

Propuesta A

1A.- a) Calcula el valor de $a \in \mathfrak{R}$, $a > 0$, para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{a} & \text{si } x < 0 \\ \frac{ax}{2x+7} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ sea continua

en $x = 0$. (1,25 puntos)

b) Calcula el límite $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ (1,25 puntos)

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{e^0 - e^{-0}}{a \cdot 0} = \frac{1-1}{0} = \frac{0}{0} \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^x + e^{-x}}{a} = \frac{e^0 + e^{-0}}{a} = \frac{1+1}{a} = \frac{2}{a} \\ f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \left(\frac{2 \cdot 0 + 7}{2 \cdot 0 + 1} \right)^0 = 7^0 = 1 \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\text{Continua} \Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \Rightarrow 1 = \frac{2}{a} \Rightarrow a = 2$$

b)

$$\text{Sabido que } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+7}{2x+1} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7}{2x+1} \right)^x = 1^\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1+6}{2x+1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+1} + \frac{6}{2x+1} \right)^x = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{6}} \right)^x =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{6}} \right)^{\frac{2x+1}{6}} \right]^{x \cdot \frac{6}{2x+1}} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2x+1}} = e^3 \quad \text{De (1)}$$

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2x+1} = \frac{\infty}{\infty} \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

2A.- Calcula las siguientes integrales $\int \frac{1+x+\sqrt{x}}{x^2} dx$, $\int \frac{e^x}{e^{2x}-3e^x+2} dx$ **(1'25 puntos por integral)**

$$\int \frac{1+x+\sqrt{x}}{x^2} dx = \int \frac{1+t^2+t}{t^4} 2t dt = 2 \int \frac{t^2+t+1}{t^3} dt = 2 \int \frac{t^2}{t^3} dt + 2 \int \frac{t}{t^3} dt + 2 \int \frac{1}{t^3} dt = 2 \int \frac{dt}{t} + 2 \int t^{-2} dt + 2 \int t^{-3} dt =$$

$$x = t^2 \Rightarrow dx = 2t dt \Rightarrow t = \sqrt{x}$$

$$\int \frac{1+x+\sqrt{x}}{x^2} dx = 2 \ln t + 2 \cdot \frac{1}{(-1)} t^{-1} + 2 \cdot \frac{1}{(-2)} t^{-2} = 2 \ln t - 2 \cdot \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2} = 2 \ln x^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}$$

$$\int \frac{1+x+\sqrt{x}}{x^2} dx = 2 \ln x^2 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x} + K$$

$$I = \int \frac{e^x}{e^{2x}-3e^x+2} dx = \int \frac{du}{t^2-3t+2} dx$$

$$e^x = u \Rightarrow e^x dx = du$$

$$t^2 - 3t + 2 = 0 \Rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 9 - 8 = 1 \geq 0 \Rightarrow t = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 1} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3+1}{2} = 2 \\ t = \frac{3-1}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow t^2 - 3t + 2 = (t-1)(t-2)$$

$$\frac{1}{t^2 - 3t + 2} = \frac{1}{(t-1)(t-2)} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{t-2} = \frac{A(t-2) + B(t-1)}{(t-1)(t-2)} \Rightarrow A(t-2) + B(t-1) = 1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \text{Si } t = 1 \Rightarrow A(1-2) + B(1-1) = 1 \Rightarrow -A = 1 \Rightarrow A = -1 \\ \text{Si } t = 2 \Rightarrow A(2-2) + B(2-1) = 1 \Rightarrow B = 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{t^2 - 3t + 2} = \frac{-1}{t-1} + \frac{1}{t-2} \Rightarrow$$

$$I = \int \frac{du}{t^2 - 3t + 2} dx = - \int \frac{dt}{t-1} + \int \frac{dt}{t-2} = - \int \frac{du}{u} + \int \frac{dv}{v} = - \ln u + \ln v = \ln \frac{v}{u} = \ln \frac{t-2}{t-1} = \ln \frac{e^x - 2}{e^x - 1} + K$$

$$\begin{cases} t-1 = u \Rightarrow dt = du \\ t-2 = v \Rightarrow dt = dv \end{cases}$$

