perpendicular al vector normal del plano π , que es $\vec{n} = (1, 1, 1)$.

El vector $\vec{v}$ director de r es cualquier vector que sea linealmente dependiente del producto vectorial de los vectores normales de los planos que la determinan, que son $\vec{n}_1 = (1, -1, a)$ y $\vec{n}_2 = (0, a, -1)$:

$$\vec{v} = \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & a \\ 0 & a & -1 \end{vmatrix} = i + ak - a^2i + j = (1 - a^2)i + j + ak = \underline{(1 - a^2, 1, a)} = \vec{v}.$$

$$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0 \Rightarrow (1 - a^2, 1, a) \cdot (1, 1, 1) = 0 \;; \; 1 - a^2 + 1 + a = 0 \;; \; a^2 - a - 2 = 0 \;; \; a = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm 3}{2} \Rightarrow \underline{a_1 = -1} \;; \; \underline{a_2 = 2}$$

La recta r es paralela al plano π para $a = -1$ y para $a = 2$.

b)

Para $a = 2$ la recta y el plano son paralelos, por lo cual, la distancia de la recta al plano es la misma que la distancia de cualquier punto de la recta al plano.

Para $a = 2$ la recta es $r \equiv \begin{cases} x - y + 2z = 0 \\ 2y - z = 4 \end{cases}$ y uno de sus puntos es $P(2, 2, 0)$.

Sabiendo que la distancia del punto $P_0(x_0, y_0)$ al plano genérico de ecuación $\pi \equiv Ax + By + Cz + D = 0$ es $d(P_0, \pi) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$; aplicándola al punto $P(2, 2, 0)$ y al plano $\pi \equiv x + y + z - 2 = 0$, es:

$$d(r, \pi) = d(P, \pi) = \frac{|1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{|2|}{\sqrt{1+1+1}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ unidades} = d(r, \pi)$$

c)

Para $\alpha = 1$ la recta es secante al plano, por lo cual su distancia es cero.

Para $\alpha = -1$ la distancia de r a π es cero.

El punto de corte es la solución del sistema que forman.

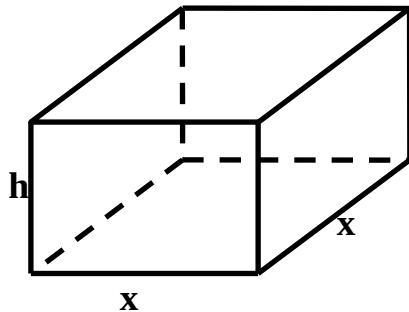
Para $\alpha = 1$ la recta es $r \equiv \begin{cases} x - y + z = 0 \\ y - z = 4 \end{cases}$.

$$r \equiv \begin{cases} \pi \equiv x + y + z - 2 = 0 \\ x - y + z = 0 \\ y - z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 0 \\ y - z = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y + z = 2 \\ -x + y - z = 0 \\ y - z = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{de 1ª y segunda} \Rightarrow 2y = 2 \;; \; \underline{y = 1}$$

$$y - z = 4 \;; \; 1 - z = 4 \;; \; \underline{z = -3} \;; \; x - y + z = 0 \;; \; x = y - z = 1 + 3 = \underline{4 = x} \Rightarrow \underline{Q(4, 1, -3)}$$

OPCIÓN B

1º) Se desea construir una caja cerrada de base cuadrada con una capacidad de 270 cm^3 . Para la tapa y la superficie lateral se usa un material que cuesta 5 euros/ cm^2 y para la base un material un 50 % más caro. Hallar las dimensiones de la caja para que el coste sea mínimo.



La superficie lateral y la tapa tienen la siguiente superficie: $S_1 = x^2 + 4xh$.

La superficie de la base es $S_2 = x^2$.

El coste del material es el siguiente:

$$C = S_1 \cdot 5 + S_2 \cdot 7.5 = (x^2 + 4xh) \cdot 5 + x^2 \cdot 7.5 = 5x^2 + 20xh + 7.5x^2 = \underline{12.5x^2 + 20xh = C}$$

Para expresar el coste en función de una sola incógnita tenemos en cuenta el dato conocido del volumen:

$$V = x^2 \cdot h = 270 \text{ cm}^3 \Rightarrow h = \frac{270}{x^2}. \text{ Sustituyendo este valor en el precio:}$$

$$C = 12.5x^2 + 20xh = 12.5x^2 + 20x \cdot \frac{270}{x^2} = 12.5x^2 + \frac{5400}{x} = \underline{\frac{12.5x^3 + 5400}{x} = C}.$$

Para que el coste sea mínimo, su derivada tiene que ser cero:

$$C' = \frac{37.5x^2 \cdot x - (12.5x^3 + 5400) \cdot 1}{x^2} = \frac{37.5x^3 - 12.5x^3 - 5400}{x^2} = \frac{25x^3 - 5400}{x^2} = 0 \Rightarrow 25x^3 - 5400 = 0 ;;$$

$$x^3 - 216 = 0 ;; x^3 = 6^3 \Rightarrow \underline{x = 6} \Rightarrow h = \frac{270}{6^2} = \frac{270}{36} = \underline{7.5 = h}$$

