Propuesta A

1A. a) Calcula los intervalos de concavidad y convexidad de la función: $f\left(x\right)=\dfrac{x-1}{2x+2}$.Estudia si tiene puntos de inflexión. **(1,5 puntos)**
b) ¿En que puntos de la gráfica de ***f(x)*** la recta tangente es paralela a la recta ***y = x - 2***? **(1 punto)**

$$f'(x)=\frac{(2x+2)-2\,(x-1)}{(2x+2)^2}=\frac{2x+2-2x+2}{(2x+2)^2}=\frac{4}{(2x+2)^2}=\frac{4}{2^2\,(x+1)^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$$

$$f''(x)=\frac{-2\,(x+1)}{(x+1)^4}=\frac{-2}{(x+1)^3}\Rightarrow Concavidad\Rightarrow f''(x)>0\Rightarrow\frac{-2}{(x+1)^3}>0\Rightarrow\begin{cases}-2<0\Rightarrow\forall x\in\Re\\(x+1)^3\Rightarrow x+1>0\Rightarrow x>-1\end{cases}$$

$-\infty$ **-1** ∞

-2 < 0	**(-)**	**(-)**
x > -1	**(-)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**

Concavidad $\forall x\in\Re\,/\,x<-1$ **Convexidad** $\forall x\in\Re\,/\,x>-1$

$$2x+2=0\Rightarrow 2x=-2\Rightarrow x=-1\Rightarrow Dom\left(f\right)=\forall x\in\Re-\{-1\}$$

Punto de inflexión $x=-1\Rightarrow$ **No existe** porque en esa abcisa no hay definición de la función

$b)$

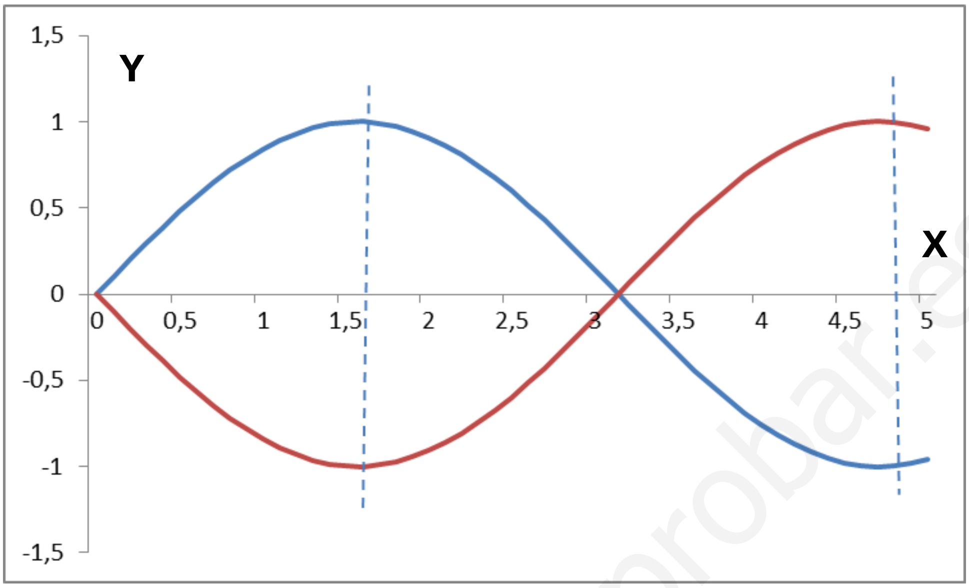
$$f'(x)=1\Rightarrow\frac{1}{(x+1)^2}=1\Rightarrow(x+1)^2=1\Rightarrow x^2+2x+1=1\Rightarrow x^2+2x=0\Rightarrow\left(x+2\right)x=0\Rightarrow$$

$$\begin{cases}x=-2\Rightarrow f(-2)=\dfrac{-2-1}{2\cdot(-2)+2}=\dfrac{-3}{-4+2}=\dfrac{3}{2}\\ x=0\Rightarrow f(0)=\dfrac{0-1}{2\cdot 0+2}=\dfrac{-3}{0+2}=-\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

2A. a) Esboza la región encerrada entre las gráficas de las funciones ***f*(*x*) = sen *x***, *g*(*x*) = - sen *x*, y las Rectas $x = \frac{\pi}{2}$ y $x = \frac{3\pi}{2}$. **(0,5 puntos)**

b) Calcula el área de la región anterior. **(2 puntos)**

a)