3A.- a) Despeja X en la ecuación matricial $XA - B = 2X$, donde A , B y X son matrices cuadradas de orden 3. **(1,25 puntos)**

b) Calcula X , siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ **(1,25 puntos)**

a)

$$XA = 2X + B \Rightarrow XA - 2X = B \Rightarrow X(A - 2I) = B \Rightarrow X(A - 2I)(A - 2I)^{-1} = B(A - 2I)^{-1} \Rightarrow$$

$$XI = B(A - 2I)^{-1} \Rightarrow X = B(A - 2I)^{-1}, \text{ siendo } I \text{ la matriz identidad de orden } 3$$

Continuación del Problema 3A de la opción A

b)

$$A - 2I = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$|A - 2I| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot 1 = 1 \neq 0 \Rightarrow \text{Existe } (A - 2I)^{-1}$$

$$(A - 2I)^{-1} = \frac{1}{|A - 2I|} \cdot [\text{adj}(A - 2I)^t] \Rightarrow (A - 2I)^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj}(A - 2I)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$(A - 2I)^{-1} = \frac{1}{1} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$X = B(A - 2I)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & -2 \\ 11 & -7 & 3 \end{pmatrix}$$

4A.- a) Estudia la posición relativa de las rectas $r \equiv \begin{cases} x - 2z = 1 \\ y - z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = a \end{cases}$ en función del

parámetro $a \in \mathfrak{R}$. **(2 puntos)**

b) Encuentra el punto de corte de las rectas en el caso en que sean secantes. **(0,5 puntos)**

a) Para ello analizaremos si las rectas, de las que calcularemos sus ecuaciones paramétricas, tienen un punto común, si el sistema que resulta de igualar sus coordenadas es compatible determinado son secantes y se cortan en un punto, si es compatible indeterminado las rectas coinciden. Para hallar la compatibilidad es condición necesaria que el determinante de la matriz de los coeficientes ampliada sea nula ya que el número de incógnitas son dos, será indeterminado si sus puntos son comunes

Si el sistema es incompatible (el rango de la matriz ampliada es distinto del rango de la matriz de los coeficientes) y hay igualdad o proporcionalidad entre los vectores directores las rectas son paralelas, de no serlo las rectas se cruzan en el espacio.

$$\begin{cases} x = 1 + 2z \Rightarrow y = 2 + z \\ \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x + 2y - 2z = -a \end{cases} \Rightarrow 3y - z = 1 - a \Rightarrow z = a - 1 + 3y \Rightarrow x + y + a - 1 + 3y = 1 \Rightarrow x = -a + 2 - 4y \Rightarrow \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = -a + 2 - 4\mu \\ y = \mu \\ z = a - 1 + 3\mu \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 2\lambda = -a + 2 - 4\mu \\ 2 + \lambda = \mu \\ \lambda = a - 1 + 3\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda + 4\mu = 1 - a \\ \lambda - \mu = -2 \\ \lambda - 3\mu = a - 1 \end{cases} \Rightarrow |A/B| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1-a \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & a-1 \end{vmatrix} = 0$$

Continuación del Problema 4A de la opción A

$$|A/B| = \begin{vmatrix} 0 & 6 & 5-a \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & a+1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot \begin{vmatrix} 6 & 5-a \\ -2 & a+1 \end{vmatrix} = -(6a + 6 + 10 - 2a) = -(4a + 16) = 0 \Rightarrow 4a + 16 = 0 \Rightarrow$$

$$a = -\frac{16}{4} = -4 \Rightarrow |A| = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 4 = -6 \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(A/B) = 2 = \text{Número incógnitas} \Rightarrow$$