Para justificar que el coste mínimo para $x = 6$ recurrimos a la segunda derivada:

$$C'' = \frac{75x^2 \cdot x^2 - (25x^3 - 5400) \cdot 2x}{x^4} = \frac{75x^3 - (50x^3 - 10800)}{x^3} = \frac{25x^3 + 10800}{x^3} = C''$$

$$C''(6) = \frac{25 \cdot 6^3 + 10800}{6^3} > 0 \Rightarrow \underline{\text{Mínimo, como queríamos justificar.}}$$

Las dimensiones de la caja son 6 cm del lado de la base y 7.5 cm de altura.

2º) Hallar el valor de α para que se verifique que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+a}{2x-1} \right)^{x+5} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x^3}{\sin^2 x}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x^3}{\sin^2 x} = \frac{0-0}{0} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Indeter.} \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 3x^2}{2\sin x \cdot \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 3x^2}{\sin(2x)} =$$

$$= \frac{0-0}{0} = \frac{0}{0} \Rightarrow \text{Indeter.} \Rightarrow \{L'Hopital\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2-6x}{2\cos(2x)} = \frac{2-0}{2 \cdot 1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+a}{2x-1} \right)^{x+5} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x+a}{2x-1} \right)^{x+5} = 1^\infty \Rightarrow \text{Indeter.} \Rightarrow \{Tipo n^\circ e\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1+1+a}{2x-1} \right)^{x+5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x-1}{2x-1} + \frac{1+a}{2x-1} \right)^{x+5} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1+a}{2x-1} \right)^{x+5} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-1}{1+\alpha}} \right)^{(x+5) \cdot \frac{2x-1}{1+\alpha} \cdot \frac{1+\alpha}{2x-1}} = \left[\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x-1}{1+\alpha}} \right)^{\frac{2x-1}{1+\alpha}} \right]^{(x+5) \cdot \frac{1+\alpha}{2x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(x+5) \cdot \frac{1+\alpha}{2x-1} \right]} =$$

$$= e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x+5)(1+\alpha)}{2x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+\alpha x+5+5\alpha}{2x-1}} = e^{\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1+\alpha)+5+5\alpha}{2x-1}} = e^{\frac{1+\alpha}{2}} = 1 \Rightarrow \frac{1+\alpha}{2} = 0 \;; \; 1+\alpha = 0 \;; \; \underline{\underline{\alpha = -1}}$$

3º) Consideramos el sistema de ecuaciones lineales:
$$\begin{cases} 2x - y + az = 1 + a \\ x - ay + z = 1 \\ x + y + 3z = a \end{cases}.$$

a) Discutir el sistema para los distintos valores del parámetro α .

b) Resolver el sistema para $\alpha = 1$.

a)

Las matrices de coeficientes y ampliada son las siguientes:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \alpha \\ 1 & -a & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ y } A' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & \alpha & 1+a \\ 1 & -a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & a \end{pmatrix}.$$

El rango de A en función de α es el siguiente:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 & \alpha \\ 1 & -a & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -6a + a - 1 + a^2 - 2 + 3 = a^2 - 5a = 0 \quad ; ; \quad a(a-5) = 0 \Rightarrow \underline{a_1 = 0} \quad ; ; \quad \underline{a_2 = 5}.$$

$$\text{Para } \begin{cases} a \neq 0 \\ a \neq 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Rango } A = \text{Rango } A' = 3 = n^\circ \text{ incóg.} \Rightarrow \text{Compatible Determinado}$$

$$\text{Para } a = 0 \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rango } A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 - 1 - 2 + 1 = -1 \neq 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } A' = 3}.$$

$$\text{Para } a = 5 \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & -5 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rango } A' \Rightarrow \{C_1, C_2, C_4\} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -1 & 6 \\ 1 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -50 + 6 - 1 + 30 - 2 + 5 = 41 - 53 = -12 \neq 0 \Rightarrow \underline{\text{Rango } A' = 3}$$

$$\text{Para } \begin{cases} a = 0 \\ a = 5 \end{cases} \Rightarrow \text{Rango } A = 2 \quad ; ; \quad \text{Rango } A' = 3 \Rightarrow \text{Incompatible}$$

b)

Para $\alpha = 1$ es $\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \\ x + y + 3z = 1 \end{cases}$, que es compatible determinado. Resolviendo por la

regla de Cramer:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{1 \cdot (1-5)} = \frac{-6+1-1+1-2+3}{-4} = \frac{-4}{-4} = \underline{\underline{1}} = x$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{6+1+2-1-2-6}{-4} = \frac{0}{-4} = \underline{\underline{0}} = y$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{-4} = \frac{0}{-4} = \underline{\underline{0}} = z \quad \Rightarrow \quad \{C_1 = C_3\}$$