$b)$

$$sen\ x = -sen\ x \Rightarrow 2\ sen\ x = 0 \Rightarrow x = arc\ sen\ 0 = 0 + \pi k\ ,\ k \in Z \quad (Números\ enteros)$$

$$Cuando\ k = 1 \Rightarrow x = \pi \Rightarrow$$

$$A = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sen\ x\ dx + \left| \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} -sen\ x\ dx \right| + \left| \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} sen\ x\ dx \right| + \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} -sen\ x\ dx ==$$

$$A = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sen\ x\ dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sen\ x\ dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} sen\ x\ dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} sen\ x\ dx = 2\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} sen\ x\ dx - \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} sen\ x\ dx$$

$$A = 2 \cdot [-\cos x]_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} - 2 \cdot [-\cos x]_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} = -2 \cdot \left(\cos \pi - \cos \frac{\pi}{2} \right) + 2 \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{2} - \cos \pi \right)$$

$$A = -2 \cdot [(-1) - 0] + 2 \cdot [0 - (-1)] = 2 + 2 = 4$$

3A. a) Discute, en función del parámetro $m \in \Re$, el rango de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ m+1 & 3 & m-1 \\ m-1 & m+3 & -1 \end{pmatrix}$

(2 puntos)

b) ¿Para qué valores del parámetro $m \in \Re$ existe la matriz inversa de ***A***? **(0,5 puntos)**

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ m+1 & 3 & m-1 \\ m-1 & m+3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ m+1+m-1 & 3+3\cdot(m-1) & 0 \\ m-1-1 & m+3-3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2m & 3m & 0 \\ m-2 & m & 0 \end{vmatrix} = (-1)\cdot \begin{vmatrix} 2m & 3m \\ m-2 & m \end{vmatrix}$$

$$|A| = -\left[2m^2 - 3m\cdot(m-2)\right] = \left[2m^2 - 3m^2 + 6m\right] = m^2 - 6m \Rightarrow Si\ |A| = 0 \Rightarrow m^2 - 6m = 0 \Rightarrow (m-6)\,m = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} m = 0 \\ m-6 = 0 \Rightarrow m = 6 \end{cases} \Rightarrow \forall m \in \Re - \{0\ ,\ 6\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow rang\ (A) = 3$$

$Si\ m = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

$Si\ m = 6$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 7 & 3 & 5 \\ 5 & 9 & -1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -18 & 12 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow rang\ (A) = 2$$

b)

Para que exista una matriz inversa el determinante de su matriz no puede ser nula, por ello

$\forall m \in \Re - \{0\ ,\ 6\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow Existe\ A^{-1}$

4A. a) Estudia la posición relativa de las rectas $r \equiv x = -y = z \quad y \quad s \equiv x = y = z - 2$ **(1,25 puntos)**
b) Calcula la distancia entre *r* y *s*. **(1,25 puntos)**

a) Para ello analizaremos si las rectas, de las que calcularemos sus ecuaciones paramétricas, tienen un punto común, si el sistema que resulta de igualar sus coordenadas es compatible determinado son secantes y se cortan en un punto, si es compatible indeterminado las rectas coinciden. Para hallar la compatibilidad es condición necesaria que el determinante de la matriz de los coeficientes ampliada sea nula.
Si el sistema es incompatible, si hay igualdad o proporcionalidad entre los vectores directores las rectas son paralelas, de no serlo las rectas se cruzan en el espacio.

$$\begin{cases} r \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = -\lambda \\ z = \lambda \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = \mu \\ y = \mu \\ z = \mu - 2 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \mu \\ -\lambda = \mu \\ \lambda = \mu - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda - \mu = 0 \\ \lambda + \mu = 0 \\ \lambda - \mu = 2 \end{cases} \Rightarrow |A/B| = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 + 2 = 4 \neq 0 \Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (1, -1, 1) \\ \overrightarrow{v_s} = (1, 1, 1) \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{-1}{1} \Rightarrow No\ son\ paralelas$$