Sistema compatible determinado \Rightarrow Son coincidentes o secantes

$$\left\{ \begin{array}{l} r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = 4 + 2 - 4\mu = 6 - 4\mu \\ y = \mu \\ z = -4 - 1 + 3\mu = -5 + 3\mu \end{cases} \end{array} \Rightarrow$$

$$\text{Tomemos un punto } R \text{ de } r \Rightarrow R(1, 2, 0) \text{ y veamos si pertenece a } s \equiv \begin{cases} 1 = 6 - 4\mu \Rightarrow -4\mu = -5 \Rightarrow \mu = \frac{5}{4} \\ 2 = \mu \\ 0 = -5 + 3\mu \Rightarrow 5 = 3\mu \Rightarrow \mu = \frac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow$$

R no pertenece a s

No tienen puntos comunes, las rectas se cortan en un punto (son secantes) si $a = -4$

$$\text{Como } \begin{cases} \vec{v}_r = (2, 1, 1) \\ \vec{v}_s = (-2, 1, 3) \end{cases} \Rightarrow \frac{2}{-2} \neq \frac{1}{1} \Rightarrow \forall a \in \mathbb{R} - \{-3\} \Rightarrow \text{Las rectas se cruzan en el espacio}$$

b)

$$\text{Si } a = -3 \Rightarrow \begin{cases} 1 + 2\lambda = 6 - 4\mu \\ 2 + \lambda = \mu \\ \lambda = -5 + 3\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda + 4\mu = 5 \\ \lambda - \mu = -2 \\ \lambda - 3\mu = -5 \end{cases} \Rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 4 & 5 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & -5 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 6 & 9 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & -3 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{cc|c} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & -3 \end{array} \right) \Rightarrow$$

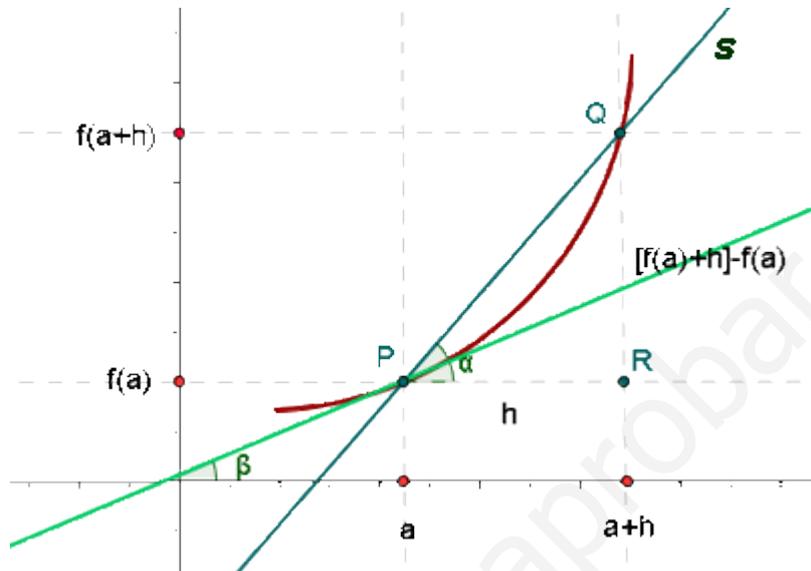
$$\left. \begin{array}{l} -2\mu = -3 \Rightarrow \mu = \frac{3}{2} \Rightarrow \lambda - \frac{3}{2} = -2 \Rightarrow \lambda = -\frac{1}{2} \Rightarrow \text{Punto de corte } P \\ r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \\ y = 2 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2} \\ z = -\frac{1}{2} \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = 6 - 4 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = 0 \\ y = \frac{3}{2} \\ z = -5 + 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \end{cases} \end{array} \right\} \Rightarrow P\left(0, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

Propuesta B

1B.- a) Interpretación geométrica de la derivada de una función en un punto. (1 punto)