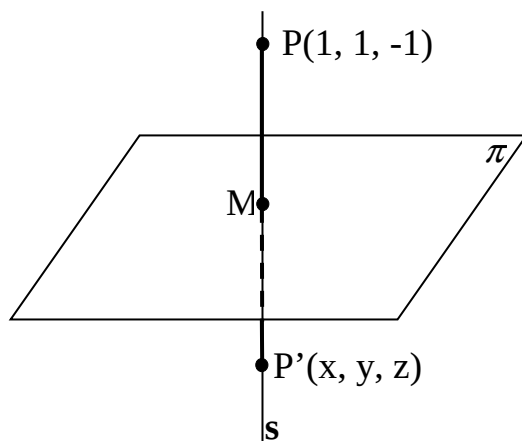
4º) Dados el punto $P(1, 1, -1)$ y la recta $r \equiv x = \frac{y+6}{4} = z-3$ y el plano $\pi \equiv 6x+6z-12=0$, se pide:

a) Hallar el punto simétrico de P respecto del plano π .

b) Hallar los puntos Q de r que distan $\frac{1}{\sqrt{2}}$ unidades de longitud de π .

a)

El plano π puede expresarse de forma simplificada como $\pi \equiv x+z-2=0$.



Un vector normal al plano π es el siguiente: $\vec{n} = (1, 0, 1)$.

La recta s es la que pasa por el punto P y es perpendicular al plano π tiene como vector director al vector $\vec{n} = (1, 0, 1)$ normal del plano; su ecuación por unas ecuaciones paramétricas es la

$$\text{siguiente: } s \equiv \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1 \\ z=-1+\lambda \end{cases}.$$

El punto M, intersección del plano π con la recta s, tiene que satisfacer las ecuaciones de ambos, por lo cual:

$$\left. \begin{array}{l} \pi \equiv x+z-2=0 \\ s \equiv \begin{cases} x=1+\lambda \\ y=1 \\ z=-1+\lambda \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow (1+\lambda)+(-1+\lambda)-2=0 ;; 1+\lambda-1+\lambda-2=0 ;; 2\lambda-2=0 ;; \underline{\lambda=1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=1+1=2 \\ y=1 \\ z=-1+1=0 \end{cases} \Rightarrow \underline{M(2, 1, 0)}$$

Para que P' sea el punto simétrico de P con respecto a π , tiene que cumplirse que:

$$\overrightarrow{PM} = \overrightarrow{QP'} \Rightarrow Q - P = P' - Q ;; (2, 1, 0) - (1, 1, -1) = (x, y, z) - (2, 1, 0) ;;$$

$$(1, 0, 1) = (x-2, y-1, z-0) \Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \rightarrow \underline{x=3} \\ y-1=0 \rightarrow \underline{y=1} \\ z-0=1 \rightarrow \underline{z=1} \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{P'(3, 1, 1)}}$$

b)

En primer lugar, vamos a encontrar dos planos π_1 y π_2 , paralelos a π y que disten $\frac{1}{\sqrt{2}}$ unidades de π .

Los planos π_1 y π_2 tiene por ecuaciones $\pi_1 \equiv x + z + D_1 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + z + D_2 = 0$.

Sabiendo que la distancia entre dos planos paralelos viene dada por la fórmula $d(\pi_1, \pi_2) = \frac{|D_2 - D_1|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, la distancia entre los planos π_1 y π_2 tiene que ser $\frac{1}{\sqrt{2}}$ unidades:

$$d(\pi, \pi_1) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{|D - (-2)|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{|D + 2|}{\sqrt{2}} \Rightarrow |D + 2| = 1 \Rightarrow \begin{cases} D_1 + 2 = 1 \rightarrow \underline{D_1 = -1} \\ -D_2 - 2 = 1 \rightarrow \underline{D_2 = -3} \end{cases}.$$

Los planos buscados son $\pi_1 \equiv x + z - 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + z - 3 = 0$.

Los puntos Q de la recta r pedidos son las intersecciones de la recta r con los planos $\pi_1 \equiv x + z - 1 = 0$ y $\pi_2 \equiv x + z - 3 = 0$, respectivamente.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} \pi_1 \equiv x + z - 1 = 0 \\ r \equiv x = \frac{y+6}{4} = z - 3 \end{array} \right\} \pi_1 \equiv x + z - 1 = 0 \left\{ \begin{array}{l} x = \lambda \\ y = -6 + 4\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{array} \right. &\Rightarrow \lambda + 3 + \lambda - 1 = 0 \;; \; 2\lambda + 2 = 0 \;; \; \underline{\lambda = -1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \\ y = -6 + 4 \cdot (-1) = -10 \\ z = 3 - 1 = 2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \underline{\underline{Q_1(-1, -10, 2)}}. \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \pi_1 \equiv x + z - 3 = 0 \\ r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = -6 + 4\lambda \\ z = 3 + \lambda \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow \lambda - 3 + \lambda + 3 = 0 \;; \; 2\lambda = 0 \;; \; \underline{\lambda = 0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = -6 \\ z = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \underline{\underline{Q_2(0, -6, 3)}}.$$