Las rectas r y s se cruzan en el espacio

b) Calcularemos un plano π que contenga a la recta **s** y sea paralelo a la recta **r**, utilizaremos para ello los vectores directores de las rectas y el vector SG, siendo S un punto cualquiera de la recta s (tomaremos el indicado en la ecuación) y G el punto genérico del plano buscado. Estos tres vectores son coplanarios (están en el mismo plano) y, por ello su producto mixto, que nos daría el volumen del paralelepípedo que forman) tiene que ser nulo y la ecuación buscada.
Tomaremos un punto R cualquiera de la recta r (el indicado en su ecuación, por ejemplo) y hallaremos la distancia de este punto al plano π, que es la distancia buscada.

$$S(0, 0, -2) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{v_r} = (1, -1, 1) \\ \overrightarrow{v_s} = (1, 1, 1) \\ \overrightarrow{SG} = (x, y, z) - (0, 0, -2) = (x, y, z + 2) \end{cases} \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x & y & z + 2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow$$

$$-x + y + z + 2 + z + 2 - x - y = 0 \Rightarrow -2x + 2z + 4 = 0 \Rightarrow \pi \equiv x - z - 2 = 0$$

$$R(0, 0, 0) \Rightarrow d(\pi, R) = d(r, s) = \frac{|0 - 0 - 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2 + (-1)^2}} = \frac{|-2|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\ u$$

Continuación del Problema 3A de la opción A

4A.- a) Estudia la posición relativa de las rectas $r \equiv \begin{cases} x - 2z = 1 \\ y - z = 2 \end{cases}$ y $s \equiv \begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - 2y + 2z = a \end{cases}$ en función del parámetro $a \in \Re$. **(2 puntos)**

b) Encuentra el punto de corte de las rectas en el caso en que sean secantes. **(0,5 puntos)**

a) Para ello analizaremos si las rectas, de las que calcularemos sus ecuaciones paramétricas, tienen un punto común, si el sistema que resulta de igualar sus coordenadas es compatible determinado son secantes y se cortan en un punto, si es compatible indeterminado las rectas coinciden. Para hallar la compatibilidad es condición necesaria que el determinante de la matriz de los coeficientes ampliada sea nula ya que el número de incógnitas son dos, será indeterminado si sus puntos son comunes
Si el sistema es incompatible (el rango de la matriz ampliada es distinto del rango de la matriz de los coeficientes) y hay igualdad o proporcionalidad entre los vectores directores las rectas son paralelas, de no serlo las rectas se cruzan en el espacio.

$$\begin{cases} x = 1 + 2z \Rightarrow y = 2 + z \\ \begin{cases} x + y + z = 1 \\ -x + 2y - 2z = -a \end{cases} \Rightarrow 3y - z = 1 - a \Rightarrow z = a - 1 + 3y \Rightarrow x + y + a - 1 + 3y = 1 \Rightarrow x = -a + 2 - 4y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2\lambda \\ y = 2 + \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \\ s \equiv \begin{cases} x = -a + 2 - 4\mu \\ y = \mu \\ z = a - 1 + 3\mu \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 2\lambda = -a + 2 - 4\mu \\ 2 + \lambda = \mu \\ \lambda = a - 1 + 3\mu \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\lambda + 4\mu = 1 - a \\ \lambda - \mu = -2 \\ \lambda - 3\mu = a - 1 \end{cases} \Rightarrow |A/B| = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1-a \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & a-1 \end{vmatrix} = 0$$

Propuesta B

1B. Para la función $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$

a) Estudia sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como sus extremos relativos. **(1,5 puntos)**

b) Estudia si tiene asíntota oblicua cuando $x \to +\infty$. **(1 punto)**

$$f'(x)=\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}} \Rightarrow x^2+x+1=0 \Rightarrow \Delta = 1^2-4\cdot 1\cdot 1=-3<0 \Rightarrow \text{No hay solucion en } \Re$$

$$Dom(f)=\forall x \in \Re$$

$$\text{Crecimiento} \Rightarrow f'(x)>0 \Rightarrow \text{Creciente} \Rightarrow f'(x)>0 \Rightarrow \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}>0 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1>0 \Rightarrow 2x>-1 \Rightarrow x=-\frac{1}{2} \\ 2>0 \Rightarrow \forall x \in \Re \\ x^2+x+1>0 \Rightarrow \forall x \in \Re \end{cases}$$