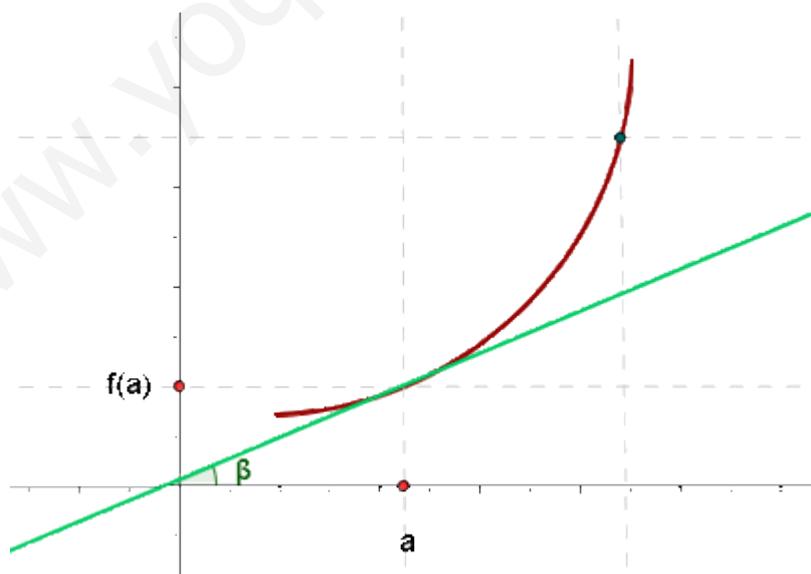
b) Halla el punto de la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ donde la recta tangente tiene pendiente mínima. (1,5 puntos)

a)



Quando h tiende a 0, el punto Q tiende a confundirse con el P . Entonces la recta secante tiende a ser la recta tangente a la función $f(x)$ en P , y por tanto el ángulo α tiende a ser β .

$$\operatorname{tg} \beta = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{h} = f'(a)$$



La pendiente de la tangente a la curva en un punto es igual a la derivada de la función en ese punto.
 $m_t = f'(a)$

Continuación del Problema 1B de la opción B

a) Continuación

Para entenderlo mejor os recomiendo el visionado de estos dos videos de youtube de los que os doy las URL

<http://youtu.be/rjmWmouaHjw>

<http://youtu.be/KNRGrypBPmE>

b)

$$f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow m = \frac{df'(x)}{dx} = f''(x) = 6x + 6 \Rightarrow \text{Extremo relativo} \Rightarrow 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow$$

$$f'''(x) = 6 \Rightarrow f'''(-1) = 6 > 0 \Rightarrow \text{Mínima pendiente} \Rightarrow m = f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) = 3 - 6 = -3$$

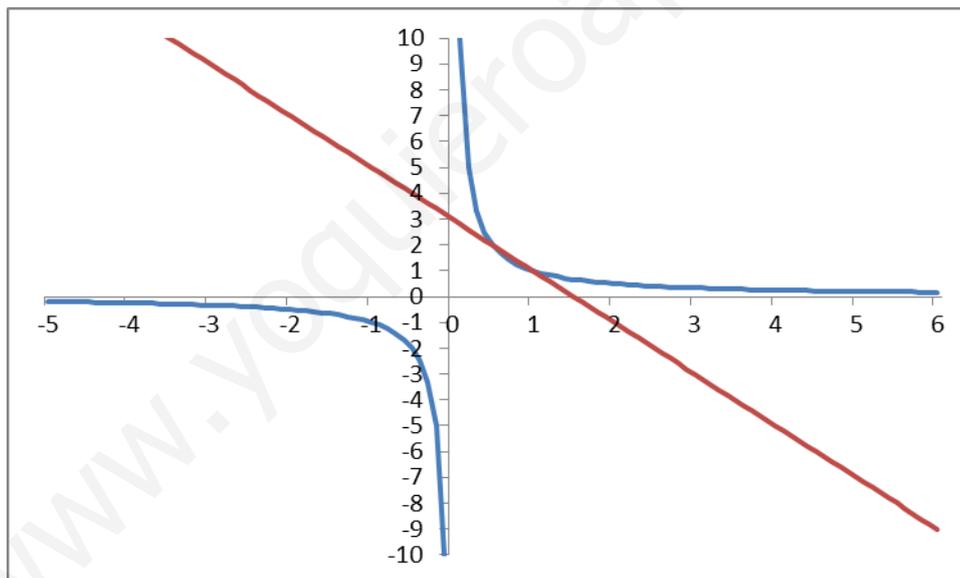
$$\text{En } x = -1 \Rightarrow f(-1) = (-1) + 3 \cdot (-1)^2 + 1 = -1 + 3 + 1 = 3$$