	$-\infty$ $-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$ ∞
$x>-\frac{1}{2}$	(-)	(+)
2 > 0	(+)	(+)
x^2 + x + 1 > 0	(+)	(+)
Solución	(-)	(+)

Crecimiento $\forall x \in \Re / x>-\frac{1}{2}$ **Decrecimiento** $\forall x \in \Re / x<-\frac{1}{2}$

Mínimo relativo $x=-\frac{1}{2} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{2}\right)=\sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)+1}=\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{1}{2}+1}=\sqrt{\frac{1-2+4}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$b)$

$$m=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{x^2+x+1}}{x}=\lim_{x\to\infty}\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}=\lim_{x\to\infty}\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}=\sqrt{1+\frac{1}{\infty}+\frac{1}{\infty}}=\sqrt{1+0+0}=1$$

$$n=\lim_{x\to\infty}\left[f(x)-mx\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\sqrt{x^2+x+1}-1\cdot x\right]=\infty-\infty=\lim_{x\to\infty}\frac{\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)\cdot\left(\sqrt{x^2+x+1}+x\right)}{\sqrt{x^2+x+1}+x}=$$

$$n=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2+x+1-x^2}{\sqrt{x^2+x+1}+x}=\lim_{x\to\infty}\frac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+x}=\frac{\infty}{\infty}=\lim_{x\to\infty}\frac{\frac{x}{x}+\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2}+\frac{x}{x^2}+\frac{1}{x^2}}+\frac{x}{x}}=\lim_{x\to\infty}\frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{1+\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}}+1}$$

$$n=\frac{1+\frac{1}{\infty}}{\sqrt{1+\frac{1}{\infty}+\frac{1}{\infty}}+1}=\frac{1+0}{\sqrt{1+0+0}+1}=\frac{1}{2}$$

$$\text{Existe asíntota oblicua, } y=x+\frac{1}{2}, \text{ cuando } x\to+\infty$$

2B.- Calcula las integrales $\int \frac{e^x}{e^x - e^{-x}}\,dx$, $\int \frac{2}{4+x^2}\,dx$ **(1,25 puntos por cada integral)**

Nota: En la primera integral puede ayudarte hacer el cambio de variable $t = e^x$.

$$I = \int \frac{e^x}{e^x - \frac{1}{e^x}}\,dx = \int \frac{dt}{t - \frac{1}{t}} = \int \frac{dt}{\frac{t^2-1}{t}} = \int \frac{t}{t^2-1}\,dt = \int \frac{t}{(t-1)(t+1)}\,dt = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t-1} + \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t+1}$$

$$e^x = t \Rightarrow e^x dx = dt \qquad \frac{t}{(t-1)(t+1)} = \frac{A}{t-1} + \frac{B}{t+1} = \frac{A(t+1)+B(t-1)}{(t-1)(t+1)} \Rightarrow A(t+1)+B(t-1) = t$$

$$\begin{cases} Si\ t=-1 \Rightarrow A(-1+1)+B(-1-1) = -1 \Rightarrow -2B = -1 \Rightarrow B = \frac{1}{2} \\ Si\ t=1 \Rightarrow A(1+1)+B(1-1) = -1 \Rightarrow 2A = 1 \Rightarrow A = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{t}{(t-1)(t+1)} = \frac{\frac{1}{2}}{t-1} + \frac{\frac{1}{2}}{t+1}$$

$$I = \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t-1} + \frac{1}{2}\int \frac{dt}{t+1} = \frac{1}{2}\int \frac{du}{u} + \frac{1}{2}\int \frac{dv}{v} = \frac{1}{2}\ln u + \frac{1}{2}\ln v = \frac{1}{2}\ln(u \cdot v) = \frac{1}{2}\ln\left[(t-1)\cdot(t+1)\right] = \frac{1}{2}\ln\left(t^2-1\right)$$

$$\begin{cases} t-1 = u \Rightarrow dt = du \\ t+1 = v \Rightarrow dt = dv \end{cases}$$

$$I = \frac{1}{2}\ln\left[\left(e^x\right)^2 - 1\right] = \frac{1}{2}\ln\left(e^{2x}-1\right) = \ln\sqrt{e^{2x}-1} + K$$

$$\int \frac{2}{4+x^2}\,dx = \int \frac{2}{4\left[1+\left(\frac{x}{2}\right)^2\right]}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{dx}{1+\left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}\int \frac{2\,dt}{1+t^2} = arc\ tg\ t = arc\ tg\left(\frac{x}{2}\right) + K$$