2B.- a) Esboza la región encerrada entre las gráficas de las funciones $f(x) = \frac{1}{x}$ y $g(x) = -2x + 3$.

(0,5 puntos)

b) Calcula el área de la región anterior. (2 puntos)

a)



Continuación del Problema 2B de la opción B

b)

$$\text{Punto de corte entre funciones} \Rightarrow -2x + 3 = \frac{1}{x} \Rightarrow -2x^2 + 3x = 1 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 9 - 8 = 1 \geq 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2 \cdot 2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+1}{4} = 1 \\ x = \frac{3-1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$A = \int_{\frac{1}{2}}^1 (-2x + 3) dx - \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{x} dx = -2 \cdot \frac{1}{2} \cdot [x^2]_{\frac{1}{2}}^1 + 3 \cdot [x]_{\frac{1}{2}}^1 - [\ln x]_{\frac{1}{2}}^1 = -\left[1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right] + 3\left(1 - \frac{1}{2}\right) - \left[\ln 1 - \ln \frac{1}{2}\right]$$

$$A = -\left[1 - \frac{1}{4}\right] + 3 \cdot \frac{1}{2} - [\ln 1 - (\ln 1 - \ln 2)] = -\frac{3}{4} + \frac{3}{2} - (0 - 0 + \ln 2) = \frac{3}{4} - \ln 2 = \frac{3 - 4 \ln 2}{4} = \frac{3 - \ln 2^4}{4}$$

$$A = \frac{3 - \ln 16}{4} u^2 = 0,05685281944005469058276787854182 u^2$$

3B.- a) Discute el siguiente sistema de ecuaciones lineales en función del parámetro $m \in \mathfrak{R}$

$$\begin{cases} x + y - 5z = -1 \\ 2x - y - 3z = 1 - m \text{ (1'5 puntos)} \\ x - 2y + 2z = m \end{cases}$$

b) Calcula la solución cuando el sistema sea compatible indeterminado **(1 punto)**

a)

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & 7 \\ 0 & -3 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & 7 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \text{Tiene una fila de ceros} \Rightarrow \text{rang}(A) = 2$$

*El sistema no será nunca Compatible Determinado**Analizamos cuando es Compatible Indeterminado*

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 1-m \\ 1 & -2 & 2 & m \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & -3 & 7 & 1-m+2 \\ 0 & -3 & 7 & m+1 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & -3 & 7 & 3-m \\ 0 & -3 & 7 & m+1 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & -3 & 7 & 3-m \\ 0 & 0 & 0 & m+1-3+m \end{array} \right) \Rightarrow$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -5 & -1 \\ 0 & -3 & 7 & 3-m \\ 0 & 0 & 0 & 2m-2 \end{array} \right) \Rightarrow 2m-2=0 \Rightarrow 2m=2 \Rightarrow m=1$$

 $\forall m \in \mathfrak{R} - \{1\} \Rightarrow \text{rang}(A) = 2 \neq \text{rang}(A/B) = 3 \Rightarrow \text{Sistema Incompatible}$ $\text{Si } m=1 \Rightarrow \text{rang}(A) = \text{rang}(A/B) = 2 < \text{Número de incógnitas} \Rightarrow \text{Sistema Compatible Indeterminado}$

Continuación del Problema 3B de la Opción B

b)

$$\text{Si } m = 1 \Rightarrow \text{Sistema Compatible Indeterminado} \Rightarrow 3y = 7z - 2 \Rightarrow y = \frac{7z - 2}{3} \Rightarrow$$

$$x + \frac{7z - 2}{3} - 5z = -1 \Rightarrow x = -1 - \frac{7z - 2}{3} + 5z \Rightarrow x = \frac{-3 - 7z + 2 + 15z}{3} \Rightarrow x = \frac{8z - 1}{3}$$

$$\text{Solución} \Rightarrow (x, y, z) = \left(\frac{8\lambda - 1}{3}, \frac{7\lambda - 2}{3}, \lambda \right)$$

4B.- a) Dados los puntos $P(4, 2, 3)$ y $Q(2, 0, -5)$, da la ecuación implícita π del plano de modo que el punto simétrico de P respecto a π es Q . **(1,25 puntos)**

b) Calcula el valor del parámetro $\lambda \in \mathbb{R}$ para que el plano determinado por los puntos P, Q y $R(\lambda, 1, 0)$ pase por el origen de coordenadas. **(1,25 puntos)**

a) El vector PQ es el vector director del plano π , que es perpendicular al vector SG , donde S es el punto medio de P y Q y punto del plano buscado y G el punto genérico del plano. El producto escalar de ambos vectores es nulo y la ecuación pedida.

$$S \begin{cases} x_s = \frac{4+2}{2} = 3 \\ y_s = \frac{2+0}{2} = 1 \\ z_s = \frac{3+(-5)}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{v}_\pi = \overrightarrow{PQ} = (2, 0, -5) - (4, 2, 3) = (-2, -2, -8) \equiv (1, 1, 4) \\ \overrightarrow{SG} = (x, y, z) - (3, 1, -1) = (x-3, y-1, z+1) \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_\pi \perp \overrightarrow{SG} \Rightarrow$$

$$\vec{v}_\pi \cdot \overrightarrow{SG} = 0 \Rightarrow (1, 1, 4) \cdot (x-3, y-1, z+1) = 0 \Rightarrow x-3 + y-1 + 4z+4 = 0 \Rightarrow \pi \equiv x + y + 4z = 0$$

b) Para determinar el plano α , este se halla gracias a los vectores PQ, PR y PG , siendo G el punto generador del plano; como los tres son coplanarios y este último es combinación lineal de los otros dos y el determinante de la matriz que forman es nulo y la ecuación pedida del plano.

Después calcularemos el dato que nos falta consecuencia de que pasa por el origen

$$\begin{cases} \overrightarrow{PQ} = (1, 1, 4) \\ \overrightarrow{PR} = (\lambda, 1, 0) - (4, 2, 3) = (\lambda - 4, -1, -3) \\ \overrightarrow{PG} = (x, y, z) - (4, 2, 3) = (x - 4, y - 2, z - 3) \end{cases} \Rightarrow \alpha \equiv \begin{vmatrix} x-4 & y-2 & z-3 \\ \lambda-4 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-4(x-4) - 3(y-2) + (\lambda-4) \cdot (z-3) + (z-3) + 3(x-4) - 4(\lambda-4) \cdot (y-2) = 0 \Rightarrow$$

$$-(x-4) + (-3-4\lambda+16)(y-2) + (\lambda-3) \cdot (z-3) = 0 \Rightarrow$$

$$\text{Pasando por } O(0, 0, 0) \Rightarrow -(0-4) + (-4\lambda+13)(0-2) + (\lambda-3) \cdot (0-3) = 0 \Rightarrow$$

$$4 + 8\lambda - 26 - 3\lambda + 9 = 0 \Rightarrow 5\lambda - 13 = 0 \Rightarrow 5\lambda = 13 \Rightarrow \lambda = \frac{13}{5}$$