$$\frac{x}{2} = t \Rightarrow x = 2t \Rightarrow dx = 2\,dt$$

3B. Encuentra dos matrices *A;B* cuadradas de orden 2 que sean solución del sistema matricial:

$$\begin{cases} 2A+B=C^2 \\ A-B=C^{-1} \end{cases} \text{ siendo } C=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$ **(2,5 puntos)**

$$\begin{cases} C^2=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{pmatrix} \\ |C|=\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}=5-6=-1\neq 0\Rightarrow C^{-1}=\frac{1}{|C|}\cdot adj\ C^t\Rightarrow C^t=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}\Rightarrow adj\ C^t=\begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}\Rightarrow C^{-1}=\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

$$3A=C^2+C^{-1}\Rightarrow A=\frac{1}{3}\left(C^2+C^{-1}\right)\Rightarrow A=\frac{1}{3}\left[\begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\right]=\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 21 \\ 14 & 30 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 7 \\ \frac{14}{3} & 10 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 2A+B=C^2 \\ -2A+2B=(-2)\,C^{-1} \end{cases}\Rightarrow 3B=C^2-2C^{-1}\Rightarrow B=\frac{1}{3}\left(C^2-2C^{-1}\right)=\frac{1}{3}\left[\begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{pmatrix}-2\cdot\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\right]$$

$$B=\frac{1}{3}\left[\begin{pmatrix} 7 & 18 \\ 12 & 31 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 10 & -6 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}\right]=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 17 & 12 \\ 8 & 33 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{17}{3} & 4 \\ \frac{8}{3} & 11 \end{pmatrix}$$

4B. a) Estudia, en función del valor del parámetro $a\in\Re$, la posición relativa de los planos

$$\begin{cases} \pi_1\equiv x+y-z=3 \\ \pi_2\equiv x-y+az=-1 \\ \pi_3\equiv ax+y-z=5 \end{cases}$$ **(1,5 puntos)**

b) Calcula, en función del parámetro $a\in\Re$, la distancia entre los planos $\pi_1\ y\ \pi_3$. **(1 punto)**

a) Si el sistema que forman es Compatible determinado los tres planos se cortan en un punto.

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & a \\ a & 1 & -1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1-a & 0 & 0 \\ a+1 & 0 & a-1 \\ a & 1 & -1 \end{vmatrix}=(-1)\cdot\begin{vmatrix} 1-a & 0 \\ a+1 & a-1 \end{vmatrix}=-(1-a)(a-1)=(a-1)(a-1)=(a-1)^2$$

$$Si\ |A|=0\Rightarrow (a-1)^2=0\Rightarrow a-1=0\Rightarrow a=1\Rightarrow$$

$$\forall a\in\Re-\{1\}\Rightarrow |A|\neq 0\Rightarrow rang\ (A)=3=Número\ de\ incognitas\Rightarrow Comp\ Deter\min ado\Rightarrow$$

$$Se\ cor\tan\ en\ un\ punto$$

$$Si\ a=1$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 5 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A/B)=3\neq rang\ (A)=2\Rightarrow Sistema\ Incompatible$$

$$Como\ \pi_1\ y\ \pi_3\Rightarrow\frac{1}{1}=\frac{1}{1}=\frac{-1}{-1}\neq\frac{3}{5}\Rightarrow Son\ planos\ paralelos\ entre\ si$$

Continuación del problema 4.B de la opción B

$a)$ *Continuación*

$$Como\ \pi_1\ y\ \pi_2 \Rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{1}{-1} \Rightarrow Son\ planos\ que\ se\ cortan\ determinando\ una\ recta$$

$$Como\ \pi_2\ y\ \pi_3 \Rightarrow \frac{1}{1} \neq \frac{-1}{-1} \Rightarrow Son\ planos\ que\ se\ cortan\ determinando\ una\ recta$$

$b)$

$$\forall a \in \Re - \{1\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow Los\ dos\ planos\ se\ cortan\ determinando\ una\ recta$$

$$Si\ a = 1 \Rightarrow Son\ planos\ paralelos$$

$$d(\pi_1\ ,\ \pi_3) = \frac{|5-3|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}\ u$